

**Metodi Matematici della Fisica**  
**19 Luglio 2004**

**Compito 1**

1.  $I = 2i(8 - \pi^2)$

2.  $b = -1$  ;  $f(x) = \frac{7}{12}P_0(x) + \frac{3}{4}P_1(x) + \frac{1}{3}P_2(x)$

3.  $z = i$  e' un punto singolare fuchsiano se  $a \neq i$ , irregolare se  $a = i$  ;  
 $z = a$  e' fuchsiano se  $a = -1$ , irregolare se  $a \neq -1$ . Fissato  $a = -1$  :

$$z = i : u_1(z) = \sum_{k=2}^{\infty} a_k(z-i)^k, u_2(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k(z-i)^k + du_1(z) \ln(z-i)$$

$$z = -1 : u_1(z) = (z+1)^i \sum_{k=0}^{\infty} a_k(z+1)^k, u_2(z) = (z+1)^{-i} \sum_{k=0}^{\infty} b_k(z+1)^k$$

**Compito 2**

1.  $I = 2i(\pi^2 - 8)$

2.  $a = 1$  ;  $f(x) = \frac{7}{12}P_0(x) - \frac{3}{4}P_1(x) + \frac{1}{3}P_2(x)$

3.  $z = -i$  e' un punto singolare fuchsiano se  $b \neq i$ , irregolare se  $b = i$  ;  
 $z = -b$  e' fuchsiano se  $b = -1$ , irregolare se  $b \neq -1$ . Fissato  $b = -1$  :

$$z = -i : u_1(z) = \sum_{k=2}^{\infty} a_k(z+i)^k, u_2(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k(z+i)^k + du_1(z) \ln(z+i)$$

$$z = 1 : u_1(z) = (z-1)^i \sum_{k=0}^{\infty} a_k(z-1)^k, u_2(z) = (z-1)^{-i} \sum_{k=0}^{\infty} b_k(z-1)^k$$