Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

26 marzo 2007

Risultati COMPITO 1

1. $f(z)$ ha infiniti poli semplici in $z_k = -\mathrm{i}\,(k + 1/2)$, $\forall k \in \mathbf{Z} - \{-1, -2\}$; $z = \mathrm{i}/2$ è un punto regolare; $z = 3\mathrm{i}/2$ è un polo doppio.

   $I = 0$ se $0 < h < 1/2$;

   $I = -1$ se $1/2 < h < 3/2$;

   $I = 1/3$ se $3/2 < h \leq 2$;

   I non esiste se $h = 1/2, 3/2$.

2. $$F(k) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\mathrm{e}^{-2|\pi-k|}; \qquad g(x) = -\mathrm{i}\,\frac{df}{dx} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi x}\,\frac{2\mathrm{i}x + \pi(x^2+4)}{(x^2+4)^2}$$

3. $x = 0$ è un punto fuchsiano se $\alpha \neq 0$, regolare se $\alpha = 0$;

   $x = 1$ è un punto fuchsiano se $\alpha \neq -1$, regolare se $\alpha = -1$.

   La soluzione generale è regolare in $x = 0$ se $\alpha = 0$.

   $x = 0$: $\rho = \alpha, 1$; $y_1(x) \sim x^\alpha$, $y_2(x) \sim x$

   $x = 1$: $\rho = -\alpha, 0$; $y_1(x) \sim (x-1)^{-\alpha}$, $y_2(x) \sim c$

Risultati COMPITO 2

1. $f(z)$ ha infiniti poli semplici in $z_k = -\mathrm{i}\,k$, $\forall k \in \mathbf{Z} - \{-1, -2\}$; $z = \mathrm{i}$ è un punto regolare; $z = 2\mathrm{i}$ è un polo doppio.

   $I = 1$ se $0 < h < 1$;

   $I = -1/3$ se $1 < h \leq 3/2$;

   I non esiste se $h = 1$.

2.
$$F(k)=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\mathrm{e}^{-|\pi+k|};\qquad g(x)=-\mathrm{i}\,\frac{df}{dx}=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi x}\,\frac{2\mathrm{i}x-\pi(x^2+1)}{(x^2+1)^2}$$

3. $z=0$ è un punto fuchsiano se $\beta\neq 1$, regolare se $\beta=1$;

   $z=-1$ è un punto fuchsiano se $\beta\neq 0$, regolare se $\beta=0$.

   La soluzione generale è regolare in $z=0$ se $\beta=1$.

   $z=0$: $\rho=\beta,0$; $y_1(z)\sim z^{\beta}$, $y_2(z)\sim c$

   $z=-1$: $\rho=-\beta,1$; $y_1(z)\sim(z+1)^{-\beta}$, $y_2(z)\sim(z+1)$

Risultati COMPITO 3

1. $f(z)$ ha infiniti poli semplici in $z_k=-\mathrm{i}\,(k+1/2)$, $\forall k\in\mathbf{Z}-\{0,1\}$; $z=-\mathrm{i}/2$ è un punto regolare; $z=-3\mathrm{i}/2$ è un polo doppio.

   $I=0$ se $0<h<1/2$;

   $I=1$ se $1/2<h<3/2$;

   $I=-1/3$ se $3/2<h\leq 2$;

   I non esiste se $h=1/2,3/2$.

2.
$$F(k)=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\mathrm{e}^{-|2\pi-k|};\qquad g(x)=-\mathrm{i}\,\frac{df}{dx}=2\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\pi x}\,\frac{\mathrm{i}x+\pi(x^2+1)}{(x^2+1)^2}$$

3. $x=0$ è un punto fuchsiano se $\beta\neq 0$, regolare se $\beta=0$;

   $x=-1$ è un punto fuchsiano se $\beta\neq -1$, regolare se $\beta=-1$.

   La soluzione generale è regolare in $x=0$ se $\beta=0$.

   $x=0$: $\rho=\beta,1$; $y_1(x)\sim x^{\beta}$, $y_2(x)\sim x$

   $x=-1$: $\rho=-\beta,0$; $y_1(x)\sim(x+1)^{-\beta}$, $y_2(x)\sim c$

Risultati COMPITO 4

1. $f(z)$ ha infiniti poli semplici in $z_k = -\mathrm{i}\, k$, $\forall k \in \mathbf{Z} - \{1, 2\}$; $z = -\mathrm{i}$ è un punto regolare; $z = -2\mathrm{i}$ è un polo doppio.

   $I = 1$ se $0 < h < 1$;

   $I = -1/3$ se $1 < h \leq 3/2$;

   I non esiste se $h = 1$.

2.
$$F(k) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\mathrm{e}^{-2|2\pi-k|}; \qquad g(x) = -\mathrm{i}\,\frac{df}{dx} = 2\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\pi x}\,\frac{\mathrm{i}x + \pi(x^2+4)}{(x^2+4)^2}$$

3. $z = 0$ è un punto fuchsiano se $\alpha \neq 1$, regolare se $\alpha = 1$;

   $z = 1$ è un punto fuchsiano se $\alpha \neq 0$, regolare se $\alpha = 0$.

   La soluzione generale è regolare in $z = 0$ se $\alpha = 1$.

   $z = 0$: $\rho = \alpha, 0$; $y_1(z) \sim z^\alpha$, $y_2(z) \sim c$

   $z = 1$: $\rho = -\alpha, 1$; $y_1(z) \sim (z-1)^{-\alpha}$, $y_2(z) \sim z - 1$