

# Tutoraggio di Fisica 3

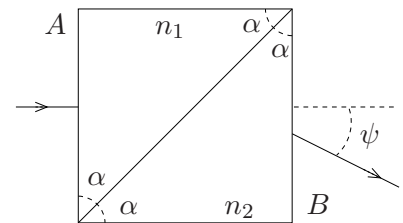
2022 – Corso B – 5

- 33** Un raggio luminoso monocromatico si propaga in un mezzo con indice di rifrazione  $n_1$  ed incide, ad angolo  $\theta_i$ , sulla superficie di separazione piana con un altro mezzo con indice  $n_2$ . Siano  $\theta_t$  l'angolo di rifrazione,  $I_i$ ,  $I_r$  e  $I_t$  le intensità, rispettivamente, dei raggi incidente, riflesso e rifratto (o trasmesso). Dimostrare che valgono le relazioni:

$$I_i = I_r + \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} I_t = I_r + \frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_2 \cos \theta_i} I_t$$

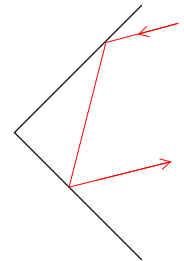
- 34** Il dispositivo mostrato in figura è formato dall'unione di due prismi retti, con  $\alpha = 45^\circ$ , e con indici di rifrazione rispettivamente  $n_1 = 1.4$  ed  $n_2 = 1.7$ . Il mezzo esterno è aria ( $n = 1$ ). Un fascio sottile di luce monocromatica incide perpendicolarmente sulla faccia  $A$  del primo prisma. Calcolare:

- il rapporto tra le intensità del raggio riflesso e di quello incidente sulla faccia  $A$ ;
- l'angolo  $\psi$  che il raggio uscente dalla faccia  $B$  forma con la normale;
- quale dovrebbe essere il minimo valore di  $n_2$  (con  $n_2 > n_1$ ,  $n_1$  fisso) affinché non ci sia il raggio uscente dalla faccia  $B$ .



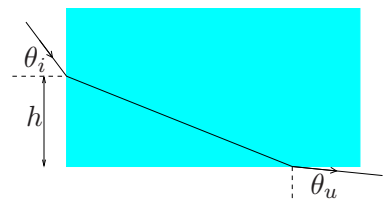
## 35 Riflettori catarifrangenti

Due specchi sono uniti tra loro ad angolo retto. Dimostrare che ogni raggio luminoso che incide sul sistema viene riflesso esattamente all'indietro, per qualunque angolo di incidenza (cioè: raggio incidente e raggio uscente sono paralleli).



- 36** Un raggio luminoso entra in un blocco di materiale trasparente con un angolo  $\theta_i = 75^\circ$  e ne esce con angolo  $\theta_u = 80^\circ$ , come mostrato in figura.

- Calcolare l'indice di rifrazione  $n$  del materiale.
- Se il raggio incide a distanza  $h = 30$  cm dallo spigolo inferiore, calcolare il tempo impiegato dalla luce ad attraversare il blocco.



- 37** Partendo dalla relazione

$$n^2 = 1 - \frac{N e^2}{m_e \epsilon_0 \omega^2},$$

valida nel caso in cui la frequenza caratteristica del mezzo  $\omega_0$  sia molto minore della frequenza della radiazione incidente, determinare la velocità di gruppo  $v_g$ , nel limite in cui  $N e^2 / (\epsilon_0 m_e \omega^2)$  sia piccolo. Verificare che tale quantità è effettivamente piccola se confrontata con l'unità nella regione dei raggi X. Confrontare la velocità di fase e la velocità di gruppo con  $c$ .

- 38** L'indice di rifrazione dell'idrogeno gassoso è, in condizioni standard,  $n = 1 + 1.400 \cdot 10^{-4}$  per  $\omega = 3.45 \cdot 10^{15}$  rad/s e  $n = 1 + 1.547 \cdot 10^{-4}$  per  $\omega = 7.42 \cdot 10^{15}$  rad/s. Supponendo che esista una sola frequenza risonante e che l'attenuazione sia trascurabile, si calcoli questa frequenza ed il numero di oscillatori atomici per unità di volume. Si confronti con il numero di molecole per unità di volume.

