

# Determinazione delle orbite di meteoroidi nell'ambito del Progetto PRISMA



Candidato: Mattia Vottero  
Relatore: Mario Edoardo Bertaina  
Primo corelatore: Daniele Gardiol  
Secondo corelatore: Dario Barghini



UNIVERSITA  
DEGLI STUDI  
DI TORINO

# Sommario

- I bolidi e le fasi del volo
- PRISMA e reti simili
- L'obiettivo: determinare i parametri orbitali kepleriani

## **Metodo di Ceplecha:**

- Riduzione astrometrica
- Triangolazione e parametrizzazione della traiettoria
- Correzioni della velocità del bolide
- Parametri orbitali risultanti
- Verifica del metodo di Ceplecha tramite integrazione numerica

# Bolidi e fasi del volo

meteoroidi:  $d < 1\text{m}$

asteroidi:  $d > 1\text{m}$

- **moto orbitale**

(moto progrado: 11-41 km/s  
moto retrogrado: 41-72 km/s)

- **preriscaldamento**

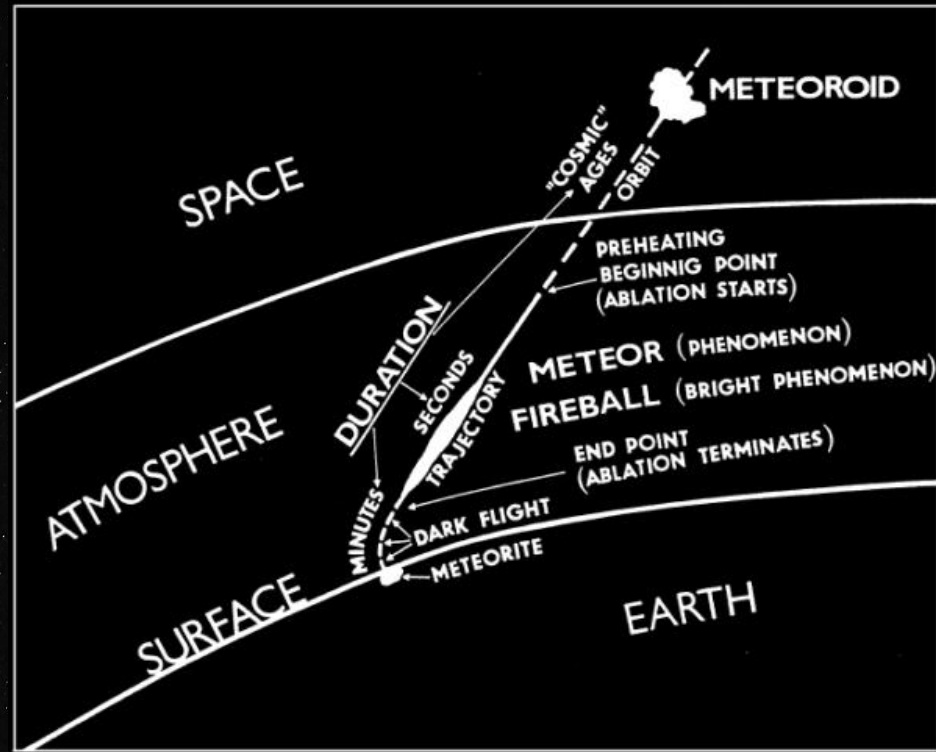
(altitudine: 100-300 km)

- **ablazione**

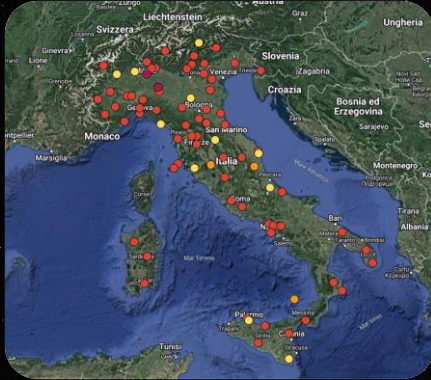
(temperatura superficiale:  $10^3$ - $10^4$  K)

