

Prova scritta di Metodi Matematici della Fisica

*Introduzione*

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

2 DICEMBRE 2002

Nome.....

Matricola.....

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{1 + \cos \alpha x^2}{2(x^2 + \beta^2)}$$

- dire per quali valori dei parametri reali  $\alpha$  e  $\beta$  esiste la sua trasformata di Fourier  $F(p)$ ;
- dire e motivare il comportamento di  $F(p)$  per  $p \rightarrow \infty$  senza calcolarla;
- calcolare  $F(p)$  per  $\alpha = 0$ .

2. Studiare la proprietà di analiticità della funzione

$$f(z) = \frac{\sin z}{z^2 (z - \frac{3}{2})^2}$$

e calcolare il residuo di ogni singolarità isolata.

3. Verificare che i polinomi

$$P_0(x) = \frac{1}{2} \quad , \quad P_1(x) = \frac{1}{4}\sqrt{3}x \quad , \quad P_2(x) = \frac{1}{16}\sqrt{5}(3x^2 - 4)$$

sono ortonormali nell'intervallo  $[-2,2]$  e trovare i coefficienti di Fourier della funzione

$$f(x) = \sin \pi x$$

rispetto ad essi.

Prova scritta di Metodi Matematici della Fisica

*Introduzione*

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 2

2 DICEMBRE 2002

Nome.....

Matricola.....

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{1 + \sin ax^2}{x^2 + b^2}$$

- dire per quali valori dei parametri reali  $a$  e  $b$  esiste la sua trasformata di Fourier  $F(p)$ ;
- dire e motivare il comportamento di  $F(p)$  per  $p \rightarrow \infty$  senza calcolarla;
- calcolare  $F(p)$  per  $a = 0$ .

2. Studiare la proprietà di analiticità della funzione

$$f(w) = \frac{2(\cos w - 1)}{w^3 (w + \frac{1}{2})^2}$$

e calcolare il residuo di ogni singolarità isolata.

3. Verificare che i polinomi

$$P_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad P_1(x) = \sqrt{\frac{3}{2}}x, \quad P_2(x) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}(3x^2 - 1)$$

sono ortonormali nell'intervallo  $[-1,1]$  e trovare i coefficienti di Fourier della funzione

$$f(x) = \sin \pi x$$

rispetto ad essi.