

Tutoraggio di Fisica 3

2022 – Corso A/B – 3

- 17** Il campo magnetico in una regione di spazio ha la seguente espressione (lo spazio è misurato in m, il tempo in s):

$$\mathbf{B}(x, y, z, t) = 2 \cdot 10^{-6}(\mathbf{u}_x + 2\mathbf{u}_y) \cos \left((2x - y + 2z) \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10^5 t \right) \text{ T} .$$

(a) Dimostrare che si tratta di un'onda; calcolarne la velocità di propagazione, la lunghezza d'onda e la frequenza.

(b) Assumendo che \mathbf{B} sia il campo magnetico di un'onda e.m., calcolare il campo elettrico ed il vettore di Poynting; specificare lo stato di polarizzazione.

(c) Calcolare l'intensità media dell'onda.

- 18** Un'onda radio piana di frequenza $\nu = 500$ kHz si propaga nell'acqua ($n \simeq 9$) parallelamente all'asse z ed è polarizzata linearmente con il campo elettrico parallelo all'asse x ; la potenza media trasmessa per unità di superficie è 30 W/m^2 .

(a) Qual è la lunghezza d'onda ?

(b) Quali sono i valori efficaci del campo elettrico e dell'induzione magnetica associati all'onda ?

- 19** Un'onda elettromagnetica piana, che si propaga nel vuoto, ha il campo elettrico dato dall'espressione

$$\vec{E} = E_x \hat{u}_x \sin(kz - \omega t) + E_y \hat{u}_y \sin(kz - \omega t + \varphi) ,$$

con $E_x = \mathcal{E} = 60.0 \text{ V/m}$.

(a) Se l'onda e.m. ha polarizzazione lineare con \vec{E} parallelo al versore $\hat{n} = \frac{1}{2}\hat{u}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{u}_y$, calcolare E_y e φ e l'intensità dell'onda (mediata nel tempo).

(b) Se l'onda e.m. ha polarizzazione circolare, calcolare E_y e φ e l'intensità dell'onda (mediata nel tempo).

(c) Se $E_y = E_x$ e $\varphi = \frac{\pi}{4}$, qual è lo stato di polarizzazione dell'onda e quanto vale la sua intensità?

- 20** Un'onda elettromagnetica piana si propaga nel vuoto. Il modulo del vettore di Poynting è dato dall'espressione:

$$S(x, y, z, t) = S_0 \cos^2(x + y + \sqrt{2}z - \omega t)$$

dove $S_0 = 50.0 \text{ W/m}^2$, x, y, z sono misurati in metri, t in secondi.

(a) Calcolare il vettore d'onda e la frequenza dell'onda

(b) Scrivere le espressioni dei campi elettrico e magnetico sapendo che \vec{E} è parallelo al vettore $\hat{u}_x - \hat{u}_y$ (usare il valore approssimato $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

- 21** Si consideri una superficie piana di area A su cui incide, ad angolo θ , una radiazione e.m. piana. Dimostrare che la forza agente su tale superficie, dovuta alla pressione di radiazione, è:

(a) $F_{\text{ass}} = \frac{I}{c} A \cos \theta$, nel caso di superficie perfettamente assorbente.

(b) $F_{\text{rifl}} = 2 \frac{I}{c} A \cos^2 \theta$, nel caso di superficie perfettamente riflettente.

Calcolare, in entrambi i casi, anche la pressione di radiazione.

Si consideri ora una superficie sferica di raggio R .

(c) Dimostrare che la forza agente sulla superficie sferica è

$$F_{\text{sfera}} = \pi R^2 \frac{I}{c}$$

sia nel caso di superficie perfettamente assorbente che perfettamente riflettente.