- **dark flight**

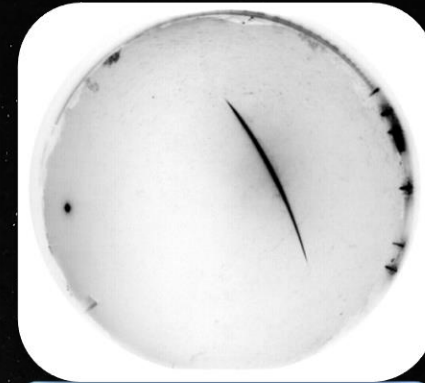
(10 km/s, 30 km di altitudine)



# Prisma e reti simili



- Harvard Meteor Project (Jacchia & Whipple 1956)
- European Fireball Network (Ceplecha 1957)
- Desert Fireball Network (DFN) (Bland 2004) (continental scale)
- Spanish Meteor Network (SPMN) (Trigo-Rodríguez et al. 2005)
- Southern Ontario All-Sky Meteor Network (Weryk et al. 2007)
- Finnish Fireball Network (FFN) (Gritsevich et al. 2014)
- French Fireball Recovery and InterPlanetary Observation Network and Meteorite Network (FRIPON) (Colas et al. 2015)
- Italian network for meteors observations and trajectory studies (**PRISMA**)  
Prima Rete Italiana per la Sorveglianza Sistemica di Meteore e Atmosfera (Gardiol, Cellino & Di Martino 2016)
- Global Fireball Observatory (Devillepoix et al. 2020)



FOV =  $2\pi$  sterad

$m_{\max} = 0$

Diag = 6 mm

Risoluzione: 1296 x 966 (1,2 Mp)

Tempo di esposizione: 1/30 s

Frame rate: 30 fps

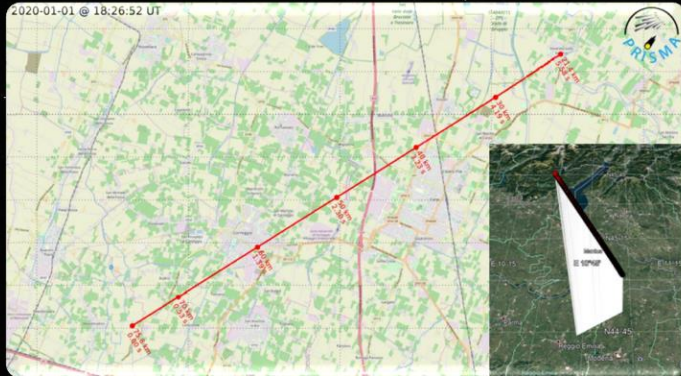
Distanza focale: 1,25 mm

Foto astrometrica:

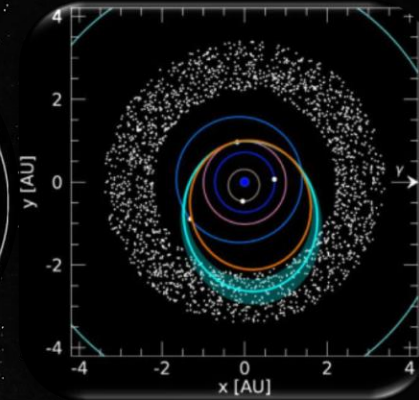
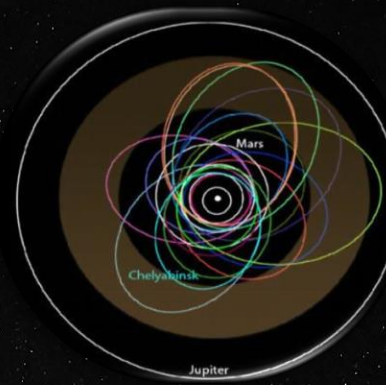
$m_{\max} = +4,5$

# Informazioni ottenute dalla traccia

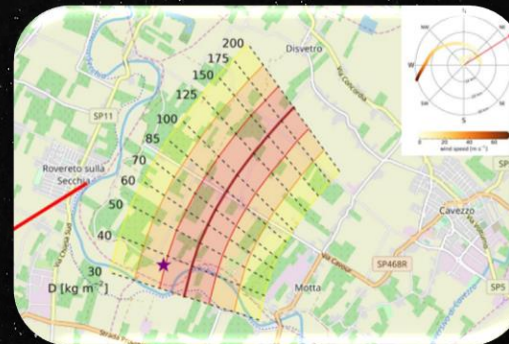
traiettoria osservata



prima della fase di volo



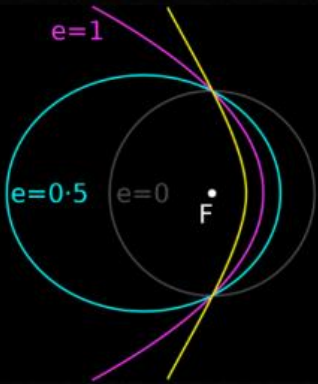
dopo la fase di volo



*Cavezzo, the first Italian meteorite recovered by the PRISMA fireball network. Orbit, trajectory, and strewn-field.*

