

Capitolo 2

Principi di funzionamento del Laser

2.1 Emissione spontanea, stimolata ed assorbimento

Consideriamo due livelli energetici, 1 e 2, di un elettrone in un certo sistema quantistico (atomo, molecola, cristallo), di energie rispettivamente E_1 ed E_2 con $E_1 < E_2$. Per semplicità nei prossimi paragrafi parleremo di un atomo e supporremo che il livello 1 sia lo stato fondamentale, cioè lo stato di minima energia consentita per l'atomo, e che il sistema sia inizialmente nel livello eccitato 2. Poiché $E_2 > E_1$ l'atomo tende a decadere al livello 1. La corrispondente differenza di energia $E_2 - E_1$ deve essere ceduta dall'atomo. Quando questa energia viene liberata sotto forma di un'onda em il processo viene chiamato emissione spontanea o radiativa: esso corrisponde alla emissione di un fotone di energia:

$$h\nu = E_2 - E_1 \quad (2.1)$$

e quindi di frequenza

$$\nu = (E_2 - E_1)/h \quad (2.2)$$

come rappresentato schematicamente nella figura 2.1. La emissione radiativa è uno dei due modi secondo cui l'atomo può decadere: il decadimento, infatti, può avvenire anche per via non radiativa, nel qual caso la differenza di energia $E_2 - E_1$ viene ceduta secondo una forma diversa da un'onda em, per esempio come energia cinetica o interna degli atomi circostanti.

In un sistema formato da molti atomi uguali, nel quale, ad un certo istante, N_2 atomi per unità di volume si trovano sul livello 2, la probabilità di

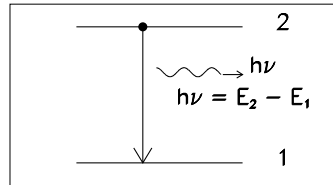


Figura 2.1:

decadimento per emissione spontanea per unità di tempo e di volume, ovvero la velocità di decadimento per unità di volume, è data dalla relazione:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{spont} = -AN_2 \quad (2.3)$$

dove N_2 è il numero di atomi nello stato 2 per unità di volume e il coefficiente A è chiamato *probabilità per unità di tempo o densità di probabilità di emissione spontanea del singolo atomo* e prende anche il nome di *coefficiente A di Einstein*. Chiamando *vita media per emissione spontanea*, τ_{sp} , l'intervallo di tempo dopo il quale la probabilità di trovare il singolo atomo sul livello 2 (ovvero dopo il quale il numero di atomi sul livello 2) si è ridotto (ridotto) di un fattore $1/e$ (e = numero di Nepero), a causa del processo di emissione spontanea, il coefficiente di Einstein è l'inverso della vita media:

$$A = 1/\tau_{spont} \quad (2.4)$$

Consideriamo ora ancora la situazione in cui l'atomo si trova nello stato 2, ma è investito da un'onda E.M. di frequenza ν , uguale alla frequenza atomica (2.2). C'è una probabilità finita che l'onda forzi l'atomo ad effettuare la transizione $2 \rightarrow 1$ (*emissione stimolata*), mediante l'emissione di un'onda E.M. che si aggiunge a quella incidente, come rappresentato schematicamente in figura 2.2.

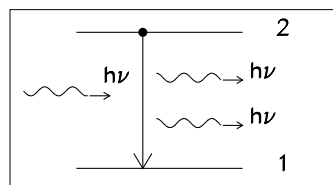


Figura 2.2:

C'è una differenza sostanziale rispetto al caso dell'emissione spontanea, in cui l'onda emessa da un atomo non ha nessuna relazione di fase

definita con quella emessa da un altro atomo e può essere emessa in qualsiasi direzione. **Nell' emissione stimolata, poichè il processo è forzato dall' onda E.M. incidente, l'emissione di ogni atomo avviene in fase con l' onda incidente e nella stessa direzione.** Possiamo anche in questo caso scrivere:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{stim} = -W_{21}N_2 \quad (2.5)$$

dove W_{21} è detta *densità di probabilità di transizione stimolata del singolo atomo*. W_{21} dipende dall' intensità dell' onda incidente tramite la relazione:

$$W_{21} = \sigma_{21}F \quad (2.6)$$

dove F è il flusso di fotoni dell' onda incidente e σ_{21} è la *sezione d' urto per emissione stimolata*, cioè la probabilità di transizione stimolata per singolo fotone incidente e per singolo atomo. Il flusso F si misura in *numero di fotoni* $cm^{-2} s^{-1}$, σ_{21} si misura in cm^2 ; di solito si usa il suo sottomultiplo *barn*: $1 barn = 10^{-24} cm^2$.