- 22** La radiazione solare cede alla superficie terrestre 2.2 calorie per centimetro quadrato e per minuto. In base a questo dato, la cosiddetta costante solare, e supponendo che l'energia sia portata da un'onda piana incidente normalmente alla superficie terrestre, calcolare i valori massimi del campo elettrico e del campo magnetico e la pressione esercitata sulla superficie all'equatore (nell'ipotesi di incidenza normale su una piccola superficie totalmente assorbente).
- 23** La radiazione cosmica di fondo, scoperta da Penzias e Wilson nel 1965, è una radiazione e.m. con lunghezza d'onda di circa 2 mm che riempie l'universo con una densità di energia di $4 \cdot 10^{-14} \text{ J/m}^3$. Calcolare l'ampiezza del campo elettrico di questa radiazione. A quale distanza da una sorgente da un 1 kW bisognerebbe posizionarsi per misurare un'onda sferica della stessa intensità?
- 24** Si vuole inviare una sonda su Urano. Per il viaggio interplanetario si vuole utilizzare una "vela solare" costituita da un involucro sferico di materiale perfettamente assorbente, che ricopre la sonda in modo che la pressione della radiazione luminosa la spinga verso l'esterno del Sistema Solare. Affinché ciò avvenga qual è la condizione a cui devono soddisfare il raggio R dell'involucro e la massa totale m della sonda?
Si utilizzino i seguenti dati: massa solare $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, potenza solare $P = 3.96 \cdot 10^{26} \text{ W}$; si trascurino i campi gravitazionali della Terra e degli altri pianeti.

Risultati

- 17.** (a) $v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $\lambda = 2.09 \text{ km}$, $\nu = 9.55 \cdot 10^4 \text{ Hz}$; (b) posto $\alpha = (2x - y + 2z) \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10^5 t$:
 $\mathbf{E} = 894 \left(\frac{4}{3\sqrt{5}} \mathbf{u}_x - \frac{2}{3\sqrt{5}} \mathbf{u}_y - \frac{5}{3\sqrt{5}} \mathbf{u}_z \right) \cos \alpha \text{ V/m}$, $\mathbf{S} = 3.18 \cdot 10^3 \left(\frac{2}{3} \mathbf{u}_x - \frac{1}{3} \mathbf{u}_y + \frac{2}{3} \mathbf{u}_z \right) \cos^2 \alpha \text{ W/m}^2$;
 polarizzazione lineare; (c) $\bar{I} = 1.59 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$.
- 18.** (a) $\lambda = 66.6 \text{ m}$, (b) $E_{\text{eff}} = \sqrt{\mu_0 v \bar{I}} = 35.4 \text{ V/m}$, $B_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{eff}}}{v} = 1.06 \cdot 10^{-6} \text{ T}$
- 19.** a) $\varphi = 0$, $E_y = \sqrt{3} \mathcal{E} = 103.9 \text{ V/m}$, $I = 2 \varepsilon_0 c \mathcal{E}^2 = 19.1 \text{ W/m}^2$; b) $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$, $E_y = \mathcal{E} = 60.0 \text{ V/m}$, $I = \varepsilon_0 c \mathcal{E}^2 = 9.6 \text{ W/m}^2$; c) polarizzazione ellittica (gli assi dell'ellisse sono sulle rette $y = \pm x$), $I = \varepsilon_0 c \mathcal{E}^2 = 9.6 \text{ W/m}^2$.
- 20.** a) $\vec{k} = (\hat{u}_x + \hat{u}_y + \sqrt{2} \hat{u}_z) \text{ rad/m}$, $\omega = 6 \cdot 10^8 \text{ rad/s}$;
 b) $E_0 = \sqrt{S_0 / (\varepsilon_0 c)} = 137.2 \text{ V/m}$, $\vec{E} = 97.0 (\hat{u}_x - \hat{u}_y) \cos(x + y + \sqrt{2}z - 6 \cdot 10^8 t) \text{ V/m}$,
 $\vec{B} = 2.29 \cdot 10^{-7} (\hat{u}_x + \hat{u}_y - \sqrt{2} \hat{u}_z) \cos(x + y + \sqrt{2}z - 6 \cdot 10^8 t) \text{ T}$.
- 21.** Vedere la guida alla soluzione
- 22.** $E_0 = 1.08 \text{ kV/m}$, $B_0 = 3.6 \cdot 10^{-6} \text{ T}$, $p = \frac{I}{c} = 5.1 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2$.
- 23.** $E_0 = 3.1 \text{ mV/m}$, $D = 2.6 \text{ km}$
- 24.** $\frac{m}{R^2} < \frac{P}{4cGM} = 2.5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$