*D. Gardiol, D. Barghini*

# Parametri orbitali kepleriani



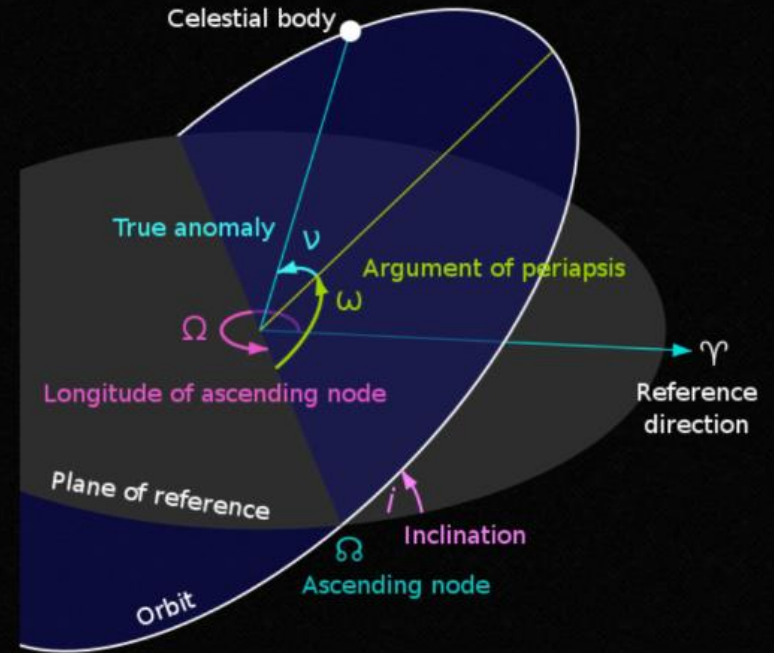
Six parameters are required to uniquely describe a two-body Keplerian orbit:

- Eccentricity ( $e$ )
- Semimajor axis ( $a$ )
- Inclination ( $i$ )
- Longitude of the ascending node ( $\Omega$ )
- Argument of periapsis ( $\omega$ )
- True anomaly ( $\theta$  or  $\nu$ ) at a given epoch

Object	Elements used
Major planet	$e, a, i, \Omega, \omega, L_0$
Comet	$e, q, i, \Omega, \omega, T_0$
Asteroid	$e, a, i, \Omega, \omega, M_0$
Two-line elements	$e, i, \Omega, \omega, n, M_0$

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta)}$$

True anomaly is often replaced by mean longitude ( $L_0$ ), time of perihelion passage ( $T_0$ ) or mean anomaly ( $M_0$ ).



