

# Tutoraggio di Fisica 3

2022 – Corso A/B – 1

---

A cura di: Marzia Nardi [ email: nardi@to.infn.it ]  
Sarah Recchia [ email: sarah.recchia@unito.it ]

---

**1** Si consideri un'onda e.m. che si propaga in un mezzo omogeneo (costante dielettrica  $\varepsilon$ , permeabilità magnetica  $\mu$ ), nella direzione del vettore d'onda  $\mathbf{k}$  e siano  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  i vettori dei campi in certo un punto dello spazio ed in un certo istante. È noto, dalla teoria (conseguenza delle equazioni di Maxwell), che il vettore d'onda  $\mathbf{k}$  è parallelo al prodotto vettoriale  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ , ossia vale la relazione tra versori  $\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_E \times \mathbf{u}_B$ , e che inoltre  $|\mathbf{B}| = \frac{|\mathbf{E}|}{v}$  ( $v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ ).

Facendo uso di queste relazioni e

- (a) supponendo noti  $\mathbf{k}$  ed  $\mathbf{E}$ , ricavare  $\mathbf{B}$ .
- (b) supponendo noti  $\mathbf{k}$  e  $\mathbf{B}$ , ricavare  $\mathbf{E}$ .

**2** Si consideri un'onda e.m. piana con lunghezza d'onda  $\lambda = 1$  cm e si supponga che per  $t = 10$  s la fase del suo campo elettrico nel punto  $\mathbf{r} = 1(\mathbf{u}_x + \mathbf{u}_y + \mathbf{u}_z)$  cm sia  $\phi = \pi/2$ . Assumendo che l'onda si stia propagando parallelamente alla direzione determinata da  $\mathbf{u}_x + \mathbf{u}_y - \mathbf{u}_z$ , determinare che fase  $\phi'$  ha l'onda nel punto  $\mathbf{r}' = (2\mathbf{u}_x + 2\mathbf{u}_y + \mathbf{u}_z)$  cm nello stesso istante  $t$ .

**3** Si consideri la seguente onda piana nel vuoto:

$$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z) = (0, 0, E_0 \sin(k(y + ct)))$$

$$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = (-B_0 \sin(k(y + ct)), 0, 0)$$

con  $k = 9.93 \cdot 10^6$  rad/m ed  $E_0 = 450$  V/m,  $B_0 > 0$ .

Determinare il verso di propagazione dell'onda, la sua intensità, la sua frequenza e lunghezza d'onda, il suo stato di polarizzazione, il valore di  $B_0$ .

**4** Un'onda elettromagnetica piana di pulsazione  $\omega = 6.0 \cdot 10^{14}$  rad/s si propaga nel vuoto lungo l'asse  $y$ . Essa è polarizzata linearmente con il campo  $\mathbf{E}$  che forma un angolo  $\theta = 45^\circ$  con il piano  $yz$  ed ha ampiezza  $E_0 = 1.4 \cdot 10^3$  V/m. Scrivere l'equazione dell'onda per il campo elettrico, il campo  $\mathbf{B}$  ed il vettore di Poynting.

**5** Un osservatore è situato a 8 m da una sorgente di onde e.m. che irradia in modo uniforme in tutte le direzioni. L'intensità del segnale misurato dall'osservatore è di  $1.24$  W/m<sup>2</sup>. Calcolare:

- (a) la potenza della sorgente;
- (b) i valori massimi dei campi elettrico e magnetico misurati dall'osservatore;
- (c) a che distanza dalla sorgente è situato un altro osservatore che misura un valore efficace del campo magnetico pari a  $1 \mu\text{T}$

**6** Il 14 settembre 2015 gli interferometri LIGO ad Hanford (Washington) e Livingston (Louisiana) hanno misurato per la prima volta l'onda gravitazionale (GW150914) emessa nella collisione e fusione di due buchi neri, avvenuta alla distanza di 1.3 miliardi di anni luce dalla Terra. Si stima che l'energia emessa in questo evento sia equivalente a 3 masse solari ( $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$  kg), in un intervallo di tempo di 0.15 s.

- (a) Calcolare la potenza media emessa.
- (b) Calcolare l'intensità media del segnale giunto sulla Terra.
- (c) Sapendo che la frequenza media misurata è di 150 Hz e assumendo che le onde gravitazionali si propagano con la velocità della luce, calcolare la lunghezza d'onda osservata.