Consideriamo, infine, il processo di *assorbimento*, sempre fra i due livelli 1 e 2: in esso il sistema, che si trova inizialmente nello stato fondamentale 1, assorbe un fotone incidente di frequenza ν , pari alla frequenza atomica, e si porta sul livello eccitato 2, come schematizzato in figura 2.3.

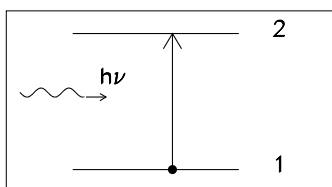


Figura 2.3:

Si può scrivere:

$$\left(\frac{dN_1}{dt}\right) = -W_{12}N_1 \quad (2.7)$$

dove W_{12} è la *probabilità di assorbimento per unità di tempo o velocità di assorbimento* e si è indicato con N_1 il numero di atomi nello stato 1 per unità di volume, e dove

$$W_{12} = \sigma_{12}F \quad (2.8)$$

con σ_{12} è la *sezione d'urto di assorbimento*. All'inizio del ventesimo secolo Einstein ha dimostrato che (per livelli non degeneri):

$$\sigma_{21} = \sigma_{12} = \sigma \quad (2.9)$$

Il numero di atomi per unità di volume in un certo livello, N , verrà chiamato la *popolazione* di quel livello. Nel sistema S.I. N è espresso in (*numero di stati*) m^{-3} ed assume solitamente valori molto elevati, da $\sim 10^{15} m^{-3}$ a $\sim 10^{27} m^{-3}$. Abitualmente ci si riferisce, per praticità, ad $1 cm^3$ come unità di volume e, conseguentemente, N varia da $\sim 10^9 cm^{-3}$ a $\sim 10^{21} cm^{-3}$.

2.2 Concetto fisico del laser

Consideriamo ora un'onda piana di intensità (numero di fotoni equivalenti) $I = h\nu F$, che viaggia in un certo materiale, lungo l'asse z , e siano N_1 e N_2 le popolazioni degli atomi nei livelli 1 e 2 dello stesso materiale. La frequenza ν dell'onda piana sia pari alla frequenza atomica del materiale, cioè sia $h\nu = E_2 - E_1$. L'intensità dell'onda subirà una variazione $dI = h\nu dF$ man mano che questa si propaga nel mezzo (vedi figura 2.4).

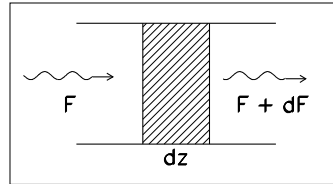


Figura 2.4:

Consideriamo solo i processi di emissione stimolata, che per ogni fotone incidente “aggiunge” un altro fotone nella stessa direzione di quello incidente, e di assorbimento che “toglie” un fotone incidente. Il numero di fotoni aggiunti e tolti, per unità di tempo, è dato dalle (2.5) e (2.7), cambiate di segno. Ricordando le (2.6) e (2.8), si ha che:

$$dF = \sigma F(N_2 - N_1)dz \quad (2.10)$$

e si vede che il materiale si comporta come un *amplificatore* ($dF/dz > 0$) se $N_2 > N_1$, mentre si comporta come un *assorbitore* ($dF/dz < 0$) se $N_2 < N_1$. Basta ricordare che le popolazioni dei livelli sono descritte, nel caso dell'equilibrio termico, dalla statistica di Boltzmann:

$$\frac{N_2^e}{N_1^e} = e^{-\frac{(E_2 - E_1)}{kT}} \quad (2.11)$$

dove si sono indicate con N_1^e e N_2^e le popolazioni dei due livelli all'equilibrio, per capire che, in caso di equilibrio termico, $N_2 < N_1$ e quindi il materiale agisce come un assorbitore. Per $E_2 - E_1 = 1 \text{ eV}$, caso delle transizioni ottiche, $N_2^e/N_1^e \sim 10^{-18}$ a temperatura ambiente.

Se si riesce a raggiungere una condizione di non equilibrio per cui c' è una *inversione di popolazione*, cioè una situazione in cui le popolazioni dei due livelli soddisfano alla condizione $N_2 > N_1$, che è l'inversa di quella all'equilibrio termodinamico, il materiale agirà come un amplificatore alla frequenza ν .