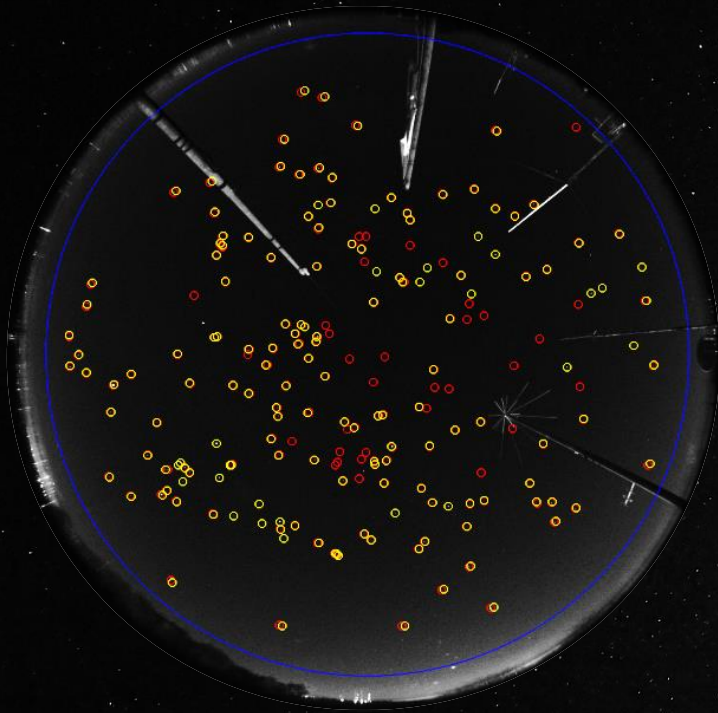
# Riduzione astrometrica

- immagini da 5s di esposizione ogni 10 minuti
- 100-200 stelle identificate in ogni fotogramma
- 4000-8000 associazioni ogni notte con riferimento a un catalogo



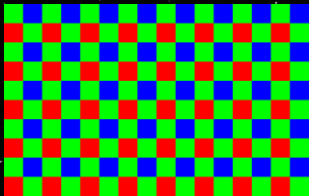
statistica mensile

Mappatura di  $(x,y)$  in  $(a,z)$

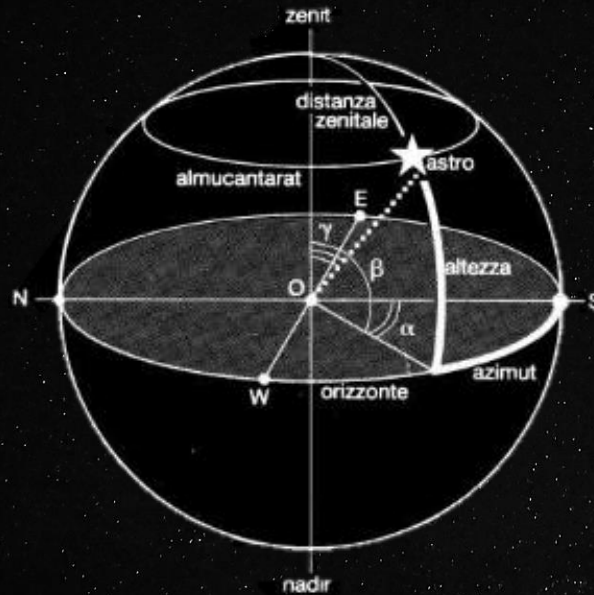


# Sistemi di riferimento

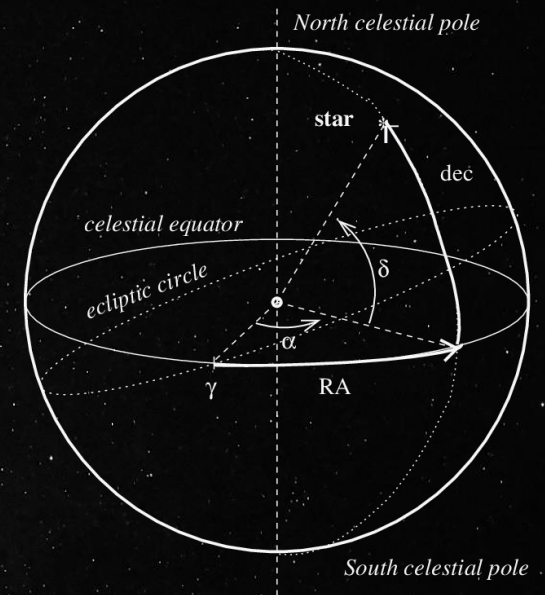
coordinate strumentali  
( $x,y$ )



coordinate orizzontali  
( $a,z$ )



coordinate equatoriali  
( $\alpha_G, \delta_G$ )



