

Prova scritta di **METODI MATEMATICI** della **FISICA**  
*INTRODUZIONE*

Corso di Laurea in Fisica

*COMPITO 1*

26 MARZO 2007

Nome.....

Matricola.....

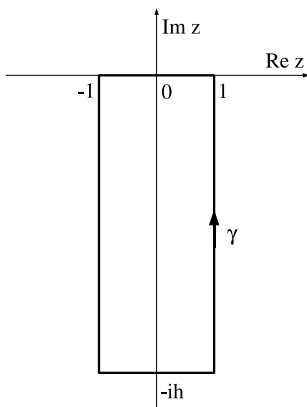
1. Studiare la funzione

$$f(z) = \left( \frac{z - i/2}{z - 3i/2} \right) \frac{1}{\cos i\pi z}$$

e calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} f(z) dz ,$$

dove  $\gamma$  è la curva indicata in figura, al variare del parametro  $h \in \mathbf{R}$  nell'intervallo  $(0,2]$ .



2. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{e^{i\pi x}}{x^2 + 4}$$

e trovare la funzione  $g(x)$  la cui trasformata di Fourier è la funzione

$$G(k) = \frac{k}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-2|k-\pi|}$$

3. Classificare le singolarità dell'equazione differenziale

$$(x-1)x^2y'' + (x+\alpha)xy' - \alpha(x-1)^2y = 0$$

e determinare  $\alpha$  in modo che la soluzione generale sia regolare in  $x = 0$ .

Per un valore generico non intero di  $\alpha$ , determinare l'andamento delle soluzioni nell'intorno dei punti fuchsiani.

Prova scritta di **METODI MATEMATICI** della **FISICA**  
*INTRODUZIONE*

Corso di Laurea in Fisica

*COMPITO 2*

26 MARZO 2007

Nome.....

Matricola.....

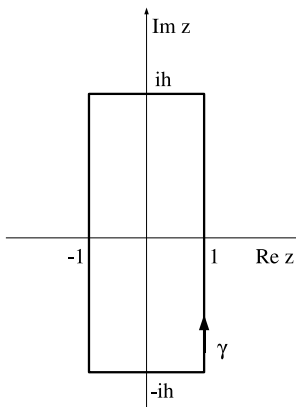
1. Studiare la funzione

$$f(z) = \left( \frac{z - i}{z - 2i} \right) \frac{1}{\sin i\pi z}$$

e calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} f(z) dz ,$$

dove  $\gamma$  è la curva indicata in figura, al variare del parametro  $h \in \mathbf{R}$  nell'intervallo  $(0, 3/2]$ .



2. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{e^{-i\pi x}}{x^2 + 1}$$

e trovare la funzione  $g(x)$  la cui trasformata di Fourier è la funzione

$$G(k) = k \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-|k+\pi|}$$

3. Classificare le singolarità dell'equazione differenziale

$$(z + 1)^2 z y'' + (z + 1 - \beta)(z + 1) y' + \beta z^2 y = 0$$

e determinare  $\beta$  in modo che la soluzione generale sia regolare in  $z = 0$ .

Per un valore generico non intero di  $\beta$ , determinare l'andamento delle soluzioni nell'intorno dei punti fuchsiani.

Prova scritta di **METODI MATEMATICI** della **FISICA**  
*INTRODUZIONE*

Corso di Laurea in Fisica

*COMPITO 3*

26 MARZO 2007

Nome.....

Matricola.....

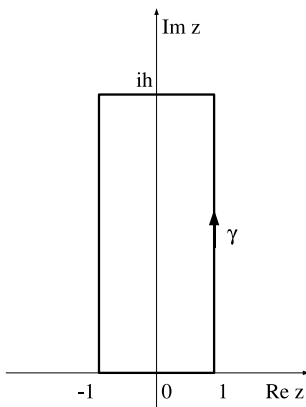
1. Studiare la funzione

$$f(z) = \left( \frac{z + i/2}{z + 3i/2} \right) \frac{1}{\cos i\pi z}$$

e calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} f(z) dz ,$$

dove  $\gamma$  è la curva indicata in figura, al variare del parametro  $h \in \mathbf{R}$  nell'intervallo  $(0,2]$ .



2. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{e^{2i\pi x}}{x^2 + 1}$$

e trovare la funzione  $g(x)$  la cui trasformata di Fourier è la funzione

$$G(k) = k \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-|k-2\pi|}$$

3. Classificare le singolarità dell'equazione differenziale

$$(x + 1)x^2y'' + (x - \beta)xy' + \beta(x + 1)^2y = 0$$

e determinare  $\beta$  in modo che la soluzione generale sia regolare in  $x = 0$ .

Per un valore generico non intero di  $\beta$ , determinare l'andamento delle soluzioni nell'intorno dei punti fuchsiani.

Prova scritta di **METODI MATEMATICI** della **FISICA**  
*INTRODUZIONE*

Corso di Laurea in Fisica

*COMPITO 4*

26 MARZO 2007

Nome.....

Matricola.....

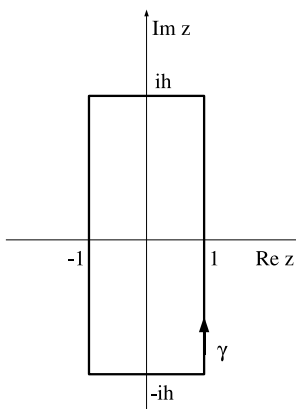
1. Studiare la funzione

$$f(z) = \left( \frac{z+i}{z+2i} \right) \frac{1}{\sin i\pi z}$$

e calcolare l'integrale

$$I = \oint_{\gamma} f(z) dz ,$$

dove  $\gamma$  è la curva indicata in figura, al variare del parametro  $h \in \mathbf{R}$  nell'intervallo  $(0, 3/2]$ .



2. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{e^{2i\pi x}}{x^2 + 4}$$

e trovare la funzione  $g(x)$  la cui trasformata di Fourier è la funzione

$$G(k) = \frac{k}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-2|k-2\pi|}$$

3. Classificare le singolarità dell'equazione differenziale

$$(z-1)^2 z y'' + (z-1+\alpha)(z-1)y' - \alpha z^2 y = 0$$

e determinare  $\alpha$  in modo che la soluzione generale sia regolare in  $z = 0$ .

Per un valore generico non intero di  $\alpha$ , determinare l'andamento delle soluzioni nell'intorno dei punti fuchsiani.