

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

18 MARZO 2005

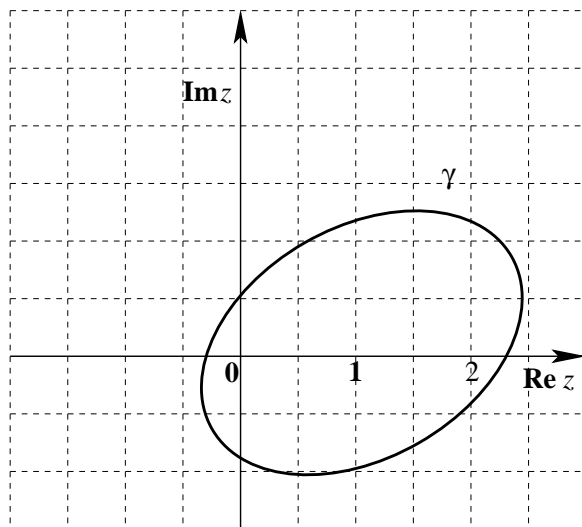
Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$\oint_{\gamma} dz z^2 \cotg \pi z$$

dove γ è il cammino indicato in figura.



2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\cos \pi \alpha x}{x^2 - \frac{1}{4}}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- dire per quali valori di α esiste la sua trasformata di Fourier $F(p)$;
- dire quali delle derivate della trasformata di Fourier

$$\frac{d^n F(p)}{d p^n}$$

esistono;

- calcolare $F(p)$ per un valore ammesso di α .

3. Verificare che l'equazione differenziale

$$4 z^2 u'' + 9 z (z + 2) u' + 12 u = 0$$

ammette una soluzione $u(z)$ che ha un polo doppio in $z = 0$.

Scelta la costante arbitraria in modo che

$$\lim_{z \rightarrow 0} z^2 u(z) = 1$$

calcolare il residuo di $u(z)$ in $z = 0$.

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 2

18 MARZO 2005

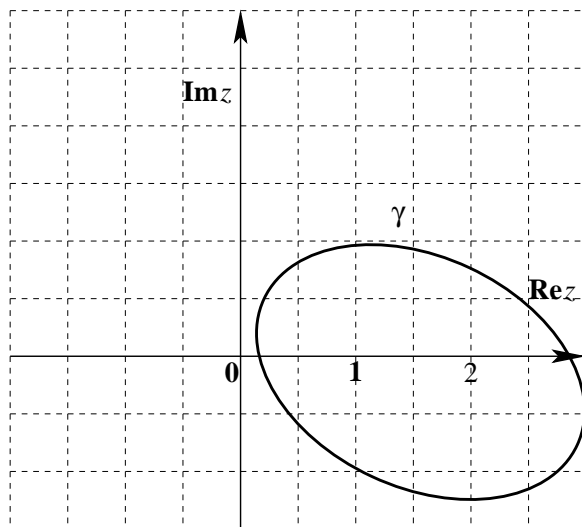
Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$\oint_{\gamma} dz \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 \operatorname{tg} \pi z$$

dove γ è il cammino indicato in figura.



2. Data la funzione

$$f(w) = \frac{\sin \pi \beta w}{w^2 - \frac{1}{4}}, \quad \beta \in \mathbb{R}$$

- dire per quali valori di β esiste la sua trasformata di Fourier $F(p)$;
- dire quali delle derivate della trasformata di Fourier

$$\frac{d^n F(p)}{d p^n}$$

esistono;

- calcolare $F(p)$ per un valore ammesso di $\beta \neq 0$.

3. Verificare che l'equazione differenziale

$$4 z^2 u'' + 7 z (z + 2) u' + 4 u = 0$$

ammette una soluzione $u(z)$ che ha un polo doppio in $z = 0$.

Scelta la costante arbitraria in modo che

$$\lim_{z \rightarrow 0} z^2 u(z) = 1$$

calcolare il residuo di $u(z)$ in $z = 0$.

