Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

14 APRILE 2003

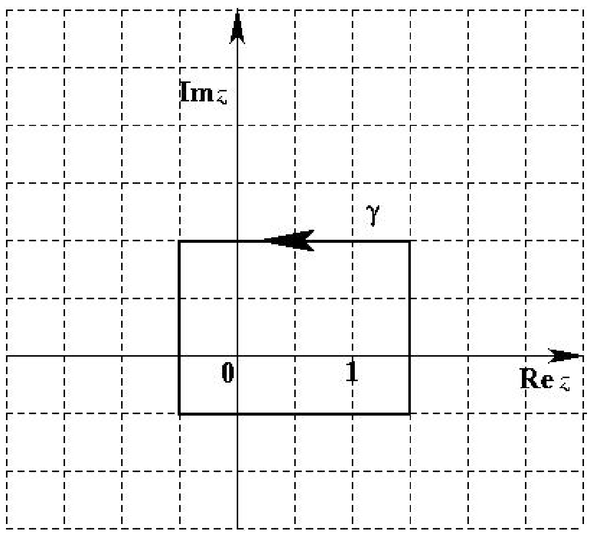
Nome..................................

Matricola.............................

1. Calcolare l'integrale

$$\oint_\gamma \frac{\cot\mathrm{an}\,\pi\, z}{(\,z-\frac{1}{2})^2}\;dz \quad ,$$

dove γ è il cammino indicato in figura.



2. Data l'equazione differenziale

$$(z-\alpha)^2(z-\mathrm{i})\,u'' \;-\; (1+\mathrm{i})\,(1+z)\,u' \;+\; 2u \;=\; 0$$

   - determinare natura e posizione delle singolarità $\forall \alpha \in \mathbf{C}$;
   - trovare il valore di α per cui le singolarità al finito sono tutte fuchsiane e determinare in quel caso l'andamento delle soluzioni nell'intorno dei punti singolari.

3. Verificare per quali valori dei parametri α e β il polinomio

$$P_1(x) \;=\; \alpha x \;+\; \beta$$

appartiene alla famiglia di polinomi ortogonali nell'intervallo $[0,1]$, di cui

$$P_0(x) \;=\; 1 \qquad \text{e} \qquad P_2 \;=\; 3x^2 \;-\; 3x \;+\; \frac{1}{2}$$

sono membri. Trovare quindi lo sviluppo in serie di Fourier di questi polinomi della funzione

$$f(x) \;=\; x^2 \;+\; \frac{1}{2}\,x \qquad \text{con} \qquad x \in [0,1] \quad .$$

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 2

14 APRILE 2003

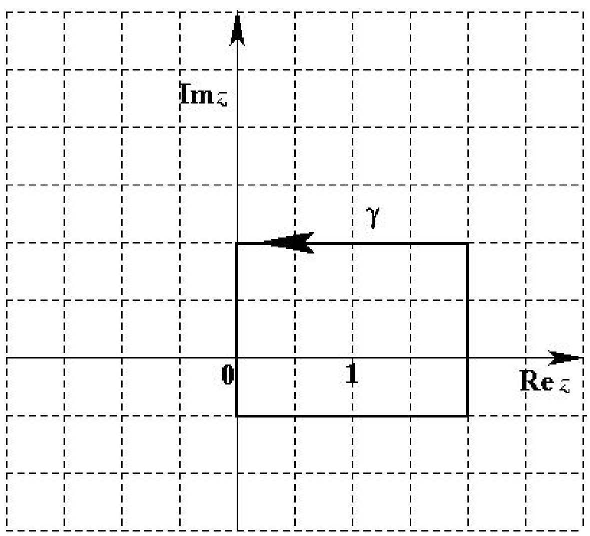
Nome..................................

Matricola.............................

1. Calcolare l'integrale

$$\oint_\gamma \frac{\tan \pi\, z}{(\, z-1)^2}\, dz \quad ,$$

dove γ è il cammino indicato in figura.



2. Data l'equazione differenziale

$$(z+\mathrm{i})(z+\beta)^2\, u'' \;-\; (1+\mathrm{i})\,(1-z)\, u' \;+\; 2u \;=\; 0$$

- determinare natura e posizione delle singolarità $\forall \beta \in \mathbf{C}$;
- trovare il valore di β per cui le singolarità al finito sono tutte fuchsiane e determinare in quel caso l'andamento delle soluzioni nell'intorno dei punti singolari.

3. Verificare per quali valori dei parametri α e β il polinomio

$$P_1(x) \;=\; \alpha x \;+\; \beta$$

appartiene alla famiglia di polinomi ortogonali nell'intervallo $[-1,0]$, di cui

$$P_0(x) \;=\; 1 \qquad \text{e} \qquad P_2 \;=\; 3x^2 \;+\; 3x \;+\; \frac{1}{2}$$

sono membri. Trovare quindi lo sviluppo in serie di Fourier di questi polinomi della funzione

$$f(x) \;=\; x^2 \;-\; \frac{1}{2}\,x \qquad \text{con} \qquad x \in [-1,0] \quad .$$