Chapter 4

La Fissione Nucleare: Fisica,Energetica,Applicazioni

4.1 Fissione

La fisica nucleare ebbe grande sviluppo negli anni ′30 a partire dal 1932 quando Chadwick scopri' il neutrone e da quel momento incominciarono le applicazioni. Fermi, in Italia, fu uno dei primi a studiarne le proprieta' ed a intuirne le possibilita' di impiego. Nel 1938 Fermi ricevette il premio Nobel; nel 1939 Meitner e Frisch, studiando i frammenti prodotti in seguito alla cattura neutronica dall'uranio, spiegarono che i nuclei di uranio dopo la cattura neutronica diventavano molto instabili e che si dividevano praticamente a meta' o subivano *fissione*,(termine mutuato dalla biologia per indicare la separazione in due di una cellula), rilasciando una grande quantita' di energia. Da allora la fissione nucleare, per le sue applicazioni utili o dannose, e' entrata nella vita degli uomini e gioca un ruolo preminente in molti processi tecnici come anche decisioni politiche.

4.1.1 Reazioni di fissione

La preferenza dei nuclei pesanti per la fissione si capisce immediatamente se si considera l'energia di legame per nucleone, Figura **??**.
Un nucleo pesante nella regione dell'Uranio ha una energia di legame di circa 7.6 MeV/nucleone. Se ^{238}U si dividesse in due frammenti uguali con A=119, la loro energia di legame per nucleone sarebbe di 8.5MeV. Passare ad una condizione in cui i nucleoni sono piu' legati, significa rilasciare dell'energia; cioe' l'energia cambia da un nucleo legato ^{238}U con 238 $\times$ (-7.6) = -1809 MeV di energia a due nuclei legati ^{119}Pd$_{46}$ con 2$\times$ 119 $\times$ (-8.5) = -2033 MeV. Per conservare l'energia, lo stato finale deve includere un extra di 214 MeV, che puo' apparire in varie forme (neutroni, emissione β e γ dai frammenti), ma che appare primariamente, ($\sim$80%), come energia cinetica

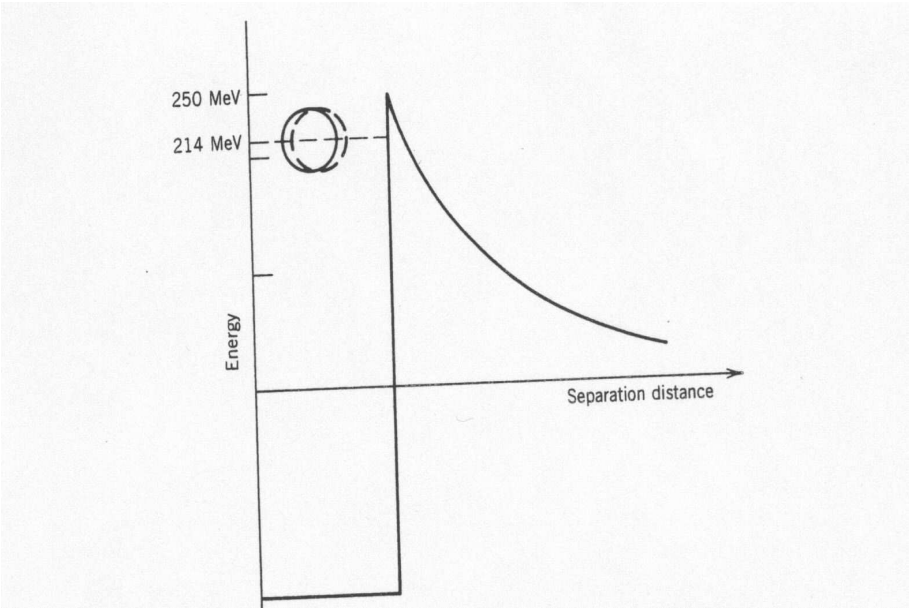

Figure 4.1: Barriera potenziale U-238 con i due frammenti

dei frammenti acquisita per la repulsione Coulombiana che li separa velocemente. Nel calcolare le probabilita' di decadimento, c'e' un termine che dipende dall'energia rilasciata: maggiore energia e' rilasciata piu' sono i modi, (spazio delle fasi), con cui i prodotti del decadimento possono suddividersi l'energia, maggiore e' il numero di stati finali in cui decadere e quindi maggiore la probabilita' di decadere.
Con un cosi' grande ammontare di energia rilasciata, la fissione sarebbe il mezzo favorito dei nuclei pesanti per risalire la curva dell'energia di legame.Ma benche' il decadimento mediante fissione esista, esso non e' cosi' probabile come potrebbe apparire, non compete ad esempio favorevolmente con il decadimento spontaneo α del ^{238}U ($t_{1/2}$=4.5 $\times$ 10^9 y), mentre il tempo di dimezzamento per fissione e' di circa 10^{16} y, e non diventa un processo di decadimento importante se non per i nuclei di massa 250 e oltre. Cio' che inibisce il processo di fissione e' la barriera di potenziale, che peraltro inibisce anche il decadimento α. Dividendo il nucleo dell'^{238}U in due frammenti identici che siano in contatto con superficiale (separazione = R_1 + R_2 dove R_1=R_2= 1.25 $(119)^{1/3}$ = 6.1 fm), la barriera Coulombiana vale

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} = (1.44 MeV \cdot fm)\frac{(46)^2}{12.2 fm} = 250 MeV \tag{4.1}$$

Se si prende come ZERO della scala di energia l'energia a riposo dei due frammenti separati a distanza infinita, allora si puo' rappresentare l'energia del sistema come in Figura 4.1.

All'interno della regione del potenziale nucleare, l'uranio ^{238}U puo' esistere come due nuclei ^{119}Pd a causa del grandissimo numero di stati finali accessibili con un rilascio di energia di 214 MeV; tuttavia la barriera di potenziale impedisce che i due nuclei si separino e la probabilita' di decadimento e' molto piccola perche' la barriera non puo' essere superata.
Il semplice calcolo precedente puo' far capire perche' la fissione e' inibita dal capitare prontamente, ma non deve essere preso troppo alla lettera perche' i numeri in gioco, (250 MeV

per la barriera e 214 MeV per l'energia rilasciata) possono variare facilmente dal 10% fino al 20%. Ad esempio se i due frammenti avessero massa e numeri atomici in un rapporto tipo 2:1, come $^{79}_{30}$Zn e $^{159}_{62}$Sm, l'altezza della barriera Coulombiana si ridurrebbe da 250 a 221 MeV. Il rilascio di alcuni neutroni potrebbe cambiare il numero di massa dei frammenti finali e produrre frammenti piu' stabili e piu' legati (nuclei come il ^{119}Pd, ^{79}Zn e ^{159}Sm hanno un grande ecceso di neutroni e difficilmente sono formati nella fissione). Analogamente il calcolo della barriera Coulombiana basato su un profilo ben definito per R_1+R_2 molto poco probabilmente e' corretto. Certamente e' vero che l'altezza della barriera di Coulomb e' *approssimativamente* uguale all'energia rilasciata nella fissione dei nuclei pesanti e che certamente ci sono *alcuni* nuclei per cui l'energia rilasciata porta i due frammenti proprio sotto la barriera Coulombiana, dando ad essi una ragionevole probabilita' di passare oltre la barriera. Questi sono *nuclei che fissionano spontaneamente* per i quali la fissione compete con gli altri processi di decadimento radiattivi.
Ci possono anche essere dei nuclei i cui frammenti avrebbero energie tali da portarli sopra la barriera di modo che, se si formassero, il proceso di fissione sarebbe istantaneo. Tali nuclei naturalmente non esistono in natura; un semplice calcolo mostra che la barriera contro la fissione diventa ZERO, cioe' si annulla, solo per A$\geq$300.
Per altri nuclei, i cui frammenti avrebbero un'energia ben al di sotto la barriera di modo che non ci sia fissione, l'assorbimento di una piccola quantita' di energia, come ad esempio da neutroni lenti o di bassa energia o fotoni, darebbe luogo ad uno stato intermedio (potrebbe essere uno stato nucleare composto) che e' al livello della barriera o appena sopra, cosicche' puo' avvenire la *fissione indotta*, favorita rispetto agli altri modi di decadimento del nucleo composto. Se lo stato intermedio e' sotto la barriera, la fissione e' inibita ed altri modi di decadimento sono privilegiati, incluso la riemissione della particella assorbita. L'abilita' di un nucleo di attivare la fissione indotta dipendera' criticamente dall'energia del sistema intermedio; per alcuni nuclei l'assorbimento dei neutroni termici puo' essere sufficiente a farli superare la barriera, mentre per altri, sono necessari neutroni veloci (ordine dei MeV).

In generale, quindi, e' necessario bombardare un nucleo pesante con una particella subatomica, come il neutrone, per produrre un nucleo composto in uno stato altamente eccitato. Questo nucleo composto puo' decadere in diversi modi incluso il processo di fissione. Ad esempio se il ^{235}U e' bombardato con neutroni, le possibili reazioni sono:

$$ {}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{236}_{92}U^{*} \rightarrow \left\{ \begin{array}{cc} {}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n & \text{elastic scattering} \\ {}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n' & \text{inelastic scattering} \\ {}^{236}_{92}U + \gamma & \text{radiative capture} \\ Y_H + Y_L + y_1 + y_2 + \cdots & \text{fission} \end{array} \right\} $$

essendo Y_H, Y_L i prodotti di fissione e y_1, y_2 etc particelle subatomiche come neutroni, particelle beta etc.
Le reazioni dirette come la $(n, 2n), (n, \alpha)$, e (n, p) procedono senza dare luogo alla formazione di nuclei composti, pero' richiedono che il neutrone abbia una energia di qualche MeV.

L'aspetto cruciale della reazione di fissione indotta da neutroni e' che nello stato finale si trovano

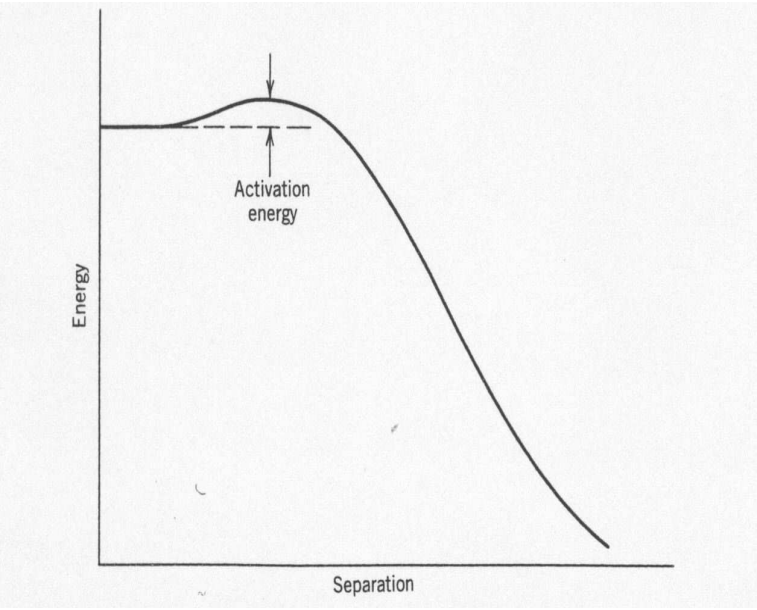

Figure 4.2: Barriera potenziale U-238 impedisce fissione spontanea

usualmente piu' di un neutrone, che a loro volta possono interagire con altri nuclei ed ... innescare una reazione a catena,(principio del reattore a fusione).
Si dicono *fissili* i nuclidi come lo ^{235}U, ^{233}U e ^{239}Pu che hanno una *binding energy* tale che l'assorbimento di un neutrone lento o termico li porta in uno stato di nucleo composto che una energia di eccitazione grande tale da deformarlo e portarlo alla scissione. Nuclidi che fissionano solo quando sono bombardati da neutroni veloci, con energia cinetica maggiore del MeV, si dicono *fissionabili*, quali lo ^{238}U e il ^{240}Pu.
Esistono inoltre alcuni nuclidi che non sono fissili, ma che l'assorbimento di un neutrone lento, li trasmuta in un nuclide fissile. Funzionano da *breeder* per i reattori. Tra i nuclidi fertili i piu' importanti sono

$$^{232}_{90}Th +^{1}_{0} n \rightarrow^{233}_{90} Th \; ^{\beta^-}_{22m} \rightarrow^{233}_{91} Pa \; ^{\beta^-}\rightarrow_{27d}^{233}_{92}U$$

$$^{238}_{9}U +^{1}_{0} n \rightarrow^{239}_{9} U \; ^{\beta^-}_{24m} \rightarrow^{239}_{98} Np \; ^{\beta^-}\rightarrow_{56h}^{239}_{94}Pu$$

Caratteristiche della fissione

Quando una particella subatomica, in questo caso un neutrone, e' assorbito da un nucleo pesante ilnucleo composto risultante e' prodotto in uno stato eccitato di energia E* che e' uguale all'energia di legame della particella al nucleo piu' la energia cinetica della medesima meno una piccola energia di rinculo per nucleo composto. Il nucleo composto e' molto instabile, con una

vita media di circa 10^{-14}s. La materia nucleare di tale nucleo eccitato, come un fluido, viene sollecitata da oscillazioni e che danno luogo a deformazioni della forma sferica fino ad arrivare ad una forma oblunga in cui i due estremi sentono maggiormente la repulsione Coulombiana e la forza nucleare essendo a corto range non riesce piu' a tenerli uniti. I due estremi quindi si separano, *scissione*, in $\sim 10^{-20}$s in due frammenti nucleari che si respingono l'un l'altro dalla potente forza Coulombiana che li allontana lasciando indietro molti elettroni orbitali, creando i due *frammenti di fissione*, altamente ionizzati. La sequenza immediatamente dopo la scissione potrebbe essere questa:

$$^{235}_{92}U +^{1}_{0} n \rightarrow^{239}_{92} U^* \rightarrow Y_H^{+n} + Y_L^{+m} + (n+m)e^-$$

dove con Y_H e Y_L si indicano i frammenti primari pesanti e leggeri e con m e n la loro carica ionica. I frammenti nucleari hanno talmente energia di eccitazione che i neutroni in eccesso evaporano in 10^{-17}s dalla scissione, questi neutroni, tra 0 ed 8, sono detti *prompt* , per distinguerli da quelli emessi successivamente dai prodotti della fissione, detti *delayed*. Una volta emessi i neutroni prompt i frammenti non hanno piu' energia per emettere particelle, quindi si diseccitano a livelli inferiori di energia emettendo raggi $\gamma prompt$ dopo circa 2x10^{-14}.
I frammenti altamente ionizzati, attraversano il materiale circostante interagendo con gli elettroni degli atomi e ionizzano il mezzo, e rallentando acquisiscono gradualmente elettroni diminuendo cosi' la loro capacita' di ionizzare, fino a diventare neutri quando si fermano. Questo trasferimento di *energia cinetica* dei frammenti al mezzo prende circa 10^{-10}s.

$$^{235}_{92}U +^{1}_{0} n \rightarrow^{239}_{92} U^* \rightarrow Y_H + Y_L + \nu_p(^{1}_{0}n) + \gamma_p$$

essendo ν^p il n di neutroni prompt e γ_p il n. di raggi gamma. Dopo che i neutroni e gamma prompt sono stati emessi si puo' parlare di *fission products*, questi sono ancora radioattivamente instabili per eccesso di neutroni e quindi attivano una catena di decadimenti radioattivi, principalmente β^- per riportarsi al punto piu' basso della parabola di stabilita'. La vita media dei prodotti di fissione puo' variare da frazioni di secondo a centinaia di migliaia di anni. Questo e' il problema delle scorie radioattive.

