

ESERCIZI SU FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA

Esercizio N.1

Determinare la parte immaginaria e la parte reale della funzione

$$f(z) = \frac{1}{z}$$

- **Soluzione**

$$f(z) = \frac{1}{z} = \frac{1}{x + iy} = \frac{x - iy}{x^2 + y^2}$$

da cui si deduce che

$$u(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad v(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2} \quad .$$

Esercizio N.2

Determinare la parte immaginaria e la parte reale della funzione

$$f(z) = z^3$$

- **Soluzione**

$$f(z) = z^3 = (x + iy)^3 = x^3 + 3ix^2y - 3xy^2 - iy^3$$

quindi

$$u(x, y) = x^3 - 3xy^2, \quad v(x, y) = 3x^2y - y^3 \quad .$$

Esercizio N.3

Determinare la parte immaginaria e la parte reale della funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z^*)^2}$$

• **Soluzione**

$$f(z) = \frac{1}{(z^*)^2} = \frac{1}{(x - iy)^2} = \frac{(x + iy)^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

da cui si deduce che

$$u(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad v(x, y) = \frac{2ixy}{(x^2 + y^2)^2} .$$