

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

5 APRILE 2004

Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} \frac{z - 5}{(z - \alpha) \sin \pi z} dz$$

(dove γ è una circonferenza di raggio 1 centrata in $1/2$) per tutti i valori del parametro $\alpha \in \mathbf{C}$ ($\alpha \notin \mathbf{R}$) per i quali I esiste.

2. Trovare con il metodo della trasformata di Laplace la soluzione dell'equazione differenziale

$$u''(t) - 4u'(t) + 4u(t) = e^{2t}, \quad t > 0$$

che soddisfa le condizioni iniziali $u(0) = 1$ e $u'(0) = 0$.

3. Calcolare i primi tre termini non nulli dello sviluppo in serie trigonometrica di Fourier della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -A < x < 0 \\ -\sin \frac{\pi x}{A} & 0 < x < A \end{cases}$$

nell'intervallo $(-A, A)$.

Facoltativo: calcolare l'intero sviluppo.

Formule utili:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 2

5 APRILE 2004

Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} \frac{z - 3}{(z - a) \sin \pi z} dz$$

(dove γ è una circonferenza di raggio 1 centrata in $-1/2$) per tutti i valori del parametro $a \in \mathbf{C}$ ($a \notin \mathbf{R}$) per i quali I esiste.

2. Trovare con il metodo della trasformata di Laplace la soluzione dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) + y(x) = e^{-x}, \quad x > 0$$

che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1/2$ e $y'(0) = 0$.

3. Calcolare i primi tre termini non nulli dello sviluppo in serie trigonometrica di Fourier della funzione

$$f(t) = \begin{cases} -\sin \frac{2\pi t}{T} & -\frac{T}{2} < t < 0 \\ 0 & 0 < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

nell'intervallo $(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2})$.

Facoltativo: calcolare l'intero sviluppo.

Formule utili:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 3

5 APRILE 2004

Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} \frac{z + \frac{1}{2}}{(z - \beta) \cos \pi z} dz$$

(dove γ è una circonferenza di raggio 1 centrata in 1) per tutti i valori del parametro $\beta \in \mathbf{C}$ ($\beta \notin \mathbf{R}$) per i quali I esiste.

2. Trovare con il metodo della trasformata di Laplace la soluzione dell'equazione differenziale

$$x''(t) - x'(t) + \frac{1}{4} x(t) = e^{t/2}, \quad t > 0$$

che soddisfa le condizioni iniziali $x(0) = 2$ e $x'(0) = 0$.

3. Calcolare i primi tre termini non nulli dello sviluppo in serie trigonometrica di Fourier della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\frac{L}{2} < x < 0 \\ \sin \frac{2\pi x}{L} & 0 < x < \frac{L}{2} \end{cases}$$

nell'intervallo $(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$.

Facoltativo: calcolare l'intero sviluppo.

Formule utili:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 4

5 APRILE 2004

Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} \frac{z - \frac{1}{2}}{(z - b) \cos \pi z} dz$$

(dove γ è una circonferenza di raggio 1 centrata in -1) per tutti i valori del parametro $b \in \mathbf{C}$ ($b \notin \mathbf{R}$) per i quali I esiste.

2. Trovare con il metodo della trasformata di Laplace la soluzione dell'equazione differenziale

$$z''(x) + 2z'(x) + \frac{1}{4} z(x) = e^{-x/2}, \quad x > 0$$

che soddisfa le condizioni iniziali $z(0) = 1$ e $z'(0) = 0$.

3. Calcolare i primi tre termini non nulli dello sviluppo in serie trigonometrica di Fourier della funzione

$$f(t) = \begin{cases} \sin \frac{\pi t}{T} & -T < t < 0 \\ 0 & 0 < t < T \end{cases}$$

nell'intervallo $(-T, T)$.

Facoltativo: calcolare l'intero sviluppo.

Formule utili:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$