**39** Si consideri un gas in condizioni standard (pressione atmosferica, temperatura  $0^\circ$ ) le cui molecole si comportano come dipoli oscillanti, con una costante di richiamo  $k = 3 \cdot 10^2 \text{ kg/s}^2$ . Le particelle oscillanti sono elettroni (massa  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-28} \text{ g}$ , 1 elettrone oscillante per ogni molecola).

(a) Si calcoli la loro frequenza caratteristica.

(b) Si scriva l'indice di rifrazione in funzione della frequenza per il gas in condizioni standard.

(c) Si ottenga il valore dell'indice di rifrazione per  $\nu = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  e  $\nu = 3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ .

**40** Un fascio di luce incide, ad angolo  $\theta_i$ , sulla superficie di separazione tra due dielettrici con indici di rifrazione, rispettivamente,  $n_1$  ed  $n_2$ . Considerando separatamente i casi di polarizzazione nel piano di incidenza ( $\parallel, \pi$ ) e perpendicolare ad esso ( $\perp, \sigma$ ):

(a) dimostrare che per incidenza radente ( $\theta_i \rightarrow 90^\circ$ ) tutte le superfici lisce diventano riflettenti, cioè

$$R_{\perp, \parallel}(\theta_i \rightarrow 90^\circ) \rightarrow 1, \quad T_{\perp, \parallel}(\theta_i \rightarrow 90^\circ) \rightarrow 0$$

(Si verifica facilmente con un foglio di carta);

(b) dimostrare che, per  $n_2 < n_1$ , quando l'angolo di incidenza tende all'angolo limite l'intensità trasmessa tende a 0:

$$T_{\perp, \parallel}(\theta_i \rightarrow \theta_{lim}) \rightarrow 0, \quad R_{\perp, \parallel}(\theta_i \rightarrow \theta_{lim}) \rightarrow 1;$$

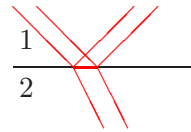
(c) ricavare  $R_{\perp, \parallel}$  e  $T_{\perp, \parallel}$  per incidenza normale calcolando il limite  $\theta_i \rightarrow 0^\circ$  delle relazioni di Fresnel;

(d) dimostrare che per incidenza normale ( $\theta_i = 0^\circ$ ) il campo elettrico riflesso ha il verso opposto (cioè la sua fase varia di  $180^\circ$ ) rispetto a quello incidente se  $n_2 > n_1$ .

## Risultati

---

**33.** Suggerimento: imporre la conservazione dell'energia che giunge su un elemento di superficie dell'interfaccia



**34.** a)  $R = 0.0278$ ; b)  $\psi = \text{asin} \frac{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2} - n_1}{2} = 16.1^\circ$ ; c)  $n_{2, \min} = \sqrt{n_1^2 + 2n_1 + 2} = 2.6$

**36.** a)  $n = \sqrt{\sin^2 \theta_i + \sin^2 \theta_u} = 1.38$ ; b)  $\Delta t = 1.97 \text{ ns}$

**37.**  $v_g = c \left[ 1 + \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m_e \omega^2} \right]^{-1}$ .

**38.**  $\omega_0 \approx 2 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$ ,  $N \approx 4 \cdot 10^{25} \text{ particelle/m}^3$ .

**39.** (a)  $\nu_0 = 2.89 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ ; (b)  $n^2 = 1 + Ne^2/\epsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2) = 1 + 1.1 \cdot 10^{27}/(\nu_0^2 - \nu^2)$  ( $\nu$  misurato in Hz); (c) 1.0001, 0.9982

**40.** (c)  $R_\perp = R_\parallel = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$ ,  $T_\perp = T_\parallel = \frac{4n_1 n_2}{(n_2 + n_1)^2}$  Suggerimento: osservare che se  $\theta_i \rightarrow 0^\circ$  anche  $\theta_t \rightarrow 0^\circ$ , ma non in modo indipendente, infatti i due angoli sono legati da...)