

Tutoraggio di Fisica 3

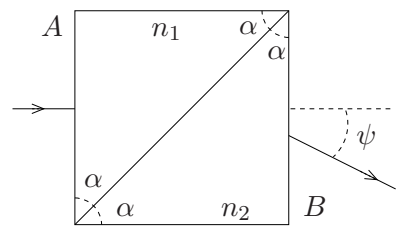
2022 – Corso A – 5

- 33** Un raggio luminoso monocromatico si propaga in un mezzo con indice di rifrazione n_1 ed incide, ad angolo θ_i , sulla superficie di separazione piana con un altro mezzo con indice n_2 . Siano θ_t l'angolo di rifrazione, I_i , I_r e I_t le intensità, rispettivamente, dei raggi incidente, riflesso e rifratto (o trasmesso). Dimostrare che valgono le relazioni:

$$I_i = I_r + \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} I_t = I_r + \frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_2 \cos \theta_i} I_t$$

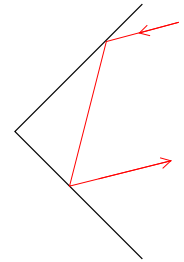
- 34** Il dispositivo mostrato in figura è formato dall'unione di due prismi retti, con $\alpha = 45^\circ$, e con indici di rifrazione rispettivamente $n_1 = 1.4$ ed $n_2 = 1.7$. Il mezzo esterno è aria ($n = 1$). Un fascio sottile di luce monocromatica incide perpendicolarmente sulla faccia A del primo prisma. Calcolare:

- (a) il rapporto tra le intensità del raggio riflesso e di quello incidente sulla faccia A ;
(b) l'angolo ψ che il raggio uscente dalla faccia B forma con la normale;
(c) quale dovrebbe essere il minimo valore di n_2 (con $n_2 > n_1$, n_1 fisso) affinché non ci sia il raggio uscente dalla faccia B .



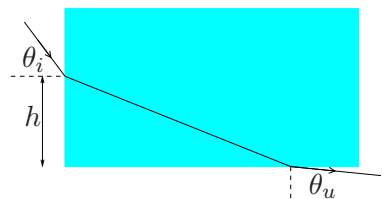
35 Riflettori catarifrangenti

Due specchi sono uniti tra loro ad angolo retto. Dimostrare che ogni raggio luminoso che incide sul sistema viene riflesso esattamente all'indietro, per qualunque angolo di incidenza (cioè: raggio incidente e raggio uscente sono paralleli).



- 36** Un raggio luminoso entra in un blocco di materiale trasparente con un angolo $\theta_i = 75^\circ$ e ne esce con angolo $\theta_u = 80^\circ$, come mostrato in figura.

- (a) Calcolare l'indice di rifrazione n del materiale.
(b) Se il raggio incide a distanza $h = 30$ cm dallo spigolo inferiore, calcolare il tempo impiegato dalla luce ad attraversare il blocco.



- 37** Partendo dalla relazione

$$n^2 = 1 - \frac{N e^2}{m_e \epsilon_0 \omega^2},$$

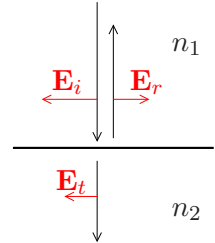
valida nel caso in cui la frequenza caratteristica del mezzo ω_0 sia molto minore della frequenza della radiazione incidente, determinare la velocità di gruppo v_g , nel limite in cui $N e^2 / (\epsilon_0 m_e \omega^2)$ sia piccolo. Verificare che tale quantità è effettivamente piccola se confrontata con l'unità nella regione dei raggi X. Confrontare la velocità di fase e la velocità di gruppo con c .

- 38** L'indice di rifrazione dell'idrogeno gassoso è, in condizioni standard, $n = 1 + 1.400 \cdot 10^{-4}$ per $\omega = 3.45 \cdot 10^{15}$ rad/s e $n = 1 + 1.547 \cdot 10^{-4}$ per $\omega = 7.42 \cdot 10^{15}$ rad/s. Supponendo che esista una sola frequenza risonante e che l'attenuazione sia trascurabile, si calcoli questa frequenza ed il numero di oscillatori atomici per unità di volume. Si confronti con il numero di molecole per unità di volume.

- 39** Si consideri un gas in condizioni standard (pressione atmosferica, temperatura 0°) le cui molecole si comportano come dipoli oscillanti, con una costante di richiamo $k = 3 \cdot 10^2 \text{ kg/s}^2$. Le particelle oscillanti sono elettroni (massa $m_e = 9.11 \cdot 10^{-28} \text{ g}$, 1 elettrone oscillante per ogni molecola).
- Si calcoli la loro frequenza caratteristica.
 - Si scriva l'indice di rifrazione in funzione della frequenza per il gas in condizioni standard.
 - Si ottenga il valore dell'indice di rifrazione per $\nu = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ e $\nu = 3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$.

40 Formule di Fresnel per incidenza perpendicolare

Un fascio di luce, che si propaga in un mezzo con indice di rifrazione n_1 , incide perpendicolarmente sulla superficie di separazione con un mezzo con n_2 . Si assuma $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$.



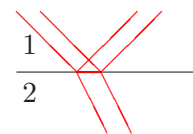
(a) Facendo riferimento ai campi definiti in figura, calcolare i rapporti $r = E_r/E_i$ e $t = E_t/E_i$. Verificare che il campo elettrico riflesso ha il verso opposto a quello incidente se $n_2 > n_1$, invece il campo elettrico trasmesso (o rifratto) è sempre concorde con quello incidente.

(b) Calcolare i coefficienti di riflessione R e di trasmissione T in funzione di n_1 ed n_2 . Verificare che $R + T = 1$.

(c) Applicare le formule trovate per calcolare T ed R nel caso di *aria-vetro* e di *acqua-vetro* ($n_{aria} = 1$, $n_{acqua} = 1.333$, $n_{vetro} = 1.5$).

Risultati

33. *Suggerimento: imporre la conservazione dell'energia che giunge su un elemento di superficie dell'interfaccia*



34. a) $R = 0.0278$; b) $\psi = \text{asin} \frac{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2} - n_1}{2} = 16.1^\circ$; c) $n_{2,\text{min}} = \sqrt{n_1^2 + 2n_1 + 2} = 2.6$

36. a) $n = \sqrt{\sin^2 \theta_i + \sin^2 \theta_u} = 1.38$; b) $\Delta t = 1.97 \text{ ns}$

37. $v_g = c \left[1 + \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m_e \omega^2} \right]^{-1}$.

38. $\omega_0 \approx 2 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$, $N \approx 4 \cdot 10^{25} \text{ particelle/m}^3$.

39. (a) $\nu_0 = 2.89 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$; (b) $n^2 = 1 + Ne^2/\varepsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2) = 1 + 1.1 \cdot 10^{27}/(\nu_0^2 - \nu^2)$ (ν misurato in Hz); (c) 1.0001, 0.9982

40. a) (*Suggerimento: imporre la condizione di continuità del campo elettrico sull'interfaccia e la conservazione dell'energia*) $r = -\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$, $t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$. b) Il coefficiente di trasmissione (riflessione) è definito come la frazione della potenza incidente trasmessa (riflessa) dalla superficie di separazione. $R = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2}$, $T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$.

c) aria-vetro: $R = 0.04$, $T = 0.96$, acqua-vetro: $R = 0.0035$, $T = 0.9965$.