

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

19 SETTEMBRE 2006

Nome.....

Matricola.....

1. Data la funzione

$$F(s) = \frac{a}{\sin \pi s} + \frac{e^{-bs}}{(s - 4c)^2}$$

dire quali restrizioni occorre imporre sui valori dei parametri $a, c \in \mathbb{C}$ e $b \in \mathbb{R}$ perchè possa essere interpretata come una trasformata di Laplace. In questo caso trovare l'ascissa di convergenza e calcolare l'antitrasformata mediante la formula di inversione.

Facoltativo: giustificare il risultato ottenuto utilizzando le proprietà della trasformata di Laplace.

2. Calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} \frac{z - 1}{(z - \alpha) \sin \pi z} dz$$

(dove γ è una circonferenza di raggio 1 centrata in $1/2$) per tutti i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{C}$ ($\alpha \notin \mathbb{R}$) per i quali I esiste.

3. Determinare i primi 2 polinomi della famiglia di polinomi ortonormali nell'intervallo $[0, 1]$ a cui appartiene

$$P_2(x) = \sqrt{5}(6x^2 - 6x + 1)$$

e calcolare i primi 3 coefficienti di Fourier dello sviluppo in questa base della funzione

$$f(x) = \cos \pi x \quad .$$

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

19 SETTEMBRE 2006

Nome.....

Matricola.....

1. Data la funzione

$$F(s) = \frac{\alpha}{\sin \pi s} - \frac{e^{\beta s}}{(s + 2\gamma)^2}$$

dire quali restrizioni occorre imporre sui valori dei parametri $\alpha, \gamma \in \mathbb{C}$ e $\beta \in \mathbb{R}$ perchè possa essere interpretata come una trasformata di Laplace. In questo caso trovare l'ascissa di convergenza e calcolare l'antitrasformata mediante la formula di inversione.

Facoltativo: Giustificare il risultato ottenuto utilizzando le proprietà della trasformata di Laplace.

2. Calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} \frac{z + 1}{(z - a) \sin \pi z} dz$$

(dove γ è una circonferenza di raggio 1 centrata in $1/2$) per tutti i valori del parametro $a \in \mathbb{C}$ ($a \notin \mathbb{R}$) per i quali I esiste.

3. Determinare i primi 2 polinomi della famiglia di polinomi ortonormali nell'intervallo $[-1, 0]$ a cui appartiene

$$P_2(x) = \sqrt{5} (6x^2 + 6x + 1)$$

e calcolare i primi 3 coefficienti di Fourier dello sviluppo in questa base della funzione

$$f(x) = \cos \pi x \quad .$$