Un materiale con un'inversione di popolazione verrà detto *materiale attivo*. Se la separazione in energia $E_2 - E_1$ fra i due livelli in esame corrisponde ad una frequenza ν nel campo delle microonde, l'amplificatore così ottenuto si chiama amplificatore MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation). Se, invece, la frequenza ν cade nel campo delle frequenze ottiche, l'amplificatore così ottenuto si chiama amplificatore LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation).

Per ottenere un oscillatore, cioè un generatore di radiazione, da un amplificatore, che non genera radiazione ma la amplifica solamente, è necessario introdurre una controreazione positiva; nel caso del laser essa viene ottenuta di solito ponendo il materiale attivo tra due specchi, ad esempio piani e paralleli come indicato in figura 2.5, dotati di alta riflettività. Un'onda piana

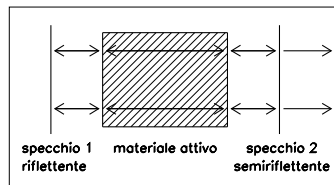


Figura 2.5:

di frequenza ν nel visibile viaggerà avanti e indietro attraverso il materiale attivo e verrà amplificata ad ogni passaggio. Parte della luce potrà venire estratta se uno degli specchi è semitrasparente, come lo specchio 2 in figura 2.5. Si avrà oscillazione, cioè generazione di radiazione, quando l'inversione $N_2 - N_1$ è tale che il guadagno per passaggio nel materiale attivo compensi le perdite per passaggio, ad esempio le perdite allo specchio 2 semiriflettente.

Si può verificare subito che esiste una condizione di soglia per il funzionamento del laser. Dette R_1 e R_2 le riflettanze dei due specchi ed l la lunghezza del materiale attivo, deve essere per la soglia:

$$R_1 R_2 e^{2\sigma(N_2 - N_1)l} = 1 \quad (2.12)$$

dove $e^{2\sigma(N_2-N_1)l}$ rappresenta il guadagno per il doppio passaggio (rapporto tra il numero di fotoni presenti dopo il doppio passaggio e quello iniziale) e R_1R_2 rappresenta la perdita nel doppio passaggio, dovuta alle trasmittanze degli specchi. Si osservi che la trasmittanza dello specchio 2, semiriflettente, è l'elemento che permette di estrarre un fascio laser utilizzabile al di fuori della cavità formata dai due specchi: $(1 - R_2)$ rappresenta la frazione di energia (ovvero di fotoni) che non viene riflessa indietro nella cavità.

Dalla (2.12) si vede che la soglia viene raggiunta quando l'inversione di popolazione $N_2 - N_1$ raggiunge un valore critico, detto *inversione critica*. Essa corrisponde alla situazione in cui le perdite per doppio passaggio equilibrano il guadagno corrispondente. Una volta raggiunta l'inversione critica l'oscillazione parte per effetto dell'emissione spontanea da parte degli atomi del materiale attivo.

2.3 Proprietà del fascio laser

Le caratteristiche più peculiari del fascio di uscita di un laser sono:

- Monocromaticità

Tale proprietà è una conseguenza di due fatti concomitanti: solo un'onda E.M. di frequenza data dalla (2.2) può essere amplificata e, costituendo i due specchi una cavità risonante, si potrà avere oscillazione solo alle frequenze caratteristiche di risonanza della cavità. La seconda circostanza porta ad una larghezza di riga del laser molto minore (anche 10 ordini di grandezza per cavità ultrastabili) della normale larghezza della transizione $2 \rightarrow 1$, così come osservata nella emissione spontanea.

- Coerenza

Ricordiamo che si suole parlare di *coerenza spaziale* e *coerenza temporale*.

- Coerenza spaziale.

Dati due punti P_1 e P_2 del fronte d'onda al tempo t_0 di un'onda E.M., si indichino con E_1 e E_2 i rispettivi campi elettrici. Per definizione di fronte d'onda, la differenza di fase tra i due campi elettrici al tempo t_0 sarà zero. Se tale differenza di fase rimane zero a qualsiasi istante t , i due punti si diranno coerenti. Se questo avviene qualunque siano i due punti sul fronte d'onda, si dirà che l'onda E.M. possiede *coerenza spaziale perfetta*. In realtà per un

qualsiasi punto P_1 il punto P_2 deve essere contenuto entro un'area finita S contenente P_1 . In questo caso si dirà che l'onda possiede *coerenza spaziale parziale* e per ogni punto P si può introdurre un'area di coerenza opportunamente definita.