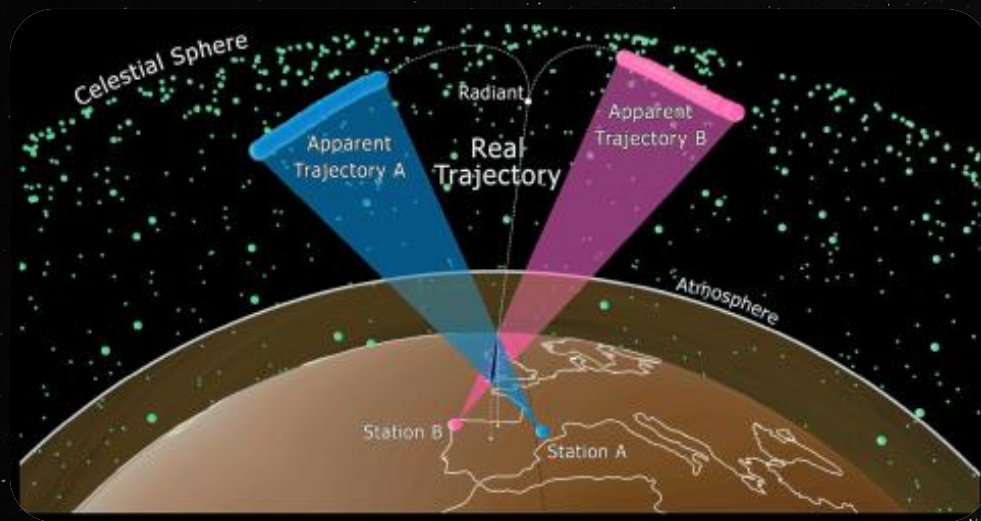


# Triangolazione e parametrizzazione della traiettoria

Metodo dei piani

Assunzione:  
modello atmosferico isoterma

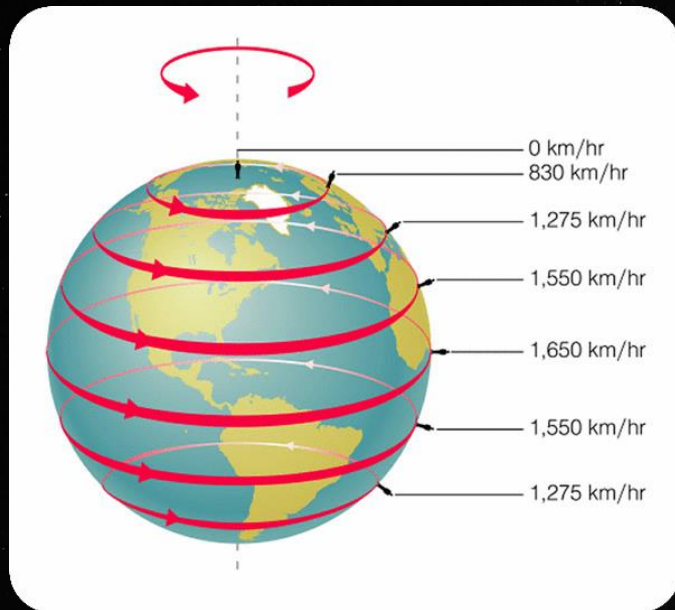
$$\rho = e^{-y}$$



radiante

# Correzione della velocità per la rotazione terrestre

Dato iniziale: vettore velocità di ingresso



Velocità corretta rispetto alla rotazione terrestre (SR ECI)

$$v_{xc} = v_x - v_E \cos \alpha_E$$

$$v_{yc} = v_y - v_E \sin \alpha_E$$

$$v_{zc} = v_z$$

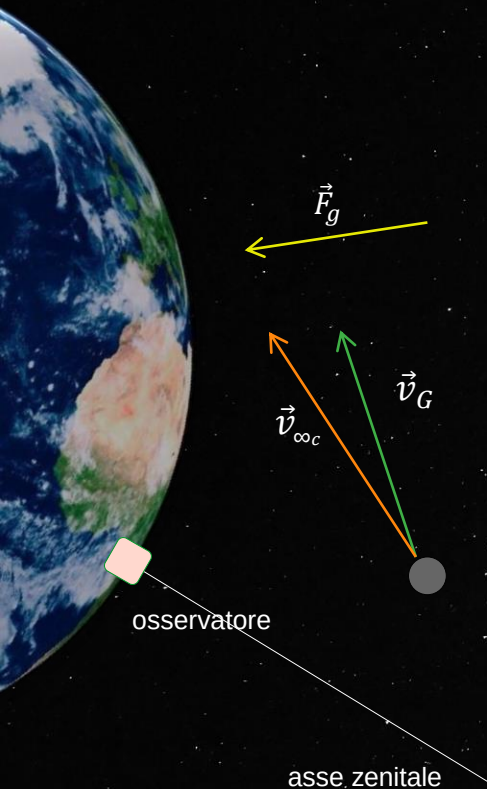
$\alpha_E$  : ascensione retta del punto est corrispondente a latitudine e longitudine