Un esempio tipico di reazione di fissione e'

$$n + {}^{235}U \rightarrow {}^{236}U \rightarrow {}^{147}La + {}^{87}Br + 2n \tag{4.2}$$

La Figura 4.2 e' una rappresentazione piu' realistica della barriera Coulombiana per i nuclei pesanti.

Un plot piu' dettagliato, basato sul modello a goccia, dell'energia necessaria per indurre la fissione e' mostrato nella Figura 4.3 che fornisce essenzialmente l'altezza della barriera di fissione sopra lo stato fondamentale o ground state in funzione del numero di massa, questa energia e' chiamata **energia di attivazione**.

Il calcolo dell'energia di attivazione e' basato sul modello a goccia che tiene conto solo delle proprieta' nucleari medie; l'introduzione di effetti piu' sofisticati basati sul modello a shell

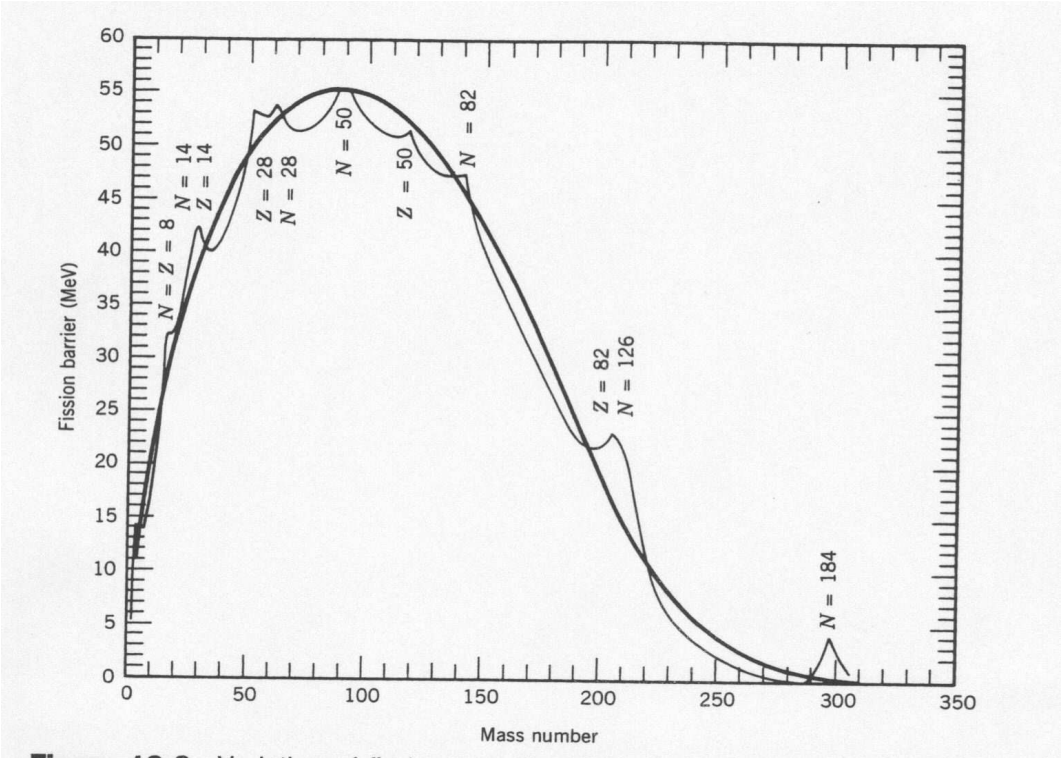

Figure 4.3: Variazione energia di attivazione in funzione del numero di massa

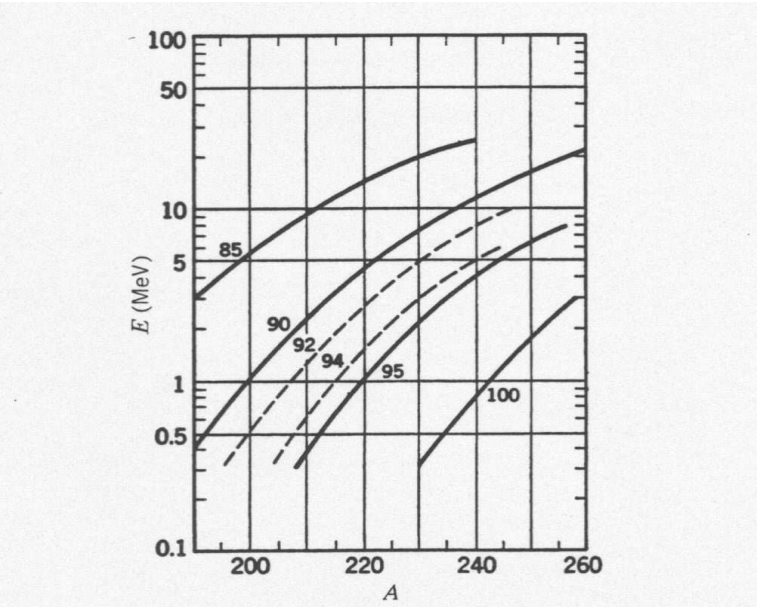

Figure 4.4: Energia di attivazione un funzione di A

modifica il calcolo in qualche parte e suggerisce che certi nuclei super pesanti attorno ad A=300 possono essere piu' stabili rispetto alla fusione; alcune altre conseguenze della struttura a shell si vedranno nei paragrafi successivi.
Un approccio istruttivo per capire la fissione puo' essere ottenuto dalla formula semiempirica di massa, introducendo un parametro di deformazione ϵ, che indica quanto la goccia da sferica si deformi nel diventare un elissoide. Si puo' calcolare cosi' di quanto si modifica il termine di Coulomd della formula e cosi' la differenza di energia (cioe' di quanto diminusce la energia di legame) passando da goccia ad elissoide per lo stesso volume, si ha

$$\Delta E = B(\epsilon) - B(\epsilon = 0) \tag{4.3}$$

$$= -a_s A^{2/3}(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2 + \ldots) - a_c Z^2 A^{-1/3}(1 - \frac{1}{5}\epsilon^2 + \ldots) + a_s A^{2/3} + a_c Z^2 A^{-1/3} \tag{4.4}$$

$$\simeq (-\frac{2}{5}a_s A^{2/3} + \frac{1}{5}a_c Z^2 A^{-1/3})\epsilon^2 \tag{4.5}$$

Se Δ E e' positiva, significa che si guadagna energia nel deformare, *stirare*, il nucleo e piu' il nucleo e' deformato piu' energia si guadagna. Il nucleo e' instabile per la deformazione e quindi tende ad attivare la fissione, Figura 4.5. Si avra' fissione spontanea quando si raggiunge la condizione

$$\frac{1}{5}a_c Z^2 A^{-1/3} > \frac{2}{5}a_s A^{2/3} \tag{4.6}$$

da cui sostituendo per a_c e a_s i valori sperimentali si ottiene la relazione

$$\frac{Z^2}{A} > 47 \tag{4.7}$$

Questa formula e' molto grezza, ma fornisce una indicazione della disponibilita' ad attivare la fissione spontanea da parte di certi nuclei. Questa stima puo' ancora essere modificata alquanto per tener conto degli effetti quantomeccanici, effetto tunnel, di penetrazione della barriera che permette la fissione spontanea anche quando l'energia di deformazione e' negativa. Inoltre i nuclei nella regione dell'Uranio hanno una deformazione di equilibrio permanente, per loro e' piu' consono la forma elissoidica che sferica. Piu' grande e' il valore del rapporto Z^2/A piu' breve e' il tempo medio di dimezzamento per la fissione spontanea; per $Z^2/A = 47$ la fissione spontanea si calcola avvenga con un tempo di circa 10^{-20} s, cosi' si puo' dire per i nuclei con $Z^2/A>47$ la fissione spontanea avviene istantaneamente nella scala dei tempi nucleari. Da notare che non si conoscono tali nuclei, tuttavia un nucleo con A= 300 e Z/A= 0.4 ha $Z^2/A = 48$, e la stima di zero energia di attivazione per il nucleo con A=300 e' consistente con quanto mostrato nella figura precedente.

4.1.2 Caratteristiche della Fissione

Nei processi di fissione e susseguenti decadimenti si possono produrre diverse centinaia di nuclidi; capirne il meccanismo di produzione ed accumulazione e' importante per la gestione delle scorie nucleari.

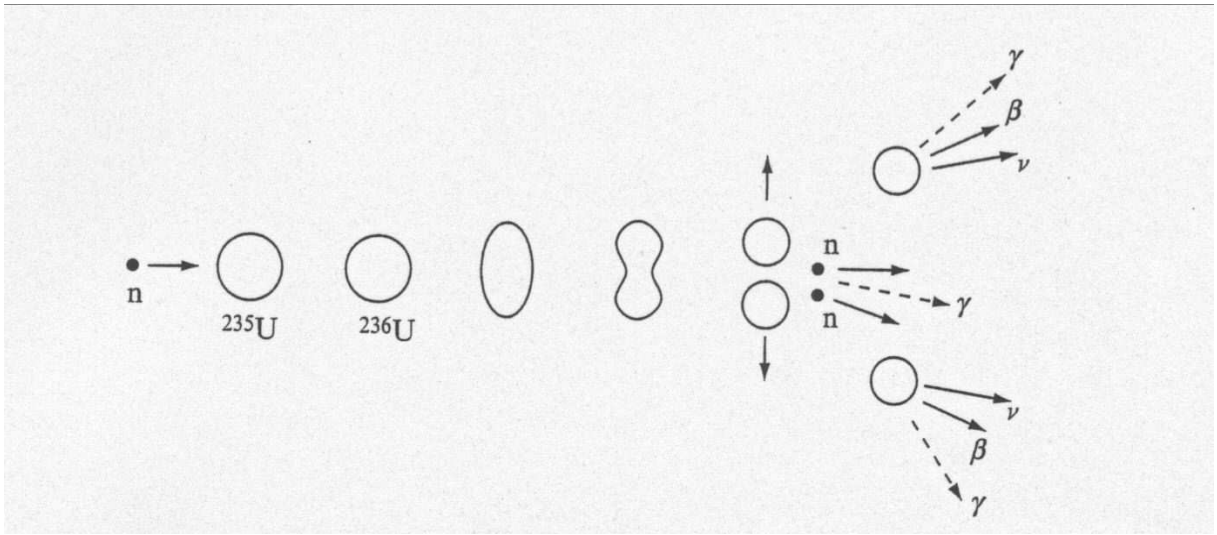

Figure 4.5: Modificazione della forma del nucleo che causa fissione

Il rapporto neutroni su protoni nell'^{236}U e' 144/92=1.57 e i prodotti di fissione mantengono inizialmente questo rapporto. Ora i nuclidi stabili con masse simili a quelle dei prodotti di fissione hanno un rapporto che varia da 1.2 a 1.4, questo significa che essi sono ricchi in neutroni, per cui si portano immediatamente a condizioni piu' stabili mediante decadimenti β^-, iniziando una catena di decadimento isobarico (ad A costante) fino a che si ottiene un nuclide stabile.

$$ {}^{A}_{Z}X \overset{\beta^-}{\rightarrow} {}^{A}_{Z+1}X \overset{\beta^-}{\rightarrow} {}^{A}_{Z+2}X \overset{\beta^-}{\rightarrow} \cdots \overset{\beta^-}{\rightarrow} {}^{A}_{Z+n}X \text{ (stabile)} \tag{4.8} $$

La catena di decadimento puo' essere lunga o corta e varia di molto a seconda del modo come si arriva al nuclide stabile. La fissione fu scoperta nel '39 perche' si trovarono nuclidi di La e Ba in un camipione di Uranio puro bombardato da neutroni, per cui si ipotizzo' che l'atomo di Uranio doveva separarsi in due frammenti piu' leggeri tra cui

$$ {}^{140}_{54}Xe \overset{\beta^-(16\text{s})}{\rightarrow} {}^{140}_{55}Cs \overset{\beta^-(66\text{s})}{\rightarrow} {}^{140}_{56}Ba \overset{\beta^-(12.8\text{d})}{\rightarrow} {}^{140}_{57}La \overset{\beta^-(40\text{h})}{\rightarrow} {}^{140}_{58}Ce \text{ stabile} \tag{4.9} $$

I prodotti della fissione non sono determinati univocamente e sono possibili diversi modi di ripartire le masse dei frammenti, la probabilita' che un prodotto di fissione sia un nuclide di massa A si chiama *fission chain yield, y(A)*. In Fig. 4.6 e' mostrato il plot dello *yield*

dei frammenti di fissione da neutroni termici su ^{235}U. La distribuzione deve essere simmetrica rispetto al centro - nel senso che per ogni frammento pesante ci deve essere un corrispondente frammento leggero; per fissione termica del'^{235}U, se il nuclide di massa minore ha massa A_L, la massa del secondo frammento dovra' essere $A_H = 236 - A_L - \nu_p$, con ν_p la massa dei neutroni prompt emessi. Notare che la fissione in due frammenti di massa simile o quasi ($A_1 \approx A_2$) e' circa 600 volte meno probabile della fissione in frammenti con A_1=95 e A_2=140. Una spiegazione convincente del perche' di questa distribuzione di massa dei frammenti prodotti da fissione indotta da neutroni lenti non e' stata trovata; diversamente la fissione indotta da particelle veloci mostra una distribuzione di massa dei frammenti che favorisce frammenti di ugual massa.

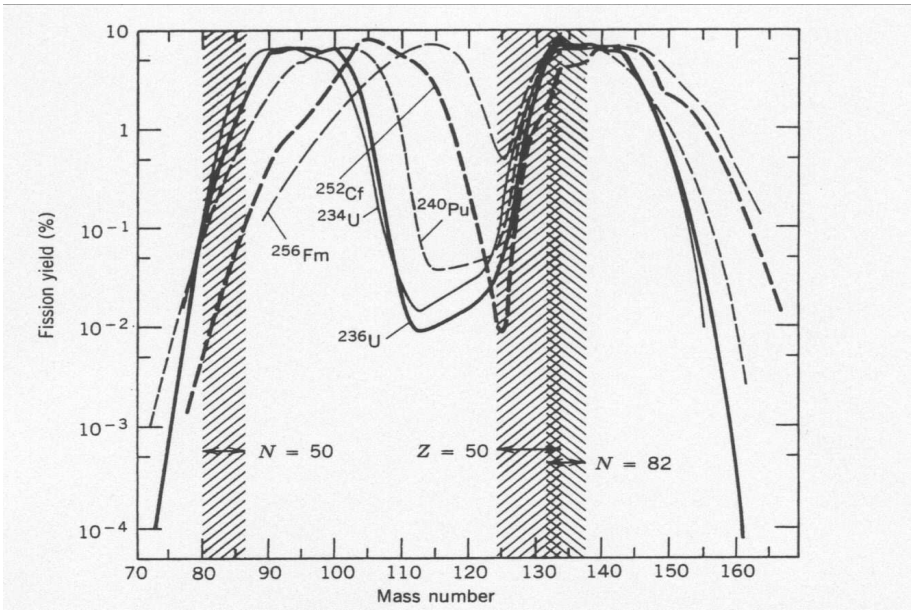

Figure 4.6: Distribuzione dei frammenti da fissione

Numero di neutroni emessi I frammenti di fissione nelle vicinanze di A=94 e A=140 debbono dividersi 92 protoni. Se si dividesero i protoni in proporzione alle loro masse, i nuclei formati sarebbero ^{95}Rb e ^{140}Cs. Questi nuclei sono molto ricchi in neutroni - i nuclei piu' stabili in questa regione di massa hanno Z/A $\simeq$ 0.41, mentre per questi prodotti di fissione Z/A $\simeq$ 0.39. Un isobaro stabile A=95 ha Z=42 e l'isobaro stabile A=140 ha Z=58. I frammenti di fissione mascherano questo eccesso di neutroni attraverso l'emissione di uno o piu' neutroni *all'istante della fissione*, entro $10^{-16}s$; questi neutroni sono chiamati *neutroni pronti*, (prompt neutrons). Il numero di neutroni pronti emessi in un dato evento di fissione varia a seconda della natura dei frammenti (e con l'energia della particella incidente nel caso di fissione indotta); il numero medio di *protoni pronti*, indicato con ν e' caratteristico del particolare processo di fissione, ad es. per la fissione indotta da neutroni termici $\nu \sim 2.48$ per ^{233}U, 2.42 per ^{235}U, e 2.86 per ^{239}Pu. La distribuzione di ν, Figura 4.7, mostra il caratteristico andamento Gaussiano aspettato per un processo di evaporazione e inoltre si nota che la distribuzione e' indipendente dal nucleo fissionato.