- 7** Il campo elettrico in una regione di spazio (vuoto) è dato dall'espressione:  $\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{u}_z E_0 \sin(kx) \cos(\omega t)$  con  $E_0 = 10 \text{ V/m}$ ,  $k = 10^{-3} \pi \text{ rad/m}$ . Descrivere le caratteristiche di tale campo, in particolare determinare i punti in cui l'ampiezza è massima e quelli in cui è minima. Determinare il campo  $\mathbf{B}$  ad esso associato. Calcolare infine il vettore di Poynting ed il suo valor medio nel tempo.
- 8** Un'onda elettromagnetica piana, di lunghezza d'onda  $\lambda = 3.18 \text{ m}$ , si propaga in un mezzo con una permittività  $\epsilon_r = 2$  e permeabilità  $\mu_r = 1$ . In un punto  $A$  dello spazio il vettore campo elettrico ha forma  $\mathbf{E}_A = 10 \cos(\omega t + \alpha) \hat{u}_z \text{ V/m}$  ed il campo magnetico ha versore  $\hat{u}_x$ .
- Determinare la frequenza dell'onda.
  - Determinare l'ampiezza del campo  $\mathbf{B}$ .
  - Determinare la pulsazione ed il vettore d'onda.
  - Determinare il vettore di Poynting nel medesimo punto ed il valor medio del suo modulo.

## Risultati

---

- (a)  $\mathbf{B} = \frac{1}{v|\mathbf{k}|} \mathbf{k} \times \mathbf{E}$ ; (b)  $\mathbf{E} = \frac{v}{|\mathbf{k}|} \mathbf{B} \times \mathbf{k}$ , con  $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$
- $\phi' = 2.81 \pi \text{ rad}$ .
- direzione  $-y$ ,  $I = 269 \text{ W/m}^2$ ,  $\nu = 4.7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ,  $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$ , polarizz. lineare con  $\mathbf{E}$  lungo  $z$ ,  $B_0 = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ T}$
- $\mathbf{E}(y, t) = 990 (\mathbf{u}_x + \mathbf{u}_z) \cos(2 \cdot 10^6 y - 6 \cdot 10^{14} t + \phi) \text{ V/m}$  ( $x, y$  in metri,  $t$  in secondi;  $\phi$  è una fase costante arbitraria),  $\mathbf{B}(y, t) = 3.3 \cdot 10^{-6} (\mathbf{u}_x - \mathbf{u}_z) \cos(2 \cdot 10^6 y - 6 \cdot 10^{14} t + \phi) \text{ T}$ ,  $\mathbf{S}(y, t) = 5.2 \cdot 10^3 \mathbf{u}_y \cos^2(2 \cdot 10^6 y - 6 \cdot 10^{14} t + \phi) \text{ W/m}^2$
- (a)  $P = 997 \text{ W}$ ; (b)  $E_0 = 30.6 \text{ V/m}$ ,  $B_0 = 1.02 \cdot 10^{-7} \text{ T}$ ; (c)  $d = 0.58 \text{ m}$
- (a)  $\overline{W} = 3.6 \cdot 10^{48} \text{ W}$ ; (b)  $\overline{I} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$ ; (c)  $2000 \text{ km}$
- Onda stazionaria lungo l'asse  $x$ , lunghezza d'onda  $\lambda = 2 \text{ km}$ , frequenza  $\nu = 1.5 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ , nodi:  $x_n = n \text{ km}$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), ventri:  $x_n = 0.5(2n + 1) \text{ km}$ ;  
 $\mathbf{B}(x, t) = \mathbf{u}_y B_0 \cos(kx) \sin(\omega t)$ , con  $B_0 = 3.3 \cdot 10^{-8} \text{ T}$ , il campo  $B$  ha nodi dove  $E$  ha ventri e viceversa;  
 $\mathbf{S}(x, t) = -\mathbf{u}_x S_0 \sin(2kx) \sin(2\omega t)$ ,  $S_0 = \frac{E_0 B_0}{4\mu_0} = 66.4 \text{ mW/m}^2$ ,  $S$  cambia verso in modo oscillante: il valor medio nel tempo è 0
- a)  $\nu = 6.67 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ ; b)  $B = 4.72 \cdot 10^{-8} \text{ T}$ ; c)  $\mathbf{k} = 1.98 \hat{u}_y \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ,  $\omega = 4.19 \cdot 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ;  
d)  $\mathbf{S} = 0.375 \cos^2(\omega t + \alpha) \hat{u}_y \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ ,  $\overline{S} = 0.188 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ .