

**Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA**  
*INTRODUZIONE*

Corso di Laurea in Fisica

*COMPITO 1*

5 Luglio 2010

Nome.....

Matricola.....

1. Sia dato l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 \cos \theta - \alpha}$$

- (a) Determinare i valori del parametro reale  $\alpha$  per i quali l'integrale esiste
- (b) Calcolare l'integrale nel caso  $\alpha = 5$
- (c) Calcolare l'integrale per un generico  $\alpha$  reale
- (d) Calcolare l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(3 \cos \theta - 5)^2}$$

2. Data l'equazione differenziale

$$z^n u''(z) + (1 - z)u'(z) + \alpha u(z) = 0$$

- (a) Fissando  $\alpha = 1$ , determinare posizione e natura dei punti singolari e, se sono fuchsiani, ricavare gli indici al variare del parametro  $n$  intero relativo. Qual è il raggio di convergenza delle soluzioni?
- (b) Posto  $n = 1$ , per quali valori di  $\alpha$  la soluzione intorno all'origine è un polinomio?
- (c) Scegliere il valore di  $\alpha$  per cui si ottiene un polinomio di ordine 2 e scrivere esplicitamente il polinomio in questione.

3. a) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ix}}{x^2 + 4} .$$

- b) Trovare la funzione  $g(x)$  la cui trasformata di Fourier è

$$G(k) = \frac{k}{4} e^{-2|k-1|} .$$