Circa l'87% dell'energia totale e' emessa prontamente e, di questa, ai frammenti di fissione ne compete il 90%. I neutroni pronti viaggiano per frazioni di millimetro dal punto di origine e sono facilmente fermati. Lo spettro di energia e' quello mostrato in Fig. 4.8, che varia da 0 a 7 MeV.

Questa energia e' recuperata come calore sviluppato principalmente nello slowing down dei neutroni attraverso i successivi scattering nel materiale.
Il rimanente 13% dell'energia e' rilasciato nei decadimenti radiattivi: dai β,γ e EC ma non dai neutrini, che sfuggono. Un ulteriore 5 MeV di energia e' recuperato dalla cattura radiattiva (n,γ) dei neutroni che non causa fissione, ma la cui radiazione γ emessa e' poi assorbita.
Il risultato netto e' che circa 200 MeV per evento di fissione e' recuperato ed utilizzabile. Il valore per quanto approssimato e' generalmente accettato come valor medio utilizzabile nei calcoli.

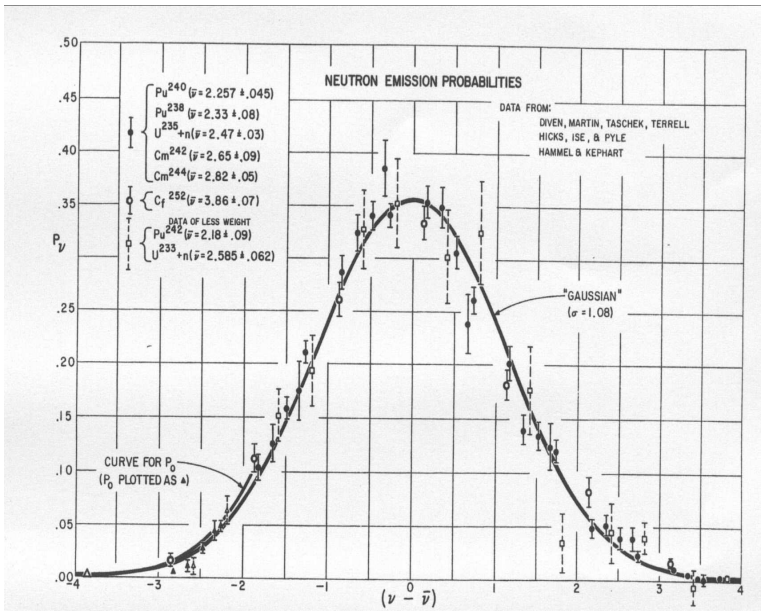

Figure 4.7: Distribuzione dei frammenti di fissione

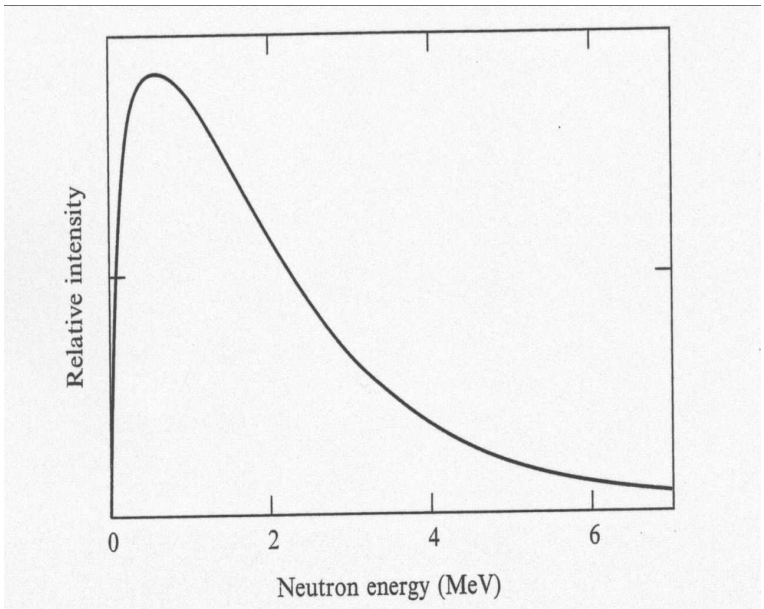

Figure 4.8: Spettro energia neutroni pronti da U-235

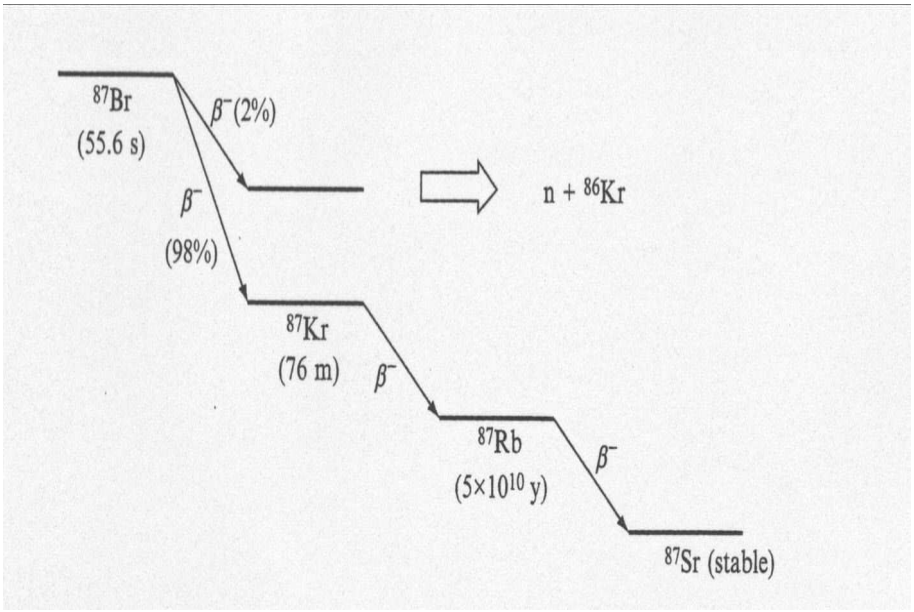

Figure 4.9: Emissione di neutroni pronti

Neutroni ritardati Piu' del 99% dei neutroni sono rilasciati in circa 10^{-16} s dal momento che avviene la fissione e questi sono i neutroni pronti. Tuttavia in aggiunta a questi vi sono dei neutroni che sono emessi successivamente, neutroni ritardati,(*delayed neutrons*), nell'evolversi della catena di decadimento di fissione in seguito al decadimento β dei frammenti. Il tempo di ritardo e' dell'ordine dei secondi. Nella Fig. 4.9 e' mostrato un tipico caso di catena di decadimento di fissione con emissione di neutrone.

Il frammento ^{87}Br decade per emissione β^- in ^{87}Kr con un tempo di dimezzamento di 55.5 s. Il due per cento dei decadimenti contribuiscono agli stati eccitati di ^{87}Kr che stanno sotto la soglia di separazione del neutrone che decadono molto rapidamente per emissione neutronica a ^{86}Kr. Questi decadimenti rappresentano una piccola sorgente di neutroni che sono ritardati di circa 80 s, il tempo medio di decadimento β del ^{87}Br. Nel caso di fissione del ^{235}U il 0.65% dei neutroni emessi sono ritardati. Questa e' una piccola frazione del totale, ma e' questa piccola frazione che rende possibile il controllo dei reattori nucleari a fissione.

I prodotti di fissione iniziale sono altamente radiattivi e decadono verso isobari stabili emettendo radiazioni β e γ che contribuiscono in sostanza al rilascio totale di energia nella fissione. Alcuni esempi di catena di decadimento sono

$$^{93}\text{Rb} \xrightarrow{6s} {}^{93}\text{Sr} \xrightarrow{7min} {}^{93}\text{Y} \xrightarrow{10h} {}^{93}\text{Zr} \xrightarrow{10^6 y} {}^{93}\text{Nb}$$
$$^{141}\text{Cs} \xrightarrow{25s} {}^{141}\text{Ba} \xrightarrow{18min} {}^{141}\text{La} \xrightarrow{4h} {}^{141}\text{Ce} \xrightarrow{33d} {}^{141}\text{Pr}$$

Questi prodotti radioattivi costituiscono i prodotti di scarto, le scorie, dei reattori nucleari. Molti decadono velocemente altri hanno vite medie molto lunghe, specialmente quelli vicino ai nuclidi stabili della serie.

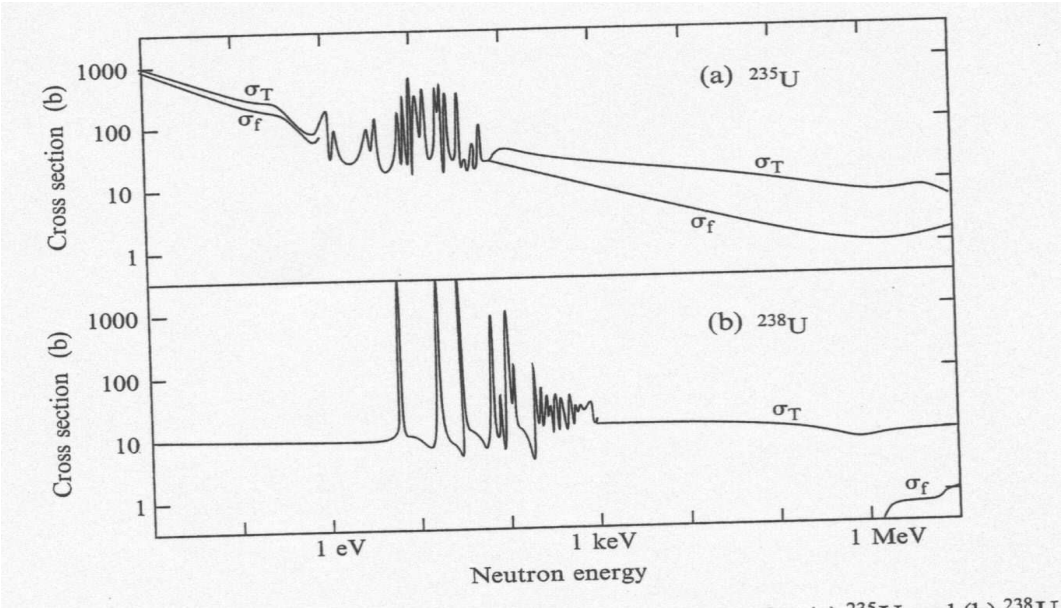

Figure 4.10: Sezione d'urto totale e di fissione per U235 e U238

Interazioni del neutrone Le interazioni principali dei neutroni nel processo di fissione sono tre: scattering, cattura radiattiva e fissione. La sezione d'urto totale e' la somma

$$\sigma_T = \sigma_s + \sigma_c + \sigma_f \tag{4.10}$$

La sezione d'urto di assorbimento σ_a e' la somma di cattura e fissione, cioe' $\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f$. Nel caso di nuclei non soggetti a fissione, la cattura coincide con l'assorbimento.

Le sezioni d'urto sono spesso altamente dipendenti da E$_n$, l'energia del neutrone incidente. Nella Figura 4.10 sono mostrate le sezioni d'urto per ^{235}U e ^{238}U. L'Uranio-235 ha una grande sezione d'urto per fissione con una dipendenza da 1/v a basse energie dove domina quella totale. Come si vede, la sezione d'urto presenta anche un certo numero di risonanze tra 1 e 100 eV, che sono dovute all'esistenza di stati del nucleo composto ^{236}U. La sezione d'urto di scattering e' di circa 10 b ed e' relativamente indipendente dall'energia; cosi' quando la σ_f si riduce al crescere dell'energia E$_n$ la sezione d'urto di scattering diventa la piu' importante, ad es. a 2 MeV la σ_s e' circa 6 volte maggiore di σ_f.
L'isotopo dominante ^{238}U si comporta molto differentemente dal ^{235}U. La fissione e' nulla per neutroni lenti e inizia solo per energie E$_n$ maggiori di 1MeV. La sezione d'urto e' dominata dallo scattering, circa 8 b, e solo nella regione da 10 a qualche centinaio di eV ci sono le risonanze con valori di sezioned'urto maggiori. A differenza dell'^{235}U nel caso delle risonanze non c'e' contributo alla fissione, ma l'assorbimento porta alla cattura neutronica (n, γ) con emissione di γ. La cattura da un lato comporta una diminuzione del numero di neutroni, ma dall'altro questi possono dar luogo ad un proceso chiamato *breeder reaction* che e' parimenti imprtante e di cui si vedra' gli effetti quando si discutera' di reattori a fissione.

4.1.3 Energetica della fissione

Quando l'Uranio ^{235}U cattura un neutrone per formare lo stato composto^{236}U*, l'*energia di eccitazione* vale

$$E_{ex} = [m(^{236}U^*) - m(^{236}U)]c^2 \tag{4.11}$$

L'energia dello stato composto si puo' ricavare direttamente dalla energia di massa del ^{235}U e del neutrone n se si assume che l'energia del neutrone termico sia cosi' piccola da potersi trascurare

m(^{236}U*) = m(^{235}U + m$_n$) = (235.043924 u + 1.008665 u) = 236.052589 u
E$_{ex}$ = (236.052589 u - 236.045563 u) $\times$ 931.502 MeV/u = 6.5 MeV

L'energia di attivazione , cioe' l'energia necessaria per superare la barriera di fissione, per il ^{236}U e' calcolata essere di 6.2 MeV. Quindi, l'energia necessaria per portare l'Uranio-236 in uno stato fissionabile, energia di attivazione, e' superata dall'energia introdotta aggiungendo un neutrone all'Uranio-235. Questo significa che ^{235}U puo' essere fissionato con neutroni di zero energia, o quasi,consistente con la grande sezione d'urto di fissione nella regione termica.
Un calcolo simile si puo' fare per l'^{238}U

^{238}U + n $\rightarrow$ ^{239}U* per cui E$_{ex}$ = 4.8 MeV

che e' inferiore alll'energia di attivazione del ^{239}U calcolata in 6.6 MeV. Nella Figura 4.4sono riportate le energie di attivazione calcolate per alcuni nuclei nella regione dell'Uranio.
Sono necessari neutroni di alcuni MeV di energia per attivare la fissione del ^{238}U, consistente con l'andamento della sezione d'urto che ha un effetto soglia per la fissione dell'ordine del MeV.
La principale spiegazione per la estrema differenza nella fissionabilita' del ^{238}U e ^{235}U risiede nella differenza tra le energie di eccitazione, rispettivamente di 6.5 e 4.8 Mev. Questa differenza e' spiegabile in termini del termine di energia di pairing δ della formula semiempirica di massa. La Figura 4.11 illustra l'effetto del termine di pairing. La linea tratteggiata indica il livello dell'energia nucleare in assenza di pairing che si abbassa o alza quando l'effetto del pairing e' incluso.