– Coerenza temporale.

In un generico punto P dello spazio si consideri il campo elettrico dell'onda E.M. al tempo t ed al tempo $(t + \tau)$. Se la differenza di fase tra $E(t)$ ed $E(t + \tau)$ rimane costante per qualunque t e se questo avviene per $0 \leq \tau \leq \tau_0$, si dirà che l'onda E.M. possiede *coerenza temporale parziale* con un *tempo di coerenza* pari a τ_0 ; se, invece, la differenza di fase rimane costante anche per qualunque valore di τ , si dice che l'onda E.M. possiede *coerenza temporale perfetta*. Un esempio di onda E.M. coerente per un tempo τ_0 è indicato in figura 2.6: in essa è rappresentato un campo elettrico di tipo sinusoidale con salti di fase ad ogni intervallo di tempo in media pari a τ_0 .

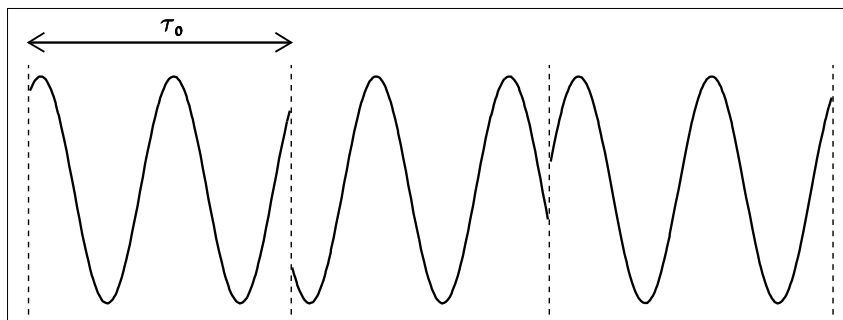


Figura 2.6:

È bene notare che i due concetti di coerenza spaziale e temporale sono distinti e che, ad esempio, un'onda E.M. può possedere una parziale coerenza temporale pur essendo perfettamente coerente da un punto di vista spaziale. Se, infatti, la stessa onda di figura 2.6 rappresenta sia il campo elettrico in P_1 che in P_2 del fronte d'onda, l'onda E.M. sarà spazialmente coerente pur essendo parzialmente coerente da un punto di vista temporale.

- Direzionalità

Questa proprietà è una conseguenza del fatto che il materiale attivo è posto essenzialmente in una cavità risonante costituita da due specchi.

Infatti, solo un' onda E.M. che si propaghi nella direzione ortogonale agli specchi (o in una direzione ad essa molto vicina) potrà oscillare. Consideriamo dapprima un fascio laser che possieda coerenza spaziale perfetta. La divergenza intrinseca di un fascio laser, dovuta alla diffrazione di un fascio elettromagnetico di sezione trasversa (circolare) finita, è data dal rapporto $\theta_d = \beta\lambda/D$, dove θ_d è l'angolo di divergenza indicato in figura 2.7, λ è la lunghezza d'onda della radiazione, D è il diametro del fascio luminoso e β è un fattore numerico dell'ordine dell'unità che dipende dalla forma della distribuzione di ampiezza e da come vengono definiti la divergenza e il diametro del fascio. In

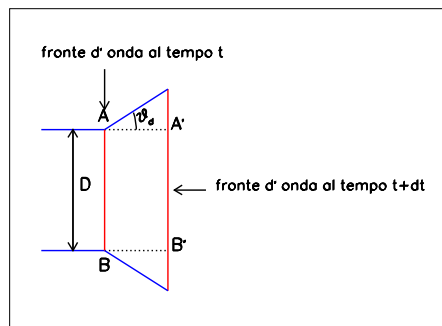


Figura 2.7:

questo caso si parla di un fascio laser limitato per diffrazione. Se si considera un fascio laser con lunghezza d'onda $\lambda = 630 \text{ nm}$ (rosso) e con diametro pari a 3 mm , si ottiene, per $\beta = 1$, $\theta_d \sim 2 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$, ovvero un incremento del diametro pari a $2 \cdot 0.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ per ogni metro di propagazione, valore estremamente piccolo!