$$v_E = \frac{2\pi (R + h) \cos \varphi}{k} \quad [\text{km/s}]$$

(R+h): raggio vettore che punta al punto medio della traiettoria

# Correzione della velocità per la gravità terrestre

Velocità geocentrica corretta rispetto alla rotazione e alla gravità terrestre



modulo: 
$$v_G = \left( v_{\infty c}^2 - \frac{2GM}{R+h} \right)^{1/2}$$

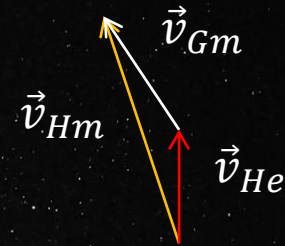
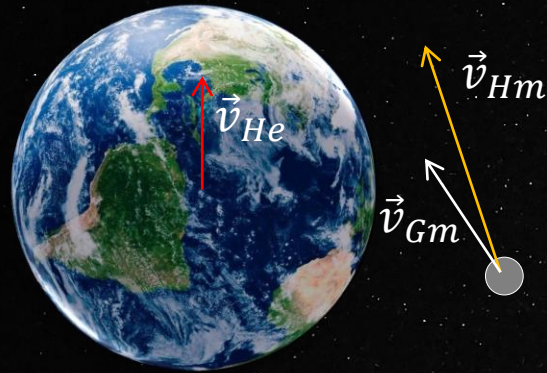
direzione e verso: 
$$z_G = z_c + \Delta z_c$$

$$\Delta z_c = 2 \arctan \left( \frac{(v_{\infty c} - v_g) \tan(z_c/2)}{(v_{\infty c} + v_g)} \right)$$

$$\cos z_c = \sin \delta_c \sin \varphi + \cos \delta_c \cos \varphi \cos (\vartheta - \alpha)$$

# Trasformazione della velocità

velocità geocentrica del meteoroido → velocità eliocentrica del meteoroido



$$\vec{v}_{Hm} = \vec{v}_{Gm} + \vec{v}_{He}$$

$\vec{v}_{He}$ : velocità eliocentrica della Terra

$\vec{v}_{Hm}$ : velocità eliocentrica del meteoroido

$\vec{v}_{Gm}$ : velocità geocentrica del meteoroido

# Parametri orbitali risultanti

$$\vec{e} = \frac{1}{GM} \left( \left( v^2 - \frac{GM}{r} \right) \vec{r} - (\vec{r} \cdot \vec{v}) \vec{v} \right)$$

$$\cos(\Omega) = \frac{h_y}{\sqrt{h_x^2 + h_y^2}}$$

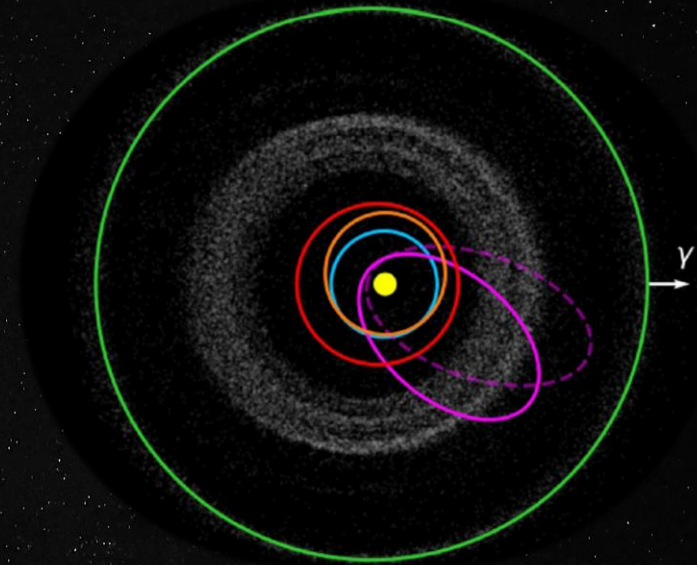
$$\cos(i) = \frac{h_z}{h}$$

$$\cos(\omega) = \frac{-h_y e_x + h_x e_y}{e \sqrt{h_x^2 + h_y^2}}$$

$$\cos(\Omega) = \frac{h_y}{\sqrt{h_x^2 + h_y^2}}$$

$$a = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{v^2}{GM}}$$

Momento angolare specifico  $\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v}$



