Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

22 MARZO 2004

Nome...................................

Matricola..............................

1. Calcolare l'integrale

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta}{\alpha - \sin\theta} d\theta$$

per i valori del parametro reale α per i quali I esiste.

2. Data la funzione

$$F(k) = \begin{cases} 0 & |k| > \pi \\ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(e^{-2ik} - 1\right) & |k| < \pi \end{cases}$$

dire quali sono le caratteristiche della $f(x)$ di cui $F(k)$ è trasformata di Fourier. Calcolare quindi $f(x)$ e dalla sua forma esplicita ritrovare $F(k)$.

3. Classificare le singolarità dell'equazione differenziale

$$z^2(1-z)^2 u''(z) + (2-z)(z-\alpha)(\beta - z)u'(z) + 4z(\beta - z)u(z) = 0 \ ,$$

e determinare i valori dei parametri reali α e β (con $\beta > 0$) tali che tutte le singolarità al finito siano fuchsiane. Fissati tali valori, trovare una soluzione polinomiale dell'equazione differenziale.

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 2

22 MARZO 2004

Nome.................................

Matricola.............................

1. Calcolare l'integrale

$$I = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\cos x}{b\cos x - 1} dx$$

per i valori del parametro reale b per i quali I esiste.

2. Data la funzione

$$F(k) = \begin{cases} 0 & |k| > \pi \\ \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(1 + e^{ik}\right) & |k| < \pi \end{cases}$$

dire quali sono le caratteristiche della $f(x)$ di cui $F(k)$ è trasformata di Fourier. Calcolare quindi $f(x)$ e dalla sua forma esplicita ritrovare $F(k)$.

3. Classificare le singolarità dell'equazione differenziale

$$x^2(x+1)^2 y''(x) + (x+2)(x+a)(x+b)y'(x) - 4x(x+b)y(x) = 0 \ ,$$

e determinare i valori dei parametri reali a e b (con $(b > 0)$ tali che tutte le singolarità al finito siano fuchsiane. Fissati tali valori, trovare una soluzione polinomiale dell'equazione differenziale.

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 3

22 MARZO 2004

Nome.................................

Matricola............................

1. Calcolare l'integrale

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{a - \cos x} dx$$

per i valori del parametro reale a per i quali I esiste.

2. Data la funzione

$$F(k) = \begin{cases} 0 & |k| > \pi \\ \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(1 - e^{2ik}\right) & |k| < \pi \end{cases}$$

dire quali sono le caratteristiche della $f(x)$ di cui $F(k)$ è trasformata di Fourier. Calcolare quindi $f(x)$ e dalla sua forma esplicita ritrovare $F(k)$.

3. Classificare le singolarità dell'equazione differenziale

$$w^2(1-w)^2u''(w) - (w-2)(\gamma - w)(w - \beta)u'(w) + 4w(\gamma - w)u(w) = 0 \ ,$$

e determinare i valori dei parametri reali β e γ (con $\gamma > 0$) tali che tutte le singolarità al finito siano fuchsiane. Fissati tali valori, trovare una soluzione polinomiale dell'equazione differenziale.