Se il fascio laser è solo parzialmente coerente dal punto di vista spaziale, l'area di coerenza S si comporta come elemento diffrangente per cui la divergenza del fascio risulta essere $\theta_d = \beta\lambda/S^{1/2}$, maggiore di quella di un fascio laser limitato per diffrazione.

La direzionalità del fascio luminoso che emerge da una cavità laser aumenta, poi, con la lunghezza della cavità stessa per ragioni geometriche.

- Brillanza

Ricordiamo ancora che si definisce *brillanza* la potenza emessa da una sorgente di onde E.M. per unità di superficie e per unità di angolo solido. Più precisamente: $dP = B \cos\theta dS d\Omega$, dove dP è la potenza emessa da un elemento di superficie dS entro l'angolo solido $d\Omega$ centrato all'angolo θ rispetto alla normale all'elemento di superficie. Per

una sorgente isotropa, o da Lambert, la brillantezza B è una costante. In genere, B può dipendere da θ . Un fascio laser ha una brillantezza molto grande come conseguenza del fatto che il fascio è collimato. Al limite, B per un fascio laser ideale potrebbe essere assimilata ad una δ di Dirac.

- Breve durata di impulso

Utilizzando la tecnica dell' *agganciamento di fase dei modi* che verrà descritta più avanti, è possibile produrre impulsi luminosi di durata pari all' incirca all' inverso della larghezza di riga della transizione laser $2 \rightarrow 1$. Per i laser a gas questo vuol dire riuscire a produrre impulsi luminosi di durata $0.1 - 1 \text{ ns}$ non particolarmente corta e confrontabile con gli impulsi luminosi prodotti da lampade a flash. Per laser a liquido e a stato solido, che presentano larghezze di riga $10^5 - 10^6$ volte maggiori di quelle dei laser a gas si possono generare impulsi luminosi di durata dell' ordine della decina di fs. La proprietà di corta durata, che implica una concentrazione di energia nel tempo, può essere considerata come la controparte della monocromaticità, che implica una concentrazione dell' energia in termini di lunghezza d' onda. La corta durata, tuttavia, può essere considerata come una proprietà meno importante della monocromaticità: mentre, in linea di principio, tutti i laser possono essere resi estremamente monocromatici (operando sulla cavità), solo laser con una grande larghezza di riga possono produrre impulsi di durata molto breve.

2.4 Inversione di popolazione

Resta a questo punto da vedere come si riesca a generare una inversione di popolazione. La prima idea che potrebbe venire in mente per generare una inversione di popolazione è di investire il sistema a due livelli con una intensa onda E.M. a frequenza ν data dalla (2.2). Infatti, siccome all' equilibrio termodinamico ci sono più atomi sul livello 1 che sul livello 2, prevarrà il fenomeno dell' assorbimento su quello dell' emissione stimolata. Quindi l' onda E.M. porterebbe più atomi dal livello 1 al livello 2 che non dal livello 2 al livello 1 e si potrebbe in questo modo sperare di produrre una inversione di popolazione. Si vede, però, subito che un tale sistema non può funzionare, almeno in regime continuo. Al momento, infatti che si raggiunga la equalizzazione delle due popolazioni, cioè $N_1 = N_2$, si vede dalla (2.10) che vengono a bilanciarsi i fenomeni di assorbimento ed emissione stimolata ed il materiale diventa trasparente (cioè il numero di fotoni assorbiti per unità di tempo

è uguale al numero di fotoni emessi per emissione stimolata). Utilizzando dunque solo i due livelli 1 e 2 non è possibile generare tra essi una inversione di popolazione.

Per poter realizzare l' inversione è necessario operare con dei sistemi atomici (e non solo atomici) per i quali sia possibile utilizzare tre o più livelli e si parlerà di laser a tre o quattro livelli a seconda del numero di livelli utilizzati. Lo schema di principio di operazione di tali sistemi è riportato in figura 2.8. Nel laser a tre livelli si portano, in maniera opportuna, atomi