# Conclusioni

- PRISMA
- Deduzione della traccia di un bolide
- Metodo di Ceplecha per la determinazione di orbite di meteoroidi
  - computazione del radiante
  - correzioni e trasformazioni della velocità
  - parametri risultanti
- Confronto con il metodo numerico
  - compatibilità

# Bibliografia

- Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball network  
*Zdeněk Ceplecha (1987)*
- A numerical comparison with the Ceplecha analytical meteoroid orbit determination method  
*David L. Clark, Paul A. Wiegert (2011)*
- Accurate 3D fireball trajectory and orbit calculation using the 3D-FIRETOC Python code  
*Eloy Peña-Asensio, Josep Maria Trigo-Rodríguez, Maria Gritsevich, Albert Rimola (2021)*
- Orbit determination based on meteor observations using numerical integration of equations of motion  
*Vasily Dmitriev, Valery Lupovka, Maria Gritsevich (2015)*
- Cavezzo, the first Italian meteorite recovered by the PRISMA fireball network. Orbit, trajectory, and strewn-field  
*D. Gardiol, D. Barghini (2021)*
- Astrometric calibration for all-sky cameras revisited  
*D. Gardiol, D. Barghini, A. Carbognani, S. Mancuso (2019)*
- Improving astrometry and photometry reduction for PRISMA all-sky cameras  
*D. Gardiol, D. Barghini, A. Carbognani (2019)*

# Verifica del metodo di Ceplecha tramite integrazione numerica

2011, Clark e Wiegert, University of Western Ontario

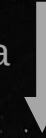
insieme di 10000 possibili stati  
al contatto con l'atmosfera



integrazione numerica

parametri orbitali  
ottenuti numericamente

traccia del bolide



metodo di Ceplecha

parametri orbitali ottenuti  
analiticamente

confronto



compatibilità tra i due metodi  
(leggera discrepanza su  $\Omega$ )