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 3

18 MARZO 2005

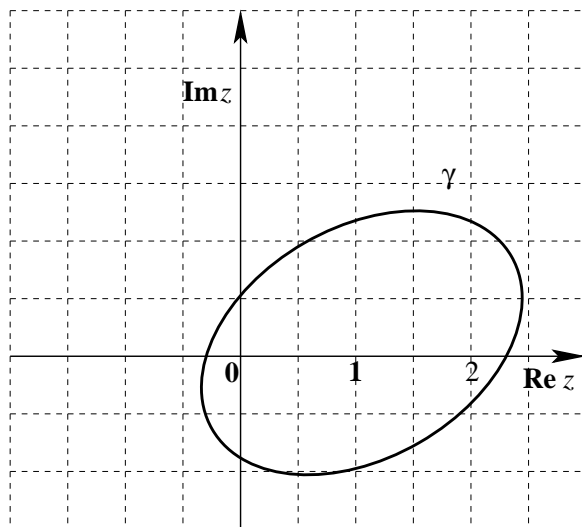
Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$\oint_{\gamma} dw (w - 1)^2 \cotg \pi w$$

dove γ è il cammino indicato in figura.



2. Data la funzione

$$f(z) = \frac{\cos bz}{z^2 - \frac{\pi^2}{4}}, \quad b \in \mathbb{R}$$

- dire per quali valori di b esiste la sua trasformata di Fourier $F(p)$;
- dire quali delle derivate della trasformata di Fourier

$$\frac{d^n F(p)}{d p^n}$$

esistono;

- calcolare $F(p)$ per un valore ammesso di b .

3. Verificare che l'equazione differenziale

$$4 z^2 u'' + 5 z (z + 2) u' - 4 u = 0$$

ammette una soluzione $u(z)$ che ha un polo doppio in $z = 0$.

Scelta la costante arbitraria in modo che

$$\lim_{z \rightarrow 0} z^2 u(z) = 1$$

calcolare il residuo di $u(z)$ in $z = 0$.

Prova scritta di METODI MATEMATICI della FISICA
INTRODUZIONE

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 4

18 MARZO 2005

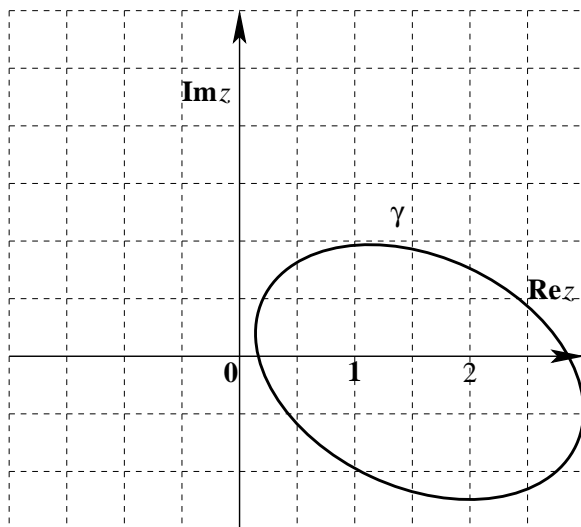
Nome.....

Matricola.....

1. Calcolare l'integrale

$$\oint_{\gamma} dw \left(w - \frac{3}{2}\right)^2 \operatorname{tg} \pi w$$

dove γ è il cammino indicato in figura.



2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sin ax}{x^2 - \frac{\pi^2}{4}}, \quad a \in \mathbb{R}$$

- dire per quali valori di a esiste la sua trasformata di Fourier $F(p)$;
- dire quali delle derivate della trasformata di Fourier

$$\frac{d^n F(p)}{d p^n}$$

esistono;

- calcolare $F(p)$ per un valore ammesso di $a \neq 0$

3. Verificare che l'equazione differenziale

$$4 z^2 u'' + 3 z (z + 2) u' - 12 u = 0$$

ammette una soluzione $u(z)$ che ha un polo doppio in $z = 0$.

Scelta la costante arbitraria in modo che

$$\lim_{z \rightarrow 0} z^2 u(z) = 1$$

calcolare il residuo di $u(z)$ in $z = 0$.