

ESERCIZI SULLE SERIE IN CAMPO COMPLESSO

Esercizio N.1

Si determini il raggio di convergenza della serie

$$\frac{1}{1-z} = \sum_{k=0}^{\infty} z^k$$

- **Soluzione**

Poichè $a_k = 1$, il raggio di convergenza è:

$$\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{1} \right| = 1 \quad .$$

Esercizio N.2

Si determini il raggio di convergenza della serie

$$e^z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!}$$

- **Soluzione**

Dal fatto che $a_k = 1/k!$, segue che il suo raggio di convergenza è:

$$\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{(k+1)!}{k!} = \infty \quad ,$$

cioè la serie converge in tutto il piano complesso.

Esercizio N.3

Si determini il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} k! z^k$$

- **Soluzione**

Poichè $a_k = k!$, il raggio di convergenza è:

$$\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k!}{(k+1)!} = 0 \quad ,$$

cioè la serie diverge in tutto il piano complesso, origine esclusa. L'espressione della serie è quindi priva di significato.

Esercizio N.4

Si determini il raggio di convergenza della serie

$$\sin z = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

- **Soluzione**

Esercizio N.5

Si determini il raggio di convergenza della serie

$$\cos z = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{z^{2k}}{(2k)!}$$

- **Soluzione**