La energia di legame del ^{236}U e' aumentata, cioe' abbassato, di una quantita' δ che e' circa 0.56 MeV, mentre corrispondentemente l'energia di eccitazione e' aumentata di δ rispetto al livello che avrebbe in assenza di pairing. Nel caso del ^{238}U l'energia dello stato fondamentale *prima della cattura* e' abbassata di δ e cosi' ne deriva che l'energia dello stato di cattura e' anche abbassato; quindi l'energia di eccitazione e' *ridotta* di una quantita δ rispetto al suo valore senza il termine di pairing. La differenza in energia di eccitazione tra ^{235}U + n e ^{238}U + n e' di circa 2δ, cioe' di 1.1MeV. che e' quello che si rileva sperimentalmente.
Simili considerazioni basate sulle forze di pairing si adattano benissimo al caso del ^{232}Pa e del ^{231}Pa, dove l'energia di eccitazione per fissione indotta da neutroni e' aumentata nel casi di ^{232}Pa

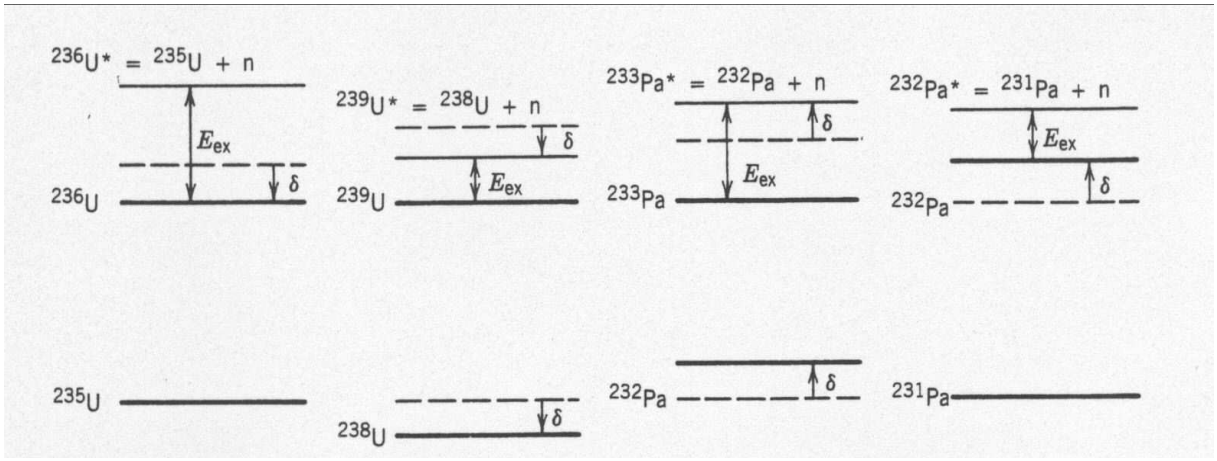

Figure 4.11: Effetto del pairing sulle energie di attivazione

e diminuita per ^{231}Pa, di conseguenza ne deriva che il ^{232}Pa fissionera' con i neutroni termici piu' facilmente che il ^{231}Pa.
Riprendendo in considerazione l'energia rilasciata durante la fissione ci si domanda dove va a finire. Si prenda un caso specifico

$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{236}\text{U}^{*} \rightarrow ^{93}\text{Rb} + ^{141}\text{Cs} + 2\text{n}$$

Usando le masse del $^{93}Rb(92.92172u)$ e $^{141}Cs(140.91949u)$. il $Q - value$ della reazione vale 181 MeV. Altri prodotti finali sempre danno valori di Q simili per cui e' ragionevole per l'^{235}U prendere 200 MeV come l'energia rilasciata nel processo di fissione.

Nella Fig. 4.12 e' mostrata la distribuzione di energia dei due frammenti con le energie piu' probabili attorno a 66 e 98 MeV rispettivamente per il frammento pesante e quello leggero. Poiche' i neutroni portano via poco momento, e' ragionevole che la conservazione del momento

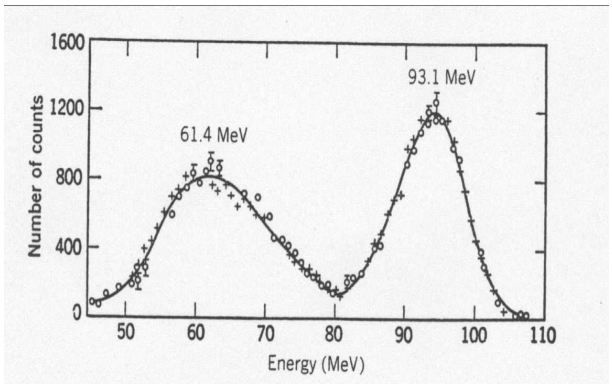

Figure 4.12: Spettro Energia dei frammenti

valga per i due frammenti, m_1v_1 - m_2v_2, da cui e' facile capire che il rapporto tra le energie cinetiche deve essere l'inverso del rapporto delle masse

$$\frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \tag{4.12}$$

Il rapporto 66 MeV/98 MeV = 0.76 e' perfettamente consistente col rapporto delle masse piu' probabili che si ricava dalla Fig. 4.12, cioe' (95/140) = 0.68. La distribuzione di energia appare quindi caratteristica della distribuzione di massa dei frammenti; appare inoltre, come gia' sottolineato in precedenza che praticamente l'87% dell'energia di fissione appare come energia cinetica dei frammenti.

Energia dai prodotti di fissione La maggior parte dei prodotti di fissione decade nel giro di pochi anni, ma il resto dei prodotti ha vite medie molto lunghe, bisogna tener conto anche dell'energia, quindi del calore generato dal decadimento di questi prodotti di fissione perche' riferisce alle scorie radioattive. La potenza media dei raggi gamma e β emessi dai prodotti di fissione generata da una singola fissione di ^{235}U al tempo 0, puo' essere stimata dalle seguenti relazioni

$$F_\gamma(t) = 1.4t^{-1.2}\mathrm{MeVs}^{-1}\mathrm{fission}^{-1} \tag{4.13}$$

$$F_\beta(t) = 1.26t^{-1.2}\mathrm{MeVs}^{-1}\mathrm{fission}^{-1} \tag{4.14}$$

dove t e' il tempo (in sec) dopo la fissione con 10s$< t <$10^{6}s.
Quando un reattore funziona, i prodotti di fissione si accumulano e contemporaneamente qualcuno decade. Quando il reattore e' shut down, l'energia prodotta dai prodotti che decadono dipende da quanto tempo il reattore ha funzionato e a che livello di potenza. Se il reattore ha operato per un tempo T, la potenza emessa dai γ e β decadenti al tempo t dopo lo shutdown e' valutata come

$$P(t) = 4.10x10^{11}[t^{-0.2} - (t+T)^{-0.2}]\mathrm{MeV/s} \tag{4.15}$$

per Watt del livello di potenza originaria.

In Fig. 4.13 e' mostrato nel grafico di sinistra la potenza depositata dai decadimenti γ e β dei prodotti di fissione per secondo di operazione di un reattore di 1-MW (3.1$\times 10^{16}$ fissioni/s), mentre nel grafico di destra e' mostrato ilcalore cda decadimento radioattivo da un reattore di 1-MW al tempo t dopo lo shutdown dopo che il reattore ha funzionato per T = 8 ore. Notare come la potenza dai decadimenti rimane al disopra del 1% della potenza del reattore per circa 1 ora dopo lo shutdown.

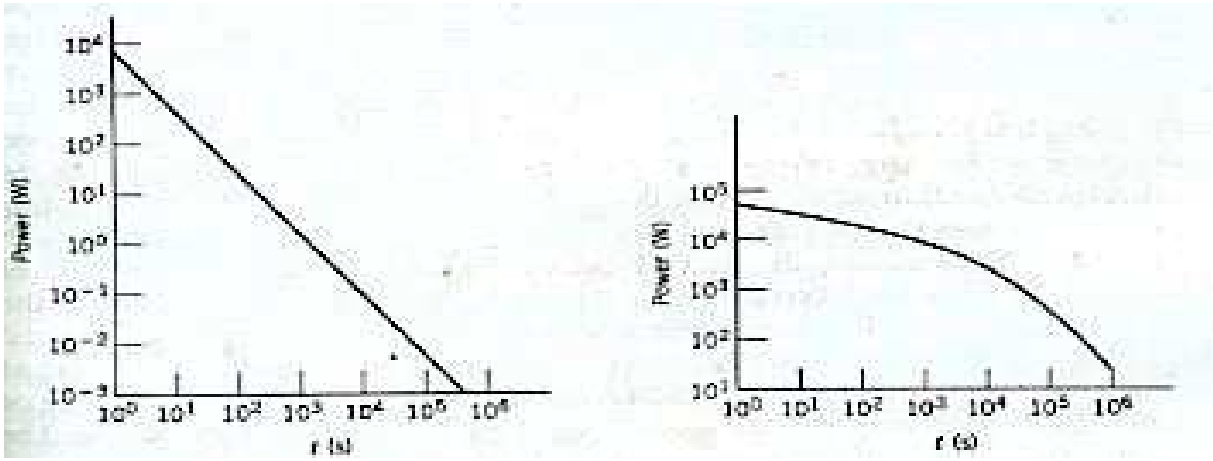

Figure 4.13: Potenza depositata da gamma e Beta

Chapter 5

Applicazioni industriali: Energia dalla fissione

La scoperta nel 1939,(Hahn, Strassmann e Lise Meitner), che i nuclei pesanti si dividevano in due frammenti di massa intermedia e che vi era un grande rilascio di energia insieme alla emissione di un certo numero di neutroni che potevano innescare altri processi di fusione per continuare la catena, getto' le basi per lo sfruttamento del processo di fissione per la produzione di energia. Con una reazione a catena e' possibile ottenere una grande quantita' di energia una volta che questa e' iniziata, il problema e' che e' instabile, se non e' controllata la rate della reazione puo' crescere esponenzialmente e molto rapidamente e questo e' alla base della bomba a fissione. Tuttavia e' possibile stabilizzare la reazione a catena e avere una sorgente di energia controllata dai rettori a fissione e ricavarne energia elettrica commerciale.

In questo capitolo sono presentati i fattori chiave per capire il funzionamento di un reattore, usando un semplice esempio di un sistema ipotetico infinito, e quindi un esempio piu' complesso di reattore finito. Saranno discussi gli aspetti piu' importanti delle operazioni di un reattore e i diversi tipi di reattore, presenti e i futuri possibili.

5.1 Reazioni di fissione controllata

Si consideri una massa di Uranio infinitamente grande, che per ora sia composta degli isotopi naturali dell'Uranio, (0.72% ^{235}U, 99.28% ^{238}U). Un singolo evento di fissione produrra' in media 2.5 neutroni. Ciascuno di questi neutroni " di seconda generazione" e' capace di produrre un altro evento di fissione e quindi produrre altri neutroni. e cosi' via. Questo processo e' la *reazione a catena*, ciascun evento di fissione rilascia 200 Mev di energia, cioe' calore, in forma di energia cinetica dei frammenti e radiazione.
La reazione a catena e' caratterizzada dal *neutron multiplication factor* k_∞ che e' il rapporto tra il

numero di neutroni in una generazione al numero di neutroni nella generazione successiva. E' un fattore che riferisce ad un sistema infinito e quindi non ci sono perdite ai bordi. In media ogni neutrone termico produce k_∞ nuovi neutroni termici. Perche' una reazione a catena si mantenga e' necessario che sia $k_\infty > 1$. Sebbene si hanno in media 2.5 neutroni emessi per evento di fissione, questi sono *fast neutrons* e quindi hanno una piccola sezione d'urto. E' vantaggioso *moderarli*, pero' in questo processo e' possibile che i neutroni siano persi per la fissione, (vedi capitolo precedente), e quindi alla fine da 2.5 neutroni veloci si hanno <1 neutroni termici, il che significa che la reazione a catena si ferma.
Poiche' i neutroni perdono energia per collisioni elastiche coi nuclei, la scelta migliore per un moderatore e' di scegliere del materiale costituito da atomi leggeri con i cui nuclei perdono energia in quantita' maggiore. A questo scopo, il carbone, sotto forma di grafite, e' il piu' adatto perche' e' solido e maneggevole. Un lattice di blocchi di Uranio alternati a blocchi di grafite e' chiamato *pila* di reazione a catena e la prima di queste pile fu costruita da Fermi in un campo da squash dell'Universita di Chicago nel 1942.
Se il fattore k , per una **pila finita**, e' esattamente 1.0 la pila e' detta essere *critica*, per $k<1$ la pila e' *subcritica* e per $k>1$ essa e' *supercritica*. Si capisce subito che lo stato di pila supercritica e' una condizione per cui la reazione a catena diverge e la crescita e' ad una velocita' esplosiva con le conseguenze che sappiamo. Per mantenere una produzione regolare di energia e' necessario che la pila sia esattamente critica.

5.1.1 Ciclo dei neutroni

Un sistema in cui la reazione a catena nucleare e' iniziata, controllata e mantenuta ad un livello stabile si chiama reattore; nello studio del funzionamento di principio di un reattore e' importante il ciclo dei neutroni. Per determinare il fattore di moltiplicazione k per un particolare reattore si deve tener conto di tutti i fenomeni cui puo' andare incontro un neutrone nel ciclo da una generazione a quella successiva. Se nella presente generazione ci sono N neutroni termici in quella succesiva non ci saranno νN neutroni veloci subito disponibili, anche se in media ogni neutrone genera ν neutroni, perche' non tutti i neutroni originari daranno luogo a reazioni di fissione, alcuni saranno assorbiti con altri processi, principalmente processi di tipo (n,γ) in entrambi ^{235}U e ^{238}U. Il calcolo di quello che capita all'interno di un reattore realistico e' molto complicato ed a proposito esistono programmi sofisticati per studiare in tutti i dettagli il processo di fissione.
Ad esempio si consideri un reattore **omogeneo** in cui l'^{235}U e' il nucleo fissile. In un reattore omogeneo il carburante, Uranio, e moderatore sono intimamente mescolati, che significa che il flusso dei neutroni e' lo stesso per i due componenti; il che semplifica di molto il calcolo. Nei reattori eterogenei invece il carburante e' concentrato in blocchi circondati dal moderatore, cosicche' ne' il flusso ne' lo spettro energetico dei neutroni si puo' assumere uguale nei due componenti e questo ha un significativo effetto nella determinazione di k. Nella seguente tabella sono mostrati dati rilevanti per i calcoli che seguranno; essa presenta i valori delle *sezioni d'urto* dell'Uranio per neutroni che si muovono con una velocita' di 2200 m s^{-1} che e' la piu' probabile per velocita' termiche a 20° C. Il fattore k dipende dalla temperatura di lavoro ed e' molto differente per reattori caldi.

