

Prova scritta di **METODI MATEMATICI** della **FISICA**  
*INTRODUZIONE*

Corso di Laurea in Fisica

*COMPITO 1*

19 LUGLIO 2004

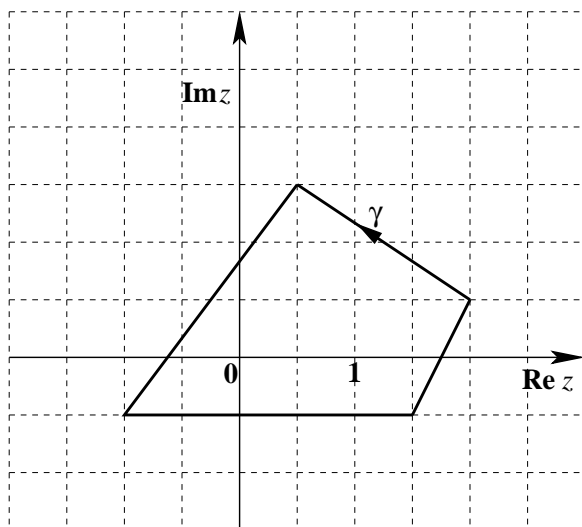
Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$\oint_{\gamma} \frac{\cotan \pi z}{(z - \frac{1}{2})^2} dz \quad ,$$

dove  $\gamma$  è il cammino indicato in figura.



2. Verificare per quali valori del parametro  $b$  il polinomio

$$P_1(x) = 2x + b$$

appartiene alla famiglia di polinomi ortogonali nell'intervallo  $[0, 1]$ , di cui

$$P_0(x) = 1 \quad \text{e} \quad P_2 = 3x^2 - 3x + \frac{1}{2}$$

sono membri. Trovare quindi lo sviluppo in serie di Fourier di questi polinomi della funzione

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x \quad \text{con} \quad x \in [0, 1] \quad .$$

N.B.: i polinomi NON SONO normalizzati a 1!

3. Data l'equazione differenziale

$$(z - a)^2(z - i)u'' - (1 + i)(1 + z)u' - (1 + i)u = 0$$

- determinare natura e posizione delle singolarità  $\forall a \in \mathbf{C}$ ;
- trovare il valore di  $a$  per cui le singolarità al finito sono tutte fuchsiane e determinare in quel caso l'andamento delle soluzioni nell'intorno dei punti singolari.

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA  
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 2

19 LUGLIO 2004

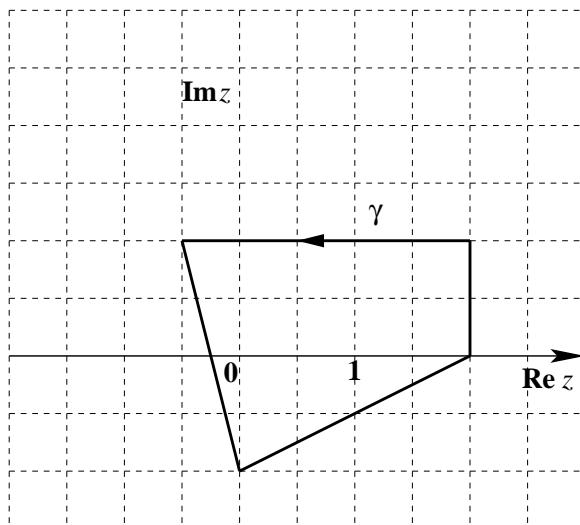
Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$\oint_{\gamma} \frac{\tan \pi z}{(z-1)^2} dz \quad ,$$

dove  $\gamma$  è il cammino indicato in figura.



2. Verificare per quali valori del parametro  $a$  il polinomio

$$P_1(x) = 2x + a$$

appartiene alla famiglia di polinomi ortogonali nell'intervallo  $[-1, 0]$ , di cui

$$P_0(x) = 1 \quad \text{e} \quad P_2 = 3x^2 + 3x + \frac{1}{2}$$

sono membri. Trovare quindi lo sviluppo in serie di Fourier di questi polinomi della funzione

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x \quad \text{con} \quad x \in [-1, 0] \quad .$$

N.B.: i polinomi NON SONO normalizzati a 1!

3. Data l'equazione differenziale

$$(z + i)(z + b)^2 u'' - (1 + i)(1 - z)u' + (1 + i)u = 0$$

- determinare natura e posizione delle singolarità  $\forall b \in \mathbf{C}$ ;
- trovare il valore di  $b$  per cui le singolarità al finito sono tutte fuchsiane e determinare in quel caso l'andamento delle soluzioni nell'intorno dei punti singolari.