

**Metodi Matematici della Fisica**  
**22 Settembre 2003**

**Compito 1**

1.  $F(p) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} (2\pi - |p|) \theta(2\pi - |p|) e^{-ip}$  ;

$$I_0 = 0 \quad ;$$

$$I_1 = 0 \quad .$$

2. L'integrale esiste solo per

$$\alpha = \alpha_k = 2k + 1, \quad k \in \mathbf{Z};$$

$$I = -\pi \sin \frac{\pi}{2} |\alpha_k|.$$

3. La funzione è dispari e quindi lo sviluppo è del tipo:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin nx;$$

$$B_n = \frac{2}{\pi} \left[ -\frac{\pi^2}{n} (-1)^n + \frac{2}{n^3} ((-1)^n - 1) \right]$$

per ciò si ottiene

$$f(x) = \frac{2}{\pi} [(\pi^2 - 4)\sin x - \frac{\pi^2}{2}\sin 2x + (\frac{\pi^2}{3} - \frac{4}{27})\sin 3x + \dots] \quad .$$

**Compito 2**

1.  $F(p) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} (\pi - |p|) \theta(\pi - |p|) e^{-ip}$  ;

$$I_0 = 1 \quad ;$$

$$I_1 = -2i \quad .$$

2. L'integrale esiste solo per

$$\beta = \beta_k = 2k + 1, k \in \mathbf{Z};$$

$$I = -\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} |\beta_k|.$$

3.  $y(x) = -e^{-x} \sin x$ .

4. La funzione è pari e quindi lo sviluppo è del tipo:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos nx;$$

$$A_0 = \frac{2}{3} \pi^2, \quad A_n = \frac{4}{n^2} (-1)^n \quad ;$$

per ciò si ottiene

$$f(x) = \frac{1}{3} \pi^2 - 4 \cos x + \cos 2x + \dots \quad .$$