Nucleo	Densita' (g cm^{-3})	σ_f (b)	σ_c (b)	σ_a (b)	σ_s (b)	ν
^{235}U	18.7	579	101	680	10	2.42
^{238}U	18.9	-	2.72	2.72	8.3	-
^{nat}U	18.9	4.17	3.43	7.60	8.3	-

Il fattore di moltiplicazione k e' composto da quattro termini, **four factor formula**, k = $\eta\epsilon pf$, che sono rispettivamente il numero di neutroni veloci prodotti, il fattore di fissione veloce, la probabilita' di non produrre risonanze ed il fattore di utilizzazione termica.
Per calcolare questi termini e' necessario calcolare la sezione d'urto macroscopica per una miscela, definita come

$$\Sigma = N\sigma = \sum N_i\sigma_i = \sum \Sigma_i \tag{5.1}$$

dove N= $\sum$ N$_i$ indica la densita' numerica di tutti gli atomi dei componenti la mistura e Σ_i = N$_i\sigma_i$ e' la sezione d'urto macroscopica dell'elemento i-esimo della mistura.

La sezione d'urto media per una mistura e' la media pesata delle sezioni d'urto microscopiche dei costituenti σ_i

$$\sigma = \sum \omega_i\sigma_i = \sum N_i\sigma_i / \sum N_i \tag{5.2}$$

Ad esempio, dalla tabella, una mistura di Uranio Arricchito al 1.6% in ^{235}U ha una sezione d'urto di assorbimento data da

$$\sigma_a = 0.016 \times 680 + 0.984 \times 2.72 = 13.56 \text{ b}$$

I quattro termini, che permettono di determinare la probabilita' che un neutrone prodotto in un reattore sopravviva per attivare un'altra fissione, sono alla base del progetto di ogni reattore e quindi vanno valutati uno per uno. I quattro termini sono identificati come **neutron yield, fast fission factor, resonance escape probability, thermal utilisation factor** .
(1) Il termine η, *neutron yield*, definisce il numero di neutroni veloci prodotti per ciascun neutrone termico assorbito dal carburante (*fuel*), cioe' Uranio. Esso e' minore del numero medio ν di neutroni prodotto in una reazione di fissione perche' non tutti i neutroni assorbiti producono poi fissione; infatti dalla tabella precedente si vede come entrambi gli isotopi Uranio hanno anche sezioni d'urto che non inducono fissione. La η quindi si calcola moltiplicando ν per la frazione della sezione d'urto totale nel *fuel* che porta alla fissione; ad es. se il neutrone e' assorbito da ^{235}U puro sara'

$$\eta = \nu \times [\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_c}] = 2.06 \tag{5.3}$$

mentre per l'Uranio naturale, che contiene solo il 0.72% di ^{235}U il valore della η della mistura vale

$$\eta = \nu \times [\frac{0.72\sigma_f(235)}{0.72\sigma_a(235) + 99.28\sigma_c(238)}] = 1.328 \tag{5.4}$$

Si puo' cambiare η variano la percentuale, arricchendo, di ^{235}U, ad esempio portando quindi η = 1.654.

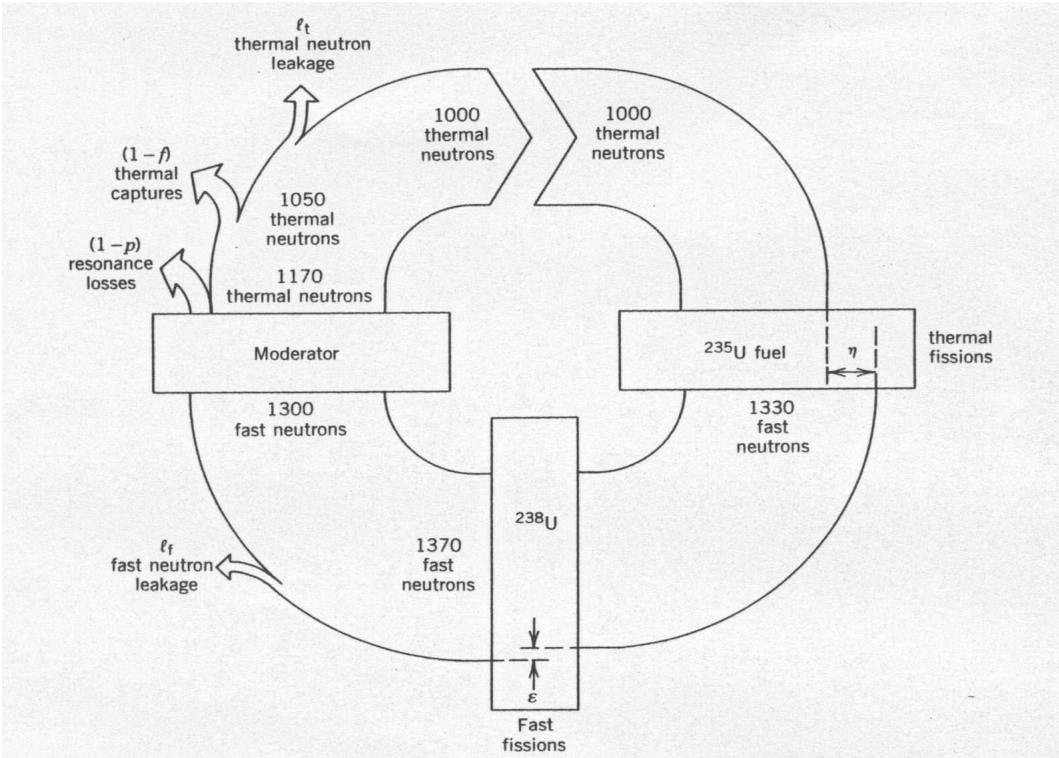

Figure 5.1: Schema di procesi durante una generazione di neutroni

(2) Alcuni neutroni veloci pero' possono causare anche loro fissione prima dello slowing down, in percentuale piccola ma non trascurabile; questo aumenta il numero di neutroni che producono fissione di un fattore chiamato *fast fission factor* ϵ. Tuttavia nei reattori termici *diluiti* il rapporto tra moderatore e $fuel$ e' grande per cui la probabilita' che i neutroni veloci interagiscano e perdano rapidamente la loro energia e' grande e quindi per un calcolo qualitativo si puo' prendere tranquillamente $\epsilon \simeq$1, in quanto per reattori con uranio naturale o poco arricchito il fattore varia da 1.02 a 1.08. Tipicamente ϵ in un reattore eterogeneo e' 5-10% maggiore che un in reattore a miscela omogenea.

(3) La *resonance escape probability*, p, tiene conto della possibilita' che un neutrone veloce, nello slowing down, venga catturato dal ^{238}U nella regione delle risonanze tra 10 e 100 eV, Figura 5.2. E' un fattore importante che dipnde dalla velocita' con cui i neutroni veloci sono rallentati e dal numero N_{238} di atomi di ^{238}U relativamente agli atomi del moderatore. Non e' semplice stabilire questo numero, una relazione approssimata usabile per un sistema omogeneo e' la seguente

$$p = exp[-\frac{2.73}{<\xi>}\{\frac{N_{238}}{\Sigma_s}\}^{0.514}] \tag{5.5}$$

dove con Σ_s e' indicata la sezione d'urto macroscopica di scattering, assunta indipendente dall'energia dl neutrone. Il decremento logaritmico dell'energia media ξ per la mistura si ricava da quello dei singoli componenti pesandoli con la probabilita' di scattering

$$<\xi>=\sum N_i\sigma_{s_i}\xi_i/\sum N_i\sigma_{s_i} \tag{5.6}$$

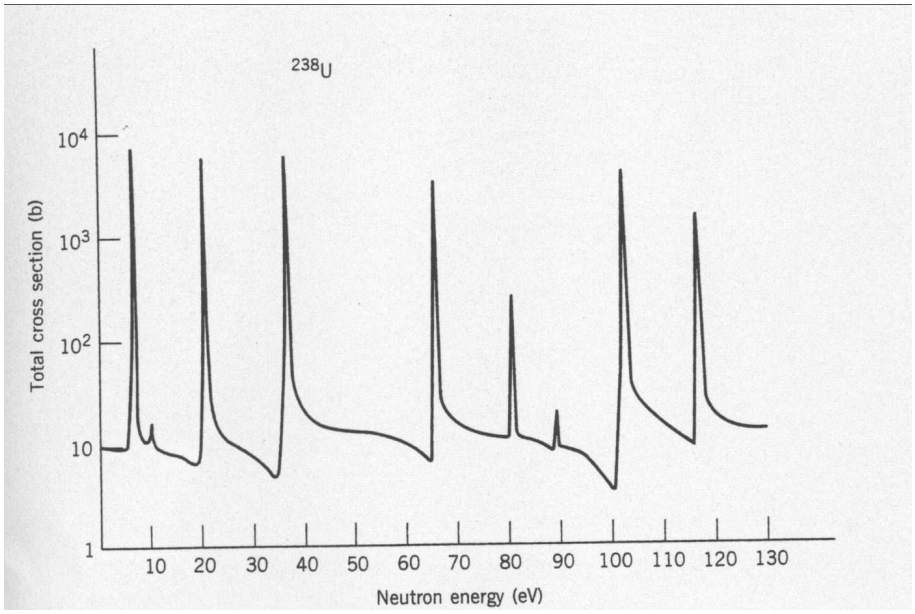

Figure 5.2: Regione delle risonanze cattura neutroni di U-238

In un reattore *diluito* sia Σ_s che $< \xi >$ assumono gli stessi valori che nel caso di un moderatore puro, vedi tabella seguente.
Come ci si aspetta, p aumenta con $< \xi >$ perche' piu' grande e' questo valore maggiore e' la velocita' di rallentamento dei neutroni, inoltre p aumenta anche con il rapporto moderatore-fuel perche' aumenta la probabilita' di scattering dei neutroni veloci con gli atomi del moderatore piuttosto che l'interazione con gli atomi di ^{238}U. Ad esempio, in un reattore con Uranio arricchito al 1.6% in grafite ed un rapporto moderatore-fuel di 600, si ricava p = 0.749.
(4) Una volta termalizzati i neutroni continuano a scatterare, alcuni sono assorbiti dal moderatore o altri componenti strutturali, ma una frazione e' riassorbita dal $fuel$. Questa frazione e' chiamata *thermal utilization factor*, f, ed e' data da

$$f = \frac{\Sigma_a(F)}{\Sigma_a(C)} = \frac{\Sigma_a(F)}{\Sigma_a(F) + \Sigma_a(M) + \cdots} = \frac{N_F \sigma_a(F)}{N_F \sigma_a(F) + N_M \sigma_a(M) + \cdots} \tag{5.7}$$

dove C,F,M $\cdots$ indicano Core,Fuel e Moderatore, etc. Nel caso in studio come esempio di progetto di reattore si ha 1.6% di Uranio arricchito con 1 atomo di Uranio per ogni 600 atomi di carbone, e si considera l'assorbimento dovuto al fuel e moderatore solo nella parte del core, quella centrale, del reattore senza tener conto della finitezza di questo. Calcolando quindi f, con σ_a(F) = 13.56 b come calcolato precedentemente, σ_a(M) = 0.0045 b dalla tabella e N_M/N_F= 600, si ottiene f = 0.834.
Bisogna ancora tener conto della frazione di neutroni che sfuggono dalla zona centrale data la finitezza del reattore. Ci sara' una frazione l_f di neutroni fast ed una frazione di neutroni slow l_s, in totale si puo' calcolare la frazione di neutroni che NON andranno persi come (1-l_f)(1-l_s.
A questo punto si hanno tutti i termini per determinare quanti neutroni per ogni singolo neutrone iniziale sopravviveranno per continuare il ciclo, cioe' si calcola il fattore di moltiplicazione

$$k = \eta \epsilon p f (1 - l_f)(1 - l_s) \tag{5.8}$$

che si semplifica nel caso di un reattore infinito, senza leakage, nella formula a quattro fattori

$$k = \eta \epsilon p f \tag{5.9}$$

Combinando i fattori come calcolati nei punti precedenti, con Uranio arricchito al 1.6% e rapporto grafite/Uranio di 600, si ottiene

$$k_{infty} = 1.654 \times 1 \times 0.749 \times 0.834 = 1.033 \tag{5.10}$$

Con queste cifre di progetto il reattore puo' funzionare e lavorare sul punto critico di k=1, ammesso che non si perda piu' del 3.3% di neutroni date le dimensioni finite di un reattore reale, vedi Figura 5.1

5.1.2 Moderatore

La scelta del moderatore e' di estrema importanza nella realizzazione di un reattore termico. Esso deve essere tale da frenare i neutroni veloci molto rapidamente da limitarne la cattura nella zona energetica delle risonanze del ^{238}U e contemporaneamnete da non assorbire troppi neutroni lui stesso.
Lo slowing down avviene per mezzo di successivi scattering e cio' avviene meglio con nuclei leggeri, tre sono i materiali piu adatti allo scopo: acqua, acqua pesante e grafite. La tabella illustra le proprieta' piu' rilevanti di questi tre moderatori.

Materiale	M.Wt	densita' (g cm^{-3})	σ_s (b)	σ_a (b)	ξ	SDP (m^{-1})
H_2O	18.01	1.0	49.2	0.66	0.920	151
D_2O	20.02	1.1	10.6	0.001	0.509	18
Grafite	12.01	1.6	4.7	0.0045	0.158	6.0

Un buon moderatore deve avere grande sezione d'urto di scattering ed alto decremento logaritmico dell'energia, cioe' lo *slowing down power* definito come SDP = $\xi\Sigma_s$ deve essere grande ed in piu' deve avere poco potere assorbente. Ad esempio il Boro (A$\sim$ 11) ha una effettiva capacita' di SDP maggiore della grafite ma ha un piu' alto potere di assorbire e quindi e' inefficace come moderatore; esso e' invece usato sotto forma di barre come elemento di controllo della criticita' del reattore in quanto ha grande capacita' di assorbire neutroni.
Ognuno dei tre materiali come moderatore ha i pro ed i contro. L'acqua ha basso costo ed alte sezioni d'urto e ξ, ma ha anche alto potere assorbente per cui e' necessario usare Uranio arricchito, che costa. L'acqua pesante, con deuterio, e' molto meglio ma ha un costo molto elevato rispetto all'acqua ed alla grafite. La grafite ha basso costo ma ha un numero di massa grande e quindi la ξ e' relativamente piccola per un reattore ideale. Ma con questo materiale, grafite, ugualmente si puo' costruire un reattore con solo uranio naturale.