Event	Source	$a$	$e$	$i$	$\Omega$	$\omega$
EN040207	Integrated	2.3328 ± 0.0101	0.6990 ± 0.0014	6.9374 ± 0.0188	315.6638 ± 0.0000 <sup>a</sup>	252.5122 ± 0.0302 <sup>a</sup>
	Published	2.3400 ± 0.0100	0.6997 ± 0.0015	6.9200 ± 0.0200	315.6472 ± 0.0000 <sup>b</sup>	252.3300 ± 0.0300 <sup>b</sup>
	Delta	-0.0072, 0.0001	-0.0007, -0.0001	0.0174, -0.0012	0.0166, 0.0000	0.1822, 0.0002
EN060402 Neuschwanstein	Integrated	2.4042 ± 0.0161	0.6702 ± 0.0023	11.4224 ± 0.0294	16.8393 ± 0.0001 <sup>a</sup>	241.1837 ± 0.0350
	Published	2.4000 ± 0.0200	0.6700 ± 0.0020	11.4100 ± 0.0300	16.8266 ± 0.0000 <sup>b</sup>	241.2000 ± 0.0600
	Delta	0.0042, -0.0039	0.0002, 0.0003	0.0124, -0.0006	0.0126, 0.0001	-0.0163, -0.0250
EN170702	Integrated	0.9997 ± 0.0011	0.5344 ± 0.0004	14.1301 ± 0.0380	115.2047 ± 0.0000 <sup>a</sup>	303.7823 ± 0.1052
	Published	1.0002 ± 0.0011	0.5343 ± 0.0004	14.1200 ± 0.0400	115.1884 ± 0.0000 <sup>b</sup>	303.7400 ± 0.1100
	Delta	-0.0005, 0.0000	0.0001, 0.0000	0.0101, -0.0020	0.0163, 0.0000	0.0423, -0.0048
EN171101 Tur'yi Remety	Integrated	1.3269 ± 0.0043	0.4845 ± 0.0011	7.4167 ± 0.1303	235.4202 ± 0.0003 <sup>a</sup>	266.7861 ± 0.2457
	Published	1.3260 ± 0.0040	0.4844 ± 0.0011	7.4100 ± 0.1300	235.3927 ± 0.0000 <sup>b</sup>	266.8000 ± 0.2000
	Delta	0.0009, 0.0003	0.0001, 0.0000	0.0067, 0.0003	0.0274, 0.0003	-0.0139, 0.0457
EN210199	Integrated	1.7311 ± 0.0107	0.4400 ± 0.0034	17.5574 ± 0.0644	301.2945 ± 0.0002 <sup>a</sup>	197.9989 ± 0.2095
	Published	1.7300 ± 0.0110	0.4400 ± 0.0030	17.5600 ± 0.0600	301.2713 ± 0.0007 <sup>b</sup>	198.0000 ± 0.2000
	Delta	0.0011, -0.0003	0.0000, 0.0004	-0.0026, 0.0044	0.0232, -0.0005	-0.0011, 0.0095
EN231006	Integrated	2.3752 ± 0.0103 <sup>a</sup>	0.8219 ± 0.0007 <sup>a</sup>	0.5397 ± 0.0288	210.4349 ± 0.0053 <sup>a</sup>	285.8073 ± 0.0887 <sup>a</sup>
	Published	2.3900 ± 0.0100 <sup>b</sup>	0.8226 ± 0.0007	0.5300 ± 0.0300	210.2810 ± 0.0030 <sup>b</sup>	285.7100 ± 0.0900 <sup>b</sup>
	Delta	-0.0148, 0.0003	-0.0007, 0.0000	0.0097, -0.0012	0.1539, 0.0023	0.0973, -0.0013
EN280506 Legnica	Integrated	1.3927 ± 0.0006 <sup>a</sup>	0.4694 ± 0.0002	2.6020 ± 0.0097 <sup>a</sup>	67.4834 ± 0.0003 <sup>a</sup>	261.1741 ± 0.0283 <sup>a</sup>
	Published	1.3936 ± 0.0006 <sup>b</sup>	0.4691 ± 0.0003 <sup>b</sup>	2.5500 ± 0.0100 <sup>b</sup>	67.4132 ± 0.0001 <sup>b</sup>	261.1000 ± 0.0300 <sup>b</sup>
	Delta	-0.0009, 0.0000	0.0003, -0.0001	0.0520, -0.0003	0.0703, 0.0002	0.0741, -0.0017
EN290903	Integrated	2.0139 ± 0.0035 <sup>a</sup>	0.7024 ± 0.0004	6.4955 ± 0.0225	185.4732 ± 0.0000 <sup>a</sup>	268.4863 ± 0.0652 <sup>a</sup>
	Published	2.0190 ± 0.0040 <sup>b</sup>	0.7027 ± 0.0004	6.4800 ± 0.0200	185.4540 ± 0.0000 <sup>b</sup>	268.3900 ± 0.0700 <sup>b</sup>
	Delta	-0.0051, -0.0005	-0.0003, 0.0000	0.0155, 0.0025	0.0192, 0.0000	0.0962, -0.0048
EN300807	Integrated	2.5231 ± 0.0094	0.6284 ± 0.0013	11.0862 ± 0.0332	157.0897 ± 0.0001 <sup>a</sup>	215.3708 ± 0.1053 <sup>a</sup>
	Published	2.5290 ± 0.0090	0.6290 ± 0.0010	11.0600 ± 0.0300	157.0605 ± 0.0000 <sup>b</sup>	215.2500 ± 0.1100 <sup>b</sup>
	Delta	-0.0059, 0.0004	-0.0006, 0.0003	0.0262, 0.0032	0.0293, 0.0001	0.1208, -0.0047
EN310800 Vimperk	Integrated	0.7965 ± 0.0002 <sup>a</sup>	0.2962 ± 0.0003 <sup>a</sup>	16.8169 ± 0.0152 <sup>a</sup>	158.8592 ± 0.0001 <sup>a</sup>	19.0122 ± 0.0255 <sup>a</sup>
	Published	0.7969 ± 0.0002 <sup>b</sup>	0.2958 ± 0.0003 <sup>b</sup>	16.7400 ± 0.0200 <sup>b</sup>	158.8169 ± 0.0000 <sup>b</sup>	19.1300 ± 0.0300 <sup>b</sup>
	Delta	-0.0004, 0.0000	0.0004, 0.0000	0.0769, -0.0048	0.0423, 0.0001	-0.1178, -0.0045