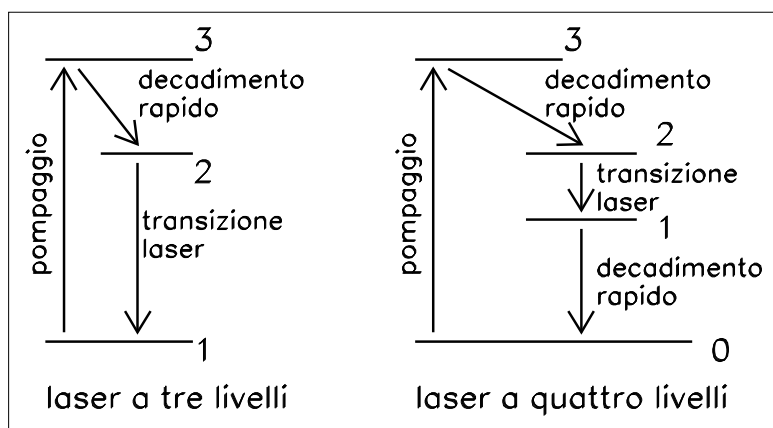


Figura 2.8:

dal livello 1 al livello 3; se il materiale in esame è tale che, una volta che un atomo sia portato sul livello 3, esso decada rapidamente sul livello 2, si potrà in questo modo ottenere una inversione di popolazione tra i livelli 1 e 2.

È più facile ottenere l' inversione di popolazione in un laser a quattro livelli che in uno a tre livelli. Per comprendere il motivo di ciò, si deve notare, innanzi tutto, che le differenze di energia tra tutti i livelli in esame corrispondono a frequenze nel campo ottico; dalla statistica di Boltzmann (2.11) si ricava che, all' equilibrio termodinamico, tutti gli atomi sono praticamente sul livello energetico più basso, essendo le differenze di energia $E_2 - E_1$ molto maggiori di kT (a temperature ordinarie). Se perciò chiamiamo N il numero di atomi per unità di volume, in condizioni di equilibrio essi si troveranno tutti sul livello 1. Cominciamo ora a portare atomi dal livello 1 al 3. Essi si riverseranno subito su 2 e, se il decadimento fra 3 e 2 è sufficientemente rapido, il livello 3 sarà sempre praticamente vuoto. In queste condizioni occorrerà innanzi tutto portare sul livello 2 metà degli atomi N .

Da questo punto in poi, un qualsiasi altro atomo che venga portato dal livello 1 al livello 3 sarà utile ai fini dell' inversione di popolazione.

Nel caso del laser a quattro livelli, essendo anche il livello 1 vuoto, il primo atomo che venga portato sul livello 3 e quindi sul livello 2 produrrà subito una inversione di popolazione fra i livelli 1 e 2. Perché poi il sistema a quattro livelli continui a funzionare come tale durante l' azione laser, occorre che anche la transizione fra 1 e 0 sia molto rapida. Infatti, durante l' azione laser, gli atomi si riportano dal livello 2 sul livello 1, da cui è necessario che siano rimossi rapidamente se si vuole continuare a tenere spopolato il livello 1. Ottimi candidati per funzionare come materiali attivi laser saranno perciò quei materiali per i quali le condizioni imposte per le varie transizioni siano verificate.

La discussione precedente indica che, quando possibile, e' piu' conveniente cercare materiali attivi che operino secondo uno schema a 4 livelli piuttosto che a 3 livelli, cosi' come si puo' pensare di usare schemi con piu' di 4 livelli. Bisogna osservare che il termine 4 livelli viene usato per ogni laser nel quale il livello piu' basso della transizione laser e' essenzialmente vuoto poiche' si trova al di sopra dello stato fondamentale di molti kT . Allora se i livelli 2 e 3 sono lo stesso livello, si ha uno schema a 4 livelli nel senso suddetto, pur avendo solo 3 livelli.

Di recente ha assunto notevole importanza una nuova categoria di laser, i cosiddetti *laser a quasi tre livelli*. In questo caso lo stato fondamentale e' costituito da un insieme di molti sottolivelli fitti e il livello 1 della transizione laser e' uno di questi sottolivelli. Per questi laser vale lo schema della figura 2.8 b), dove il livello 1 e' un sottolivello dello stato fondamentale e il livello 0 e' il piu' basso dei sottolivelli del livello fondamentale. Se i sottolivelli dello stato fondamentale sono accoppiati da processi di decadimento, per esempio non radiativi, le popolazioni di tali sottolivelli sono sempre in equilibrio termico. Se la separazione energetica dei livelli 1 e 0 e' confrontabile con kT , c' e' sempre una popolazione non nulla sul livello 1 e il laser si comporta in una maniera intermedia tra gli schemi a 3 e 4 livelli.

Il processo con cui atomi vengono portati da 1 a 3 (per i tre livelli) e da 0 a 3 (per i quattro livelli) è detto *pompaggio*.