Da quanto visto precedentemente f e' una funzione decrescente e p invece crescente del rapporto moderatore-fuel N_M/N_F. Per un dato valore di arricchimento del ^{235}U c'e' un valorte del rapporto N_M/N_F per cui k_∞ e' massimo, vedi tabella successiva, in cui sono elencati i valori di η, f, p e k_∞ per una mistura omogenea di grafite ed Uranio di dato rapporto N_M/N_F e due gradi di arricchimento del ^{235}U: naturale(0.72%) e 1.6%.
Dalla tabella e' evidente come per l'Uranio naturale non ci sono concentrazioni tali da mantenere una reazione di fissione autosostenuta e quindi un reattore in condizioni critiche. Cio' e' dovuto ai piccoli valori di η e p. Il basso valore di p e' dovuto al piccolo SDP della grafite e quindi alla grande probabilita' che il neutrone sia catturato dal ^{238}U nella regione delle risonanze. D'altra parte anche con un piccolo arricchimento k_∞ supera l'unita', ma questo e' dovuto non all'aumento di p ma alla crescita di η poiche' la sezione d'urto di fissione termica del ^{235}U e' piu' di 200 volte maggiore della sezione d'urto di cattura del ^{238}U.
Un modo per accrescere p e' quello di fissare l'Uranio in barre immerse nella grafite secondo uno schema regolare. In questo modo la grafite modera piu' neutroni che lasciano una barra prima che questi arrivino ad un'altra barra e quindi aumenta la probabilita' di fissione termica perche' riducendo la probabilita' di assorbimento per risonanza aumenta il termine *Resonance escape probability*. Da tener presente anche che il neutrone con energia nella zona delle risonanze percorre uno spazio molto breve e quindi il materiale dello strato superficiale delle barre contribuisce poco all'assorbimento. Questo tipo di reattore, eterogeneo, e' quello sperimetao per la prima volta da Enrico Fermi nel 1942. Naturalmente le barre non debbono essere troppo spesse altrimenti i neutroni termici non raggiungerebbero l'interno delle barre e f sarebbe ridotto in modo non voluto perche' il numero effettivo di atomi di fuel utilizzabile sarebbe ridotto.

	^{235}U:0.72%;η=1.328			^{235}U:1.600%;η=1.654		
N_M/N_F	f	(p	k_∞	f	p	k_∞
100.0	0.944	0.480	0.602	0.968	0.482	0.771
200.0	0.894	0.599	0.712	0.938	0.601	0.931
300.0	0.849	0.660	0.744	0.909	0.661	0.995
400.0	0.808	0.699	0.751	0.883	0.700	1.022
500.0	0.771	0.727	0.745	0.858	0.728	1.032
600.0	0.738	0.748	0.733	0.834	0.749	1.033
700.0	0.707	0.765	0.718	0.811	0.766	1.027
800.0	0.678	0.778	0.701	0.790	0.779	1.018
900.0	0.652	0.790	0.684	0.770	0.791	1.007
1000.0	0.628	0.800	0.667	0.751	0.801	0.994

Tutti i reattori reali sono finiti e k_∞ deve essere maggiore di 1 per compensare la perdita,(leakage), dalla suparficie esterna. La dimensione di un reattore dipende da due principali quantita': (i) di quanto $k_\infty > 1$ e (ii) la distanza media che i neutroni percorrono dal loro punto di creazione prima di essere assorbiti. Per un reattore in condizioni di criticita' k =1 e quindi (k_∞ - 1) e' una misura della frazione di neutroni che fuoriescono dal reattore. Piu' piccolo e' il reattore maggiore e' questa frazione, quindi sara' necessario calibrare le dimensioni del reattore in maniera da mantenere la frazione di leakage ad un dato livello.

Riflettore Il **core** di un reattore, nella maggior parte dei casi, e' circondato da qualche materiale che ha un grande rapporto tra xsec scattering e assorbimento. Questo materiale e' detto *riflettore* ha due propositi: primo, esso riflette in dietro parte dei neutroni che sfuggirebbero dal core aumentando cosi' la probabilita' di non leakage e secondo rendendo piu' uniforme il flusso su tutto il core, anche ai bordi, in modo da avere una potenza termica uniforme e quindi aumentare la potenza termica disponibile.

5.2 Il reattore finito

I reattori reali sono finiti e la maggior parte eterogenei costituti, in generale, da un lattice di barre di fuel circondate dal moderatore. Di seguito, pero', si fara' ancora riferimento a reattori omogenei per semplificare, senza stravolgere, le ipotesi di lavoro. Alla base del calcolo delle dimensioni di un reattore realistico c'e' il processo di diffusione dei neutroni dal loro punto di origine per tutta la loro storia: o assorbiti nel reattore o persi.

5.2.1 Diffusione

La teoria classica della diffusione parte dal concetto che particelle in moto, diffondendo in seguito ad urti casuali nel mezzo, tendono a diventare uniformemente distribuite nel volume. Se si considera un piano nel mezzo, ad es. z=costante, ci sara' un flusso di particelle attraverso il piano in entrambe le direzioni e possiamo definire una densita' di corrente J_z come il numero netto di particelle che attraversa l'unita' di area nella direzione +z nell'unita' di tempo. Se la densita' di particelle n e' uniforme, $J_z = 0$, ma se n non e' uniforme, $n = n(z)$, ci sara' un flusso netto attraverso il piano che tendera' a ristabilire l'equilibrio ad una rate proporzionale al gradiente della concentrazione, cioe'

$$J_z = -D\frac{\partial n}{\partial z} \tag{5.11}$$

essendo D una costante di proporzionalita' chiamata *coefficiente di diffusione*. Se $\partial n/\partial z > 0$, il flusso e' nella direzione negativa, cioe' da concentrazione alta a bassa. Equazioni simili si possono scrivere per i gradienti di concentrazione nelle direzioni x e y. La densita' di corrente totale e' il vettore somma:

$$\mathbf{J} = \mathbf{iJ_x} + \mathbf{jJ_y} + \mathbf{kJ_z} = -\mathbf{D}\nabla(\mathbf{n}) \tag{5.12}$$

essendo $\nabla = \mathbf{i}\partial/\partial x + \mathbf{j}\partial/\partial y + \mathbf{k}\partial/\partial z$ e **i**,**j** e **k** vettori unitari nelle direzioni x, y e z.
Il coefficiente D si puo' stimare usando l'argomento del libero cammino medio semplificato. Innanzitutto si suppone che le n particelle si muovano tutte alla stessa velocita' media v. In una unita' di volume ci saranno in media 1/3 delle particelle che si muoveranno prevalentemente in una data direzione, ad es. la z. Meta' di queste, cioe' n/6, hanno una velocita' v nella direzione +z e n/6 una velcita' v nella direzione -z. In condizioni di uniformita' ci saranno quindi nv/6 particelle che attraverseranno il piano z=const in una direzione ed altrettante nella direzione opposta ed il flusso netto sara' nullo. Se λ_s e' il libero cammino medio di scattering, allora le

particelle che attraversano il piano avranno avuto il loro ultimo scattering ad una distanza dal piano pari a (z-λ_s) in un verso e a (z+λ_s) nel verso opposto. Se vi e' un gradiente di concentrazione, si puo' ottenere la densita' di corrente netta che attraversa il piani, ad es. nella direzione +z come

$$J_z = \frac{v}{6}n(z-\lambda_s) - \frac{v}{6}(z+\lambda_s) = \frac{v}{6}[-2\lambda_s\frac{\partial n}{\partial z}] = -\frac{v\lambda_s}{3}\frac{\partial n}{\partial z} = -D\frac{\partial n}{\partial z} \tag{5.13}$$

che fornisce un'espressione per D in termini di quantita' microscopiche.

5.2.2 Equazione di continuita'

L'equazione $\mathbf{J} = -\mathbf{D}\nabla(\mathbf{n})$ permette di ricavare le equazioni differenziali per la quantita' n dovuta alla diffusione. In un elemento di volume dV=dx $\times$ dy $\times$ dz, il numero di particelle, per unita' di tempo, (corrente), entranti, ad es. dal lato dxdy sara' $j_z$dxdy mentre la corrente che esce dal lato opposto sara' $(j_z$+d$J_z)$dxdy. Il flusso netto nell'elemento di volume dovuto alla corrente lungo l'asse z e' quindi

$$J_z dxdy - (J_z + dJ_z)dxdy = -\frac{\partial J_z}{\partial z}dxdydz = -\frac{\partial J_z}{\partial z}dV \tag{5.14}$$

Espressioni simili si ricavano per il flusso di corrente lungo le direzioni x e y e la somma totale fornisce il flusso totale netto delle particelle per unita' di tempo nel volume. Dividendo per l'elemento di volume dV si ottiene la rate di crescita della densita' di particelle

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -[\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}] = -\nabla \cdot J \tag{5.15}$$

che con la sostituzione di J diventa

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\nabla^2 n, \qquad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{5.16}$$

Questa equazione di continuita' descrive la diffusione di particelle in un mezzo in cui non vi e' creazione o distruzione di particelle; per descrivere la diffusione dei neutroni in un reattore e' necessario aggiungere termini ulteriori, al termine di destra dell'equazione, per tener conto della loro produzione ed assorbimento.
Se si hanno N nuclei per unita' di volume, la rate di perdita di neutroni dovuti all'asorbimento per unita' di volume sara' $\Sigma_a\Phi$, essendo Φ il flusso di neutroni incidente e Σ_a = Nσ_a la sezione d'urto macroscopica totale di assorbimento dei neutroni, mentre la rate di produzione di neutroni per unita' di volume in **r** ed al tempo t sara' indicata come $S(\mathbf{r}, t)$. L'equazione di continuita' diventa allora

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\nabla^2 n(\mathbf{r}, t) - \Sigma_a\Phi(\mathbf{r}, t) + S(\mathbf{r}, t) \tag{5.17}$$

Questa e' l'equazione dipendente dal tempo della diffusione per neutroni in un mezzo. Se il termine sorgente e' indipendente dal tempo, cioe' $\partial n/\partial t$ = 0, allora la distribuzione di densita'

neutronica raggiunge una condizione di equilibrio e quindi l'equazione si trasforma nell'equazione di diffusione stazionaria

$$\frac{D}{v}\nabla^2 n(\mathbf{r}) - \Sigma_a \Phi(\mathbf{r}) + S(\mathbf{r}) = 0 \tag{5.18}$$

tenendo conto che il flusso neutronico $\Phi(\mathbf{r})$=v n($\mathbf{r}$) e assumendo che la velocita' media v non vari con la posizione.

5.2.3 Lunghezza di diffusione

Una delle proprieta' piu' importanti di un materiale moderatore e' la sua *lunghezza di diffusione L* che e' legata alla rms della distanza percorsa dal neutrone nella diffusione nel mezzo prima di essere assorbito. Si puo' ricavare questa relazione osservando come varia il flusso di neutroni da un punto sorgente localizzato all'origine di un mezzo infinito. In un punto lontano da $\mathbf{r}$=0 viene a mancare il contributo di $S(\mathbf{r})$ che e' nullo e quindi si puo' scrivere

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) = \frac{v\Sigma_a(M)}{D}\Phi(\mathbf{r}) = \frac{\Phi(\mathbf{r})}{L^2} \tag{5.19}$$

avendo introdotto la sezione d'urto macroscopica per il moderatore, Σ_a(M), e la quantita', con dimensioni di lunghezza, *lunghezza di diffusione* L^2 = D/v Σ_a(M).
Per un punto sorgente posto all'origine il sistema ha simmetria sferica e quindi si puo' ricavare una soluzione dell'equazione in termini di r soltanto; esprimendo la $\nabla^2\Phi$ in coordinate sferiche

$$\nabla^2 \Phi = \frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\Phi}{dr} = \frac{\Phi}{L^2} \tag{5.20}$$

con $u(r) = r\Phi(r)$ e sostituendo, si ottiene la semplice equazione

$$\frac{d^2u(r)}{dr^2} - \frac{u(r)}{L^2} = 0 \tag{5.21}$$

che ha come soluzione generale $u(r) = ae^{-r/L} + be^{+r/L}$ o

$$\Phi(r) = a\frac{e^{-r/L}}{r} + b\frac{e^{+r/L}}{r} \tag{5.22}$$

a e b costanti. Il flusso di particelle svanisce all'infinito per cui si hanno le condizioni al contorno $\Phi(r) \to 0$ come r $\to \infty$, cosi' b = 0.
La probabilita' di trovare un neutrone in un range r e r+dr dalla sorgente e' proporzionale a $\Phi(r)$dV, dove dV=4π r^2dr e' l'elemento di volume. La distanza media quadratica $< r^2 >$ percorsa dal neutrone tra la sua nascita (a $r = 0$) e il suo assorbimento nel mezzo e' dato da

$$< r^2 >= \frac{\int_0^\infty r^2\Phi(r)dV}{\int_0^\infty \Phi(r)dV} = \frac{\int_0^\infty r^3 e^{-r/L}dr}{\int_0^\infty re^{-r/L}dr} = 6L^2 \tag{5.23}$$

5.2.4 Equazioni del reattore

La condizione di flusso stazionario di neutroni in un mezzo omogeneo soddisfa quindi l'equazione simile alla precedente

$$\frac{D}{v}\nabla^2 n(\mathbf{r}) - \Sigma_a(C)\Phi(\mathbf{r}) + S(\mathbf{r}) = 0 \tag{5.24}$$

dove il primo termine e' il termine di *leakage*, il secondo rappresenta l'*assorbimento* ed il terzo la *produzione*. La Σ_a(C) e' la sezione d'urto macroscopica di assorbimento per il core del reattore. Per un reattore diluito, il valore di D e' assunto essere uguale a quello del puro moderatore.
Il fattore di moltiplicazione infinito puo' essere espresso come

$$k_\infty = \frac{\text{ratetotalediproduzionedineutroninelcore}}{\text{ratetotalediassorbimentodineutroninelcore}} = \frac{\int S(\mathbf{r})dV}{\int \Sigma_a(\mathbf{C})\Phi(\mathbf{r})dV}$$

Nel caso di un reattore omogeneo la composizione e' uniforme, all'interno delle sue pareti, per cui il rapporto tra rate di produzione neutronica e rate di assorbimento neutronica e' indipendente dalla posizione e quindi si puo' scrivere

$$k_\infty = \frac{S(\mathbf{r})}{\Sigma_a(\mathbf{C})\Phi(\mathbf{r})} \tag{5.25}$$

per tutte le **r**. Risolvendo per S(**r**) e sostituenso nell'equazione si ottiene

$$\frac{D}{v}\nabla^2 n(\mathbf{r}) + (k_\infty - 1)\Sigma_a(C)\Phi(\mathbf{r}) = 0 \tag{5.26}$$

Questa normalmente viene scritta nella forma

$$\nabla^2\Phi + \frac{(k_\infty - 1)\Phi}{L_c^2} = \nabla^2\Phi + B^2\Phi = 0 \tag{5.27}$$

dove L_c^2 = D/vΣ_a(C) e B^2 = (k_∞ - 1)/L_c^2.
L'equazione precedente Eq. 5.27 e' conosciuta come l'equazione *one-group* del reattore perche' e' stata derivata assumendo che tutti i neutroni formino un gruppo unico che si muove a velocita termica media. La quantita' L_c e' la *lunghezza di diffusione* dei neutroni termici nel core e B e' il cosidetto **fattore di buckling**, o fattore di contenimento che e' una misura del leakage dei neutroni.
Se il core puo' essere inteso solo come fuel e moderatore, allora Σ_a(C) = Σ_a(F)+Σ_a(M) e la lunghezza di diffusione L_c si puo' esprimere come lunghezza di diffusione del moderatore L e fattore termico di utilizzazione f; dalla relazione

$$(1 - f) = \frac{\Sigma_a(C) - \Sigma_a(F)}{\Sigma_a(C)} = \frac{\Sigma_a(M)}{\Sigma_a(C)} \tag{5.28}$$

si ottiene

$$L_c^2 = (1 - f)L^2 \tag{5.29}$$

dove L_c indica la lunghezza di diffusione dei neutroni nel reattore dopo che essi sono stati termalizzati, (cioe' termici), e trascurando la distanza percorsa durante il processo di slowing down. Si puo' tener conto di questa distanza introducendo la *lunghezza di slowing down* L_s e quindi mettendo al posto di $L_c^2 \rightarrow L_c^2 + L_s^2$.
I valori medi di D, L^2 e L_s^2 per i tre comuni moderatori sono dati nella seguente tabella

Moderatore	D(cm)	L^2(cm^2)	L_s^2(cm^2)
H_2O	0.16	8.1	27
D_2O	0.87	30000	131
Grafite	0.84	2650	368

5.2.5 Soluzione dell'equazione del reattore

La soluzione dell'equazione del reattore lega i parametri base di progetto del reattore (k_∞,L_c) alle dimensioni del reattore per ottenerne la criticita' cioe' la condizione per operare in condizioni stazionarie. La dimensione critica si ottiene risolvendo l'equazione Eq. 5.27 imponendo le condizioni al contorno dettate dalla geometria scelta. Sono particolarmente facili per le due geometrie: rettangolare e sferica.

Geometria rettangolare L'equazione del reattore diventa

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = -B^2\Phi \tag{5.30}$$

che si risolve imponendo che le variabili siano indipendenti e separabili e quindi Φ = X(x) Y(y) Z(z), dopo di che sostituendo si hanno tre equazioni indipendenti:

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = const. = -\alpha^2, \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} = -\beta^2, \frac{1}{Z}\frac{d^2Z}{dz^2} = -\gamma^2 \tag{5.31}$$

con $B^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$.
Le soluzioni sono del tipo X(x)=a $\sin(\alpha x)$ + b $\cos(\alpha x)$ dove a e b sono costanti di integrazione; analogamente per le Y e Z. Se si impone ora la condizione al contorno che il flusso si annulli alla superficie del reattore che per un reattore cubico di lato L significa che $\Phi \rightarrow 0$ per x = 0 e x = L, allora b = 0 e α L = π. Ugualmente per Y e Z si avra' β L = γ L = π, per cui $B^2 = 3\pi/L^2$ ed il volume del reattore sara'

$$L^3 = 161/B^3 \tag{5.32}$$

Geometria sferica In questo caso si passa alle coordinate sferiche e si cerca una soluzione con simmetria sferica, cioe' $\Phi = \Phi(r)$, cosi' con la sostituzione u(r) = r $\Phi(r)$ si ha l'equazione

$$\frac{d^2u}{du^2} + B^2u = 0 \tag{5.33}$$

e la soluzione generale ha la forma $\Phi(r)$ = u(r)/r = a$\sin(Br)$/r + b$\cos(Br)$/r
dove di nuovo a e b sono costanti di integrazione. Poiche' la densita' di flusso all'origine, r=0, e' finita, deve essere b=0 ed assumendo ancora che il flusso si annulli sui bordi della sfera per r= R, deve essere $\Phi(R)$=0, si ottiene che B·R = π, e per il volume sferico del reattore

$$V = 4\pi R^3/3 = 130/B^3 \tag{5.34}$$

In un reattore reale il flusso non e' mai zero ai bordi fisici del reattore ed inoltre se il sistema e' racchiuso da materiale riflettente ci saranno neutroni che verranno scatterati indietro internamente al reattore; in sostanza il valore di R trovato e' quindi maggiore del raggio del core fisico, ma la differenza e' tipicamente di qualche centimetro che e' trascurabile a fronte delle dimensioni di R che sara' di parecchi metri.
Come esempio si vuole calcolare il raggio di un reattore sferico, Uranio-grafite, con un rapporto moderatore-fuel di 600 ed un arricchimento di ^{235}U del 1.6%. Dalle tabelle precedenti si ricava che k_∞= 1.033, f = 0.834, L^2 = 2650 cm^2 e L_s^2 = 368 cm^2, quindi si puo' scrivere

$$B^2 = \frac{(k_\infty - 1)}{(1-f)L^2 + L_s^2} = \frac{0.033}{0.166 \times 2650 + 368} = 4.08 \times 10^{-5} cm^2 \tag{5.35}$$

ed il raggio del reattore r = π/B = 492 cm, circa 5 metri.
in questo modo si sono definite le dimensioni del reattore, basate sulle assunzioni fatte; dalle dimensioni e composizione si determina la massa del reattore e quindi la massa di fuel da mettere dentro. Tuttavia la potenza del reattore dipende dal flusso Φ e questo e' determinato dalle condizioni di lavoro del reattore.

5.3 Operazioni del reattore

Importante a questo punto sono gli aspetti pratici del funzionamento del reattore, come la potenza ricavata, il consumo di fuel, o per la sua criticita' come varia la densita' neutronica, importante per mantenere le condizioni di stazionarieta', ed infine la produzione di frammenti di fissione con grande sezione d'urto di cattura, che causa il cosidetto *avvelenamento* del reattore.

5.3.1 Potenza del reattore e consumo di materiale fissile

Il reattore per lavorare in condizioni stazionarie deve tenere il fattore di moltiplicazione di neutroni, k, costantemente uguale ad uno. All'inizio k lo si lascia aumentare di poco in modo che il flusso di neutroni aumenti al valore desiderato, dopo di che si riporta il fattore k al valore unitario per avere una produzione stazionaria di potenza. Parametri importanti sono: la potenza generata, la potenza per unita' di massa (rating) ed il consumo di fuel, materiale fissile. Queste quantita' dipendono dalla massa totale di materiale fissile e dalla sezione d'urto dei neutroni col materiale e dal flusso Φ.

La probabilita' di reazione per unita' di tempo per N nuclei e'

$$R = N\Phi\sigma = MN_A\Phi\sigma/A \tag{5.36}$$

con σ sezione d'urto microscopica, M la massa del materiale fissile, A il numero di massa dei nuclei interagenti, e N_A e' il numero di Avogadro. Per la reazione di fissine al posto di σ si sostituisce σ_f e si ottiene quindi la rate di reazione di fissione R_f e se ogni reazione di fissione libera una quantita' E di energia utile, si ottiene per la potenza prodotta

$$P = R_f E \tag{5.37}$$

Problema: Si calcoli la potenza prodotta, il rating e il consumo di materiale fissile per un reattore termico contenente 150 tonnellate di Uranio naturale operante con un flusso di 10^{13} cm^{-2} s^{-1}.
I dati che servono sono ricavabili dalle tabelle precedenti: σ_f(^{235}U) = 579 b, σ_c(^{235}U) = 101b e l'energia utilizzabile per fissione E = 200 MeV.
La frazione di atomi di ^{235}U nell'Uranio naturale (numero di massa 238.03) e' 0.72%, quindi il numero di atomi di Uranio-235 nel reattore sara'

$$N(^{235}U) = \frac{1.5 \times 10^5 \times 0.0072 \times 6.022 \times 10^{26}}{238.03} = 2.73 \times 10^{27} nuclei \tag{5.38}$$

La potenza prodotta quindi sara' $P = N(^{235}U)\Phi\sigma_f$E = 507 MW ed il rating o potenza per unita' di massa sara' di circa 3.4 MW per tonnellata di Uranio.
ll consumo di fuel, che comporta una riduzione dell'Uranio-235, dipende dalla sezione d'urto totale di assorbimento dell'^{235}U, σ_a = 680 b. Il numero totale di nuclei di ^{235}U consumati per secondo sara' uguale a

$$N(^{235}U)\sigma_a\Phi = 2.73 \times 10^{27} \times 680 \times 10^{-24} \times 10^{13} = 1.86 \times 10^{19} s^{-1} \tag{5.39}$$

In un anno ($\sim$ 3$\times$ 10^7 s), si avra' circa 5.9 $\times$ 10^{26} nuclei fissionati che sorrisponde approssimativamente ad un quinto dell'ammontare iniziale di ^{235}U.

5.3.2 Cinetica del reattore

Al fine di mantenere il reattore in condizioni stazionarie, quindi sotto controllo, e' necessario che il fattore di moltiplicazione fluttui attorno al valore unitario, k=1, lentamente.
Se q = k-1 $>$ 0, il numero di neutroni n aumentera' di una quantita' nq in un tempo t_p = t_s +t_d, vita media dei neutroni pronti, dove t_s indica il tempo impiegato da un neutrone *fast* a termalizzarsi e t_d il tempo di diffusione prima di venire catturato. Cosi' dn/dt = nq/t_p e il numero di neutroni crescera' esponenzialmente col tempo

$$n(t) = n_o e^{qt/t_p} \tag{5.40}$$

In molti casi $t_s \ll t_d$ cosicche' $t_p \approx t_d = \lambda_a/v$, dove λ_a il libero cammino medio di assorbimento di un neutrone termico nel core e v e' la velocita' media. Ora λ_a = 1/Σ_a(C) e nel core Σ_a(C) = Σ_a(F) + Σ_a(M) e cosi'

$$t_p \approx 1/v\Sigma_a(C) = (1-f)/v\Sigma_a(M) \tag{5.41}$$

Problema: Calcolare la crescita di flusso neutronico in 10 s in un reattore con f = 0.9 e se il fattore di moltiplicazione e' maggiore di uno,k = 1.001.
Se la densita' del moderatore, grafite, e' ($\rho = 1600$ kg m^{-3}), la Σ_a(M) vale

$$\Sigma_a(M) = \rho\sigma_a/Am_u = (1600 \times 0.0045 \times 10^{-28})/12m_u = 0.036m^{-1} \tag{5.42}$$

essendo la velocita' media v = 2200m s^{-1}; sostituendo nella Eq. 5.41 si ottiene $t_p \approx 10^{-3}$ s. Si ricava quindi la variazione in numero di neutroni n(t) = $n_o$exp(qt/t_p) = $n_o$exp(10) ≈22000n_o, che e' una crescita molto rapida difficile da controllare.
Per fortuna ci sono i neutroni ritardati dall'emissione β, una frazione d di circa 0.0065 dei neutroni da fissione. In questo caso, l'Eq. 5.40 e' modificata per contenere due termini, uno dipendendo dalla vita media dei neutroni pronti ed uno dipendente dalla vita media τ dei neutroni ritardati. Una espressione approssimata che tiene conto dei due termini e' la seguente

$$n(t) = n_o[\frac{d}{d-q}\exp(\frac{qt}{(d-q)\tau}) - \frac{q}{d-q}\exp(\frac{-d(d-q)t}{t_p})] \tag{5.43}$$

che diventa la Eq. 5.40 se $d = 0$. Premesso che sempre q< d, la rate di crescita di n(t) sara' governata dal tempo medio del ritardo, τ ≈12.5 s, che e' molto maggiore di t_p, quindi bisogna aggiungere un termine all'espressione di n(t) e se q $\ll d$ si puo' scrivere

$$n(t) \sim n_o \exp(qt/(d-q)\tau) \tag{5.44}$$

Dall'espressione si vede che la rate di crescita o diminuzione, dipendendo dal segno di q, e' piu' bassa, ma deve essere sempre q $< d$, altrimenti si ricade nel caso di crescita veloce perche' l'esponente diventa positivo.
Per un reattore tipico Uranio-grafite , q = 0.001 che significa n(t)/n_o ≈exp(t/70), che implica una crescita di un fattore exp(≈ 2.7) in circa 70 s, un tempo che permette un controllo facile.

5.3.3 Reattivita' e Delta-k

Il parametro k_{eff} definisce chiaramente lo stato di criticita' di un reattore; questo parametro durante il funzionamento del reattore varia di qualche per mille. Una delle cause ad esempio e' l'inserimento o estrazione delle barre di controllo. Per misurare questa deviazione si introduce il parametro *Delta-k*, o δk, definito semplicemente come $\delta k = k_{eff} - 1$, in questo modo e' possibile definire la *reattivita'* come

$$\rho \equiv \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} = \frac{\delta k}{k_{eff}} \tag{5.45}$$

Per reattori di bassa potenza , come quelli di ricerca, in cui vi e' una bassa variazione della composizione del fuel col tempo, la reattivita' e' usualmente misurata in multipli della frazione di neutroni ritardati β in unita' chiamata " dollars" cioe' $k(\$) \equiv \rho/\beta$. Il vantaggio di usare le definizioni δk,o ρ o k sta nel fatto che la criticita' di unreattore e' subito evidente, essendo per un reattore in stato supercritico tutti e tre i simboli positivi, negativi per un reattore subcritico e zero per un reattore in stato critico.

5.4 Feedback della reattivita'

L'energia sviluppata e le reazioni nucleari che avvengono durante le operazioni di un reattore nucleare modificano le proprieta' del materiale del core e cosi' il fattore di moltiplicazione. Questo cambiamento di reattivita' e' chiamato *reactivity feedback*. Le cause fisiche delle reattivita' di feedback si possono raggruppare in due categorie: reattivita' causata dalla variazione isotopica e reattivita' causata dalla variazione della temperatura.

5.4.1 Feedback da variazione isotopica

Fuel burnup
Tra le cause della variazione isotopica del fuel c'e' il consumo del fuel,*fuel burnup*,che causa una reattivita' negativa per cui ci deve essere compensazione con una riduzione del rapporto fuel/moderatore o con l'inserimento di fuel fresco.
Fuel breeding
In ogni reattore ci sono isotopi fertili che assorbono neutroni e attraverso successivi decadimenti producono atomi fissili. Questo meccanismo porta ad un feedback positivo, particolarmente importante nei reattori a basso arricchimento.
Fission product poisons
Man mano che i prodotti della fissione e i loro figli si accumulano in un reattore, questi assorbono neutroni e quindi diminuiscono il fattore di utilizzazione termica f e quindi la reattivita', vedi dopo.
Burnable poisons
Nei reattori di potenza piccole quantita' di materiali con una grande xsect di assorbimento e' presente nel materiale del core. Inizialmente la presenza di questi elementi diminuisce il fattore f, ma successivamente essi vengono consumati e quindi ηf aumenta.

5.4.2 Feedback da variazione temperatura

La temperatura del materiale del core influisce sulla rate con cui i neutroni interagiscono con il materiale, perche' la rate e' sensibile alla concentrazione atomica, alla probabilita' di reazione ealla variazione della geometria. Importante per la sicurezza del reattore e' che il sistema applichi un feedback negativo ad ogni variazione causata dalla temperatura.
Variazione della concentrazione atomica
Molti materiali si espandono all'aumentare della temperatura, diminuendo cosi' la loro concentrazione atomica e la Xsect macroscopica e quindi una diminuzione della k_{eff}.
Variazione nella distribuzione dell'energia dei neutroni
Con l'aumentare della temperatura del materiale del core, anche lo spetto di energia dei neutroni cambia pur mantenendo una forma maxwelliana, esso si sposta verso energie piu' alte, si dice che si indurisce, *hardening*. In questo modo aumenta i neutroni la cui energia e' al limite delle

risonanze e quindi si ha una diminuzione della resonance escape probability.
Variazione nella geometria
Quando si produce un gradiente di temperatura nel core anche le barre del fuel sono soggette ad espansione e questa variazione genera variazione nella reattivita'. Un caso di modifica della geometria, ben grave, si ha quando le barre ad es. si sciolgono o si ha dispersione di fuel. Qui entra allora in gioco la sicurezza del reattore.

5.4.3 Avvelenamento del reattore

I prodotti di fissione che si accumulano nel core del reattore hanno due effetti che incidono sul funzionamento del reattore: il primo e' che attraverso i loro decadimenti costituiscono una fonte di calore a lungo termine e secondo essi agiscono da assorbitori di neutroni parassiti o *veleni*, che col tempo diminuiscono il fattore di utilizzazione termica f e cosi' introducono una reattivita' negativa nel core.
La reattivita' ρ_p introdotta dal *veleno* dei prodotti di fissione e' direttamente proporzionale alla loro concentrazione media N_p nel core

$$\rho_p = \frac{k'_{eff} - 1}{k'_{eff}} - \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \tag{5.46}$$

dove con k'_{eff} si indica il core con il *veleno* incluso e k_{eff} quello senza. Il veleno altera solo il fattore di utilizzazione termica per cui i due fattori di m oltiplicazione k'_{eff} e k_{eff} sono relazionati secondo la relazione $k'_{eff} = k_{eff} f'/f$. Se inoltre si assume che il core sia critico k_{eff} = 1, la relazione precedente diventa

$$\begin{aligned} \rho_p &= \frac{k'_{eff} - 1}{k'_{eff}} = 1 - \frac{1}{k'_{eff}} = 1 - \frac{f}{f'}\frac{1}{k_{eff}} = 1 - \frac{f}{f'} \\ &= 1 - \frac{\Sigma_a^F/\Sigma_a}{\Sigma_a^F/(\Sigma_a + \Sigma_a^p)} = -\frac{\Sigma_a^p}{\sigma_a} = -\frac{\sigma_a^p N_p}{\Sigma_a} = -\sigma_a^p \frac{\Sigma_f N_p}{\Sigma_a \Sigma_f} \end{aligned}$$

essendo σ_a^p la xsec microscopica di assorbimento termico per il *veleno*.
Il rapporto$\Sigma_f/\Sigma_a = (\Sigma_f^F/\Sigma_a)(\Sigma_a^F/\Sigma_a) = (\eta/\nu)f$ permette di ricavare la reattivita' dovuta al veleno. Per la maggior parte dei reattori ad aqual leggera il fuel e' costituito da ^{235} arricchito al 2.5% cosicche' $\eta \simeq$ = 1.8 e ν= 2.43 e il fattore di utilizzazione termico e' $f \simeq$ 0.8, di modo che $\Sigma_f/\Sigma_a \simeq$ 0.6 e quindi la reattivita' del veleno diventa

$$\rho_p \simeq -0.6\sigma_a^p \frac{N_p}{\Sigma_f} \tag{5.47}$$

Dalla relazione si vede che per determinare l'evoluzione della reattivita' causata da un particolare veleno, e' necessario trovare $N_p(t)/\Sigma_f$ una quantita' che si ricava dall'equazione di decadimento e build up della catena di decadimento dei prodotti "velenosi".
In un reattore in azione si producono centinaia di frammenti di fissione, ma solo alcuni, tra cui Xenon e Samario, hanno una grande sezione d'urto di cattura neutronica. E' praticamente

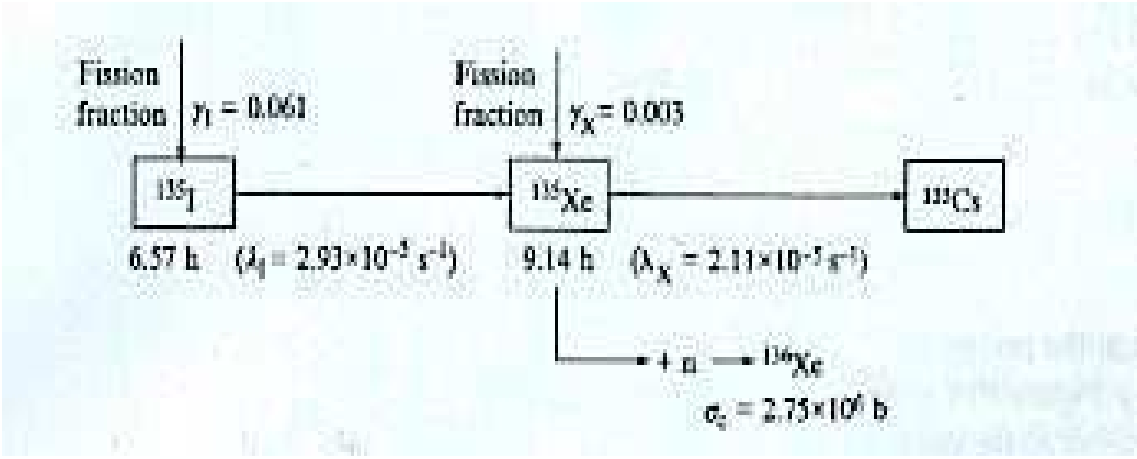

Figure 5.3: Formazione e decadimento dello Xe

impossibile tener conto dell'apporto dei singoli prodotti, ad eccezione del Samario e Xenon, per cui questi si trattano collettivamente. Per i prodotti di fissione prodotti dalla fissione di ^{235}U si assume che ciascuna fissione produca 1 atomo di "veleno" stabile con una xsect di assorbimento di 50 barns. Questa semplice regola si puo' utilizzare per calcolare l'effetto del "veleno" a lungo termine. Per lo Xenon e il Samario il discorso e' diverso proprio perche' hanno una grande xsect di assorbimento neutronico e quindi hanno effetti a breve periodo sul funzionamento del reattore. Lo ^{135}Xe e' formato direttamente nella fissione del ^{235}U, con uno yield di 0.2$\%$, o come risultato del decadimento di ^{135}I, che ha uno yield ancora maggiore, di circa 6.4%. La catena di decadimento e'

$$^{135}\text{Sb} \stackrel{1.7s}{\rightarrow} {}^{135}\text{Te} \stackrel{19s}{\rightarrow} {}^{135}\text{I} \stackrel{6.6h}{\rightarrow} {}^{135}\text{Xe} \stackrel{9.1h}{\rightarrow} {}^{135}\text{Cs} \stackrel{3My}{\rightarrow} {}^{135}\text{Ba}$$

I frammenti Sb e Te decadono in tempi brevi e quindi non hanno effetto, mentre e' importante nella catena lo ^{135}I che nel giro di qualche ora produce una quantita' considerevole di ^{135}Xe. Questo ha una sezione d'urto di cattura per neutroni termici molto grande 2.7×10^6 b per cui i neutroni termici diminuiscono e cosi' il fattore di moltiplicazione. Nella Fig. 5.3 e' mostrato come lo Xenon e' prodotto ed eliminato.

Si compensa con una graduale riduzione della massa di materiale di controllo, (che ha il compito di ridurre il flusso di neutroni) mediante la rimozione delle barre di controllo. In ogni caso si arrivera' ad una situazione per cui il reattore non sara' piu' critico, ma in condizioni di $shutdown$. Dopo lo shut down l'aumentare di "veleno" continua a crescere per un certo tempo perche' la maggior parte della produzione di Xe deriva dal decadimento del ^{135}I.

Il reattore potra' ripartire solo dopo un certo tempo tale per cui la la maggior parte del $veleno$, cioe' dello Xe, sara' decaduto, Nella Fig. 5.4 e' riportata l'andamento della variazione percentuale $q_x = (k' - k)/k' = (f' - f)/f'$ del fattore di moltiplicazione k prima dello shut

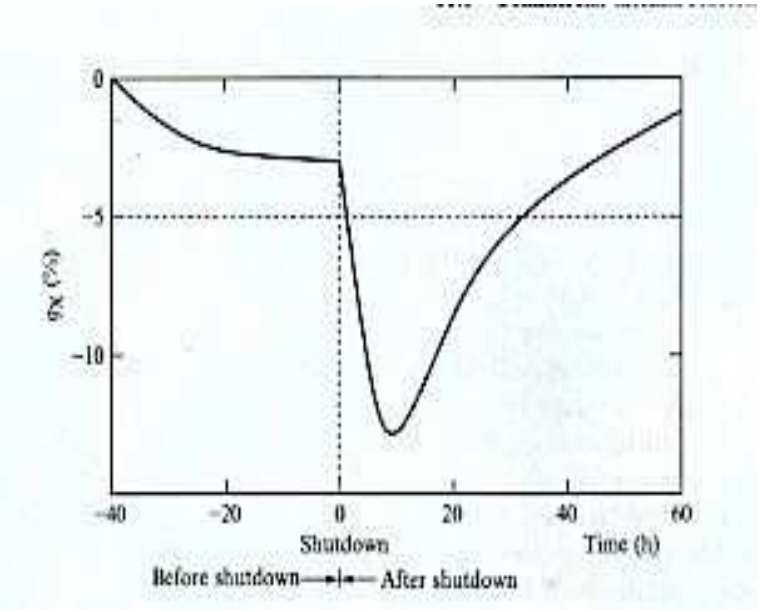

Figure 5.4: Effetto del buildup della concentrazione di Xe

down , ad un flusso neutronico di 10^{14} cm^{-2}s^{-1} e dopo lo shut shut down, supponendo che il massimo della compensazione con le barre di controllo sia del 5%.

Naturalmente questo tempo prima dello start up dipende dalla capacita' di compensazione del reattore, cioe' delle barre, ad esempio se la capacita' di compensazione della variazione percentuale in k e' solo del 5% sara' necessario piu' di un giorno, vedi Fig. 5.4.

5.5 Reattori di fissione

Tutti i reattori nucleari consistono degli stessi elementi essenziali: il $fuel$ o materiale fissile; un $moderatore$ per termalizzare i neutroni (che pero' puo' non essere presente in un reattore che usa neutroni veloci); un $reflector$ che circonda il $core$, fuel piu' moderatore, per ridurre la fuoruscita dei neutroni e quindi ridurre le dimensioni del reattore; un $vessel$ contenitore per contenere i prodotti della fissione alcuni dei quali sono gassosi; uno $shielding$ schermo protettivo per impedire che neutroni e γ producano danni biologici al personale; un $coolant$ per rimuovere il calore generato dal core; un $control\ system$ per permettere di controllare lo stato del reattore ed assicurarne la condizione di stazionarieta'; e vari $emergency\ systems$ progettati per intervenire nel caso di malfunzionamento del sistema di controllo o raffreddamento per evitare disastri (vedi Chernobyl).

Tipi di reattori La classificazione si basa principalmente sul tipo di impiego: generatori di energia, ricerca e conversione.

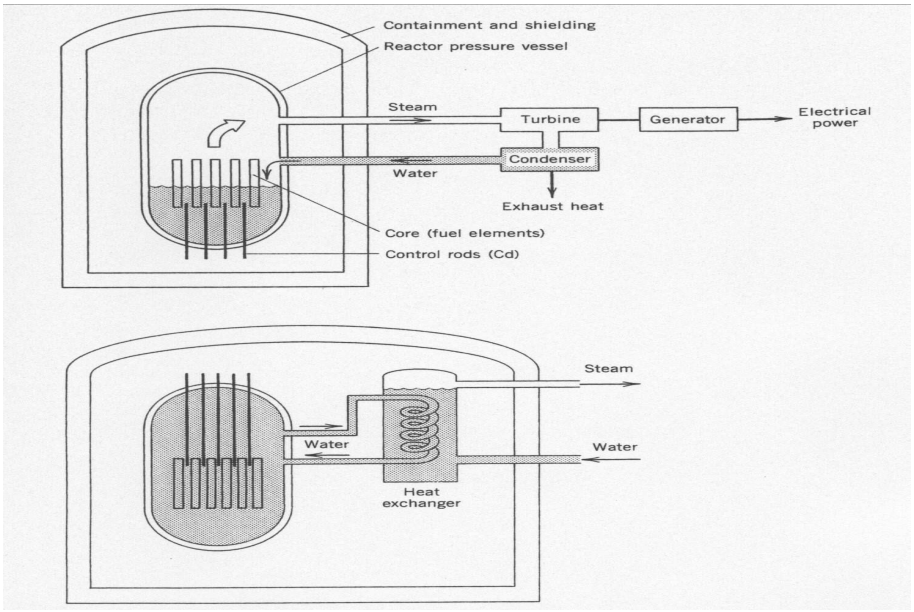

Figure 5.5: Schemi di reattori ad acqua calda e presurrizzata

Reattori di potenza si chiamano i reattori atti ad estrarre l'energia cinetica dai frammenti di fissione come calore e convertire l'energia calorica in energia elettrica, ad esempio come acqua bollente che muove una turbina per mezzo del vapore. Questo tipo di reattore richiede molta piu' attenzione nella progettazione della parte termodinamica che in quella nucleare. Il costo del fuel rappresenta una picola parte del costo totale dell'impianto dove la spesa maggiore ricade sullo schermo protettivo, sul contenitore e sulla parte di generazione dell'energia elettrica. Per questo motivo e' molto piu' economico costruire centrali grandi, maggiori di 1000 MW, piuttosto che molte piccole. Inoltre, per la bassa efficienza termodinamica, c'e' molta dispersione di calore, di piu' che in quelle a combustibile fossile.

Reattori di ricerca sono quei reattori progettati per produrre neutroni per ricerche nell'area della fisica nucleare o di stato solido. Questi generalmente operano ad un passo livello di potenza, nel range da 1-10 MW. Una caratteristica di questi reattori e' di avere un alto flusso di neutroni, tipicamente 10^{13}n/cm^2/s, ma ne esistono anche di 1-2 ordini di grandezza superiore. in condizione stazionaria ed operanti in modo impulsato. Questi reattori sono provvisti di un accesso al core, ad es. con una beam pipe, per incanalare i neutroni ad un apparato sperimentale, esempio un apparato di diffrazione neutronica per studiare la struttura cristallina, oppure di una $thermal\ column$ di grafite messa vicino al core del reattore per schermare i neutroni veloci e quindi avere sorgenti di neutroni termici con uno spettro ben preciso di energia cui esporre campioni da studiare.
Reattori convertitori sono reattori progettati per avere un'alta efficienza per convertire con neutroni termici materiale che non e' fissionabile in materiale fissionabile.La conversione principalmente si attua da ^{238}U a^{239}Pu oppure da ^{232}Th a ^{233}U. In entrambi i casi la conversione involve la cattura di un neutrone seguita da due decadimenti β.

$$^{238}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{239}\text{U} \overset{23min}{\rightarrow} ^{239}\text{Np} + \beta^- + \bar{\nu},\ ^{239}\text{Np} \overset{2.3d}{\rightarrow} ^{239}\text{Pu} + \beta^- + \bar{\nu}.$$

$$^{232}\text{Th} + \text{n} \rightarrow ^{233}\text{Th} \overset{22min}{\rightarrow} ^{233}\text{Pa} + \beta^- + \bar{\nu},\ ^{233}\text{Pa} \overset{27d}{\rightarrow} ^{233}\text{U} + \beta^- + \bar{\nu}.$$

Isotopi come il ^{233}Th e ^{238}U, che sono convertibili in materiale fissile termico, sono detti $fertili$. In principio e' possibile progettare un reattore in cui η circa 2; in questo modo con due neutroni emessi per ogni neutrone assorbito nel fuel, un neutrone puo' essere usato per sostenere la reazione a catena e l'altro per fertilizzare il materiale. Assumendo che le altre perdite siano minimizzate, allora con η >2 un reattore puo' produrre piu' materiale fissile di quanto consumato. Tali reattori sono chiamati $breeder$. Per i neutroni termici, il ^{239}Pu ha η = 2.1, ma difficilmente si riesce a mantenere le perdite di neutroni (leakage, cattura risonante etc.) sotto allo 0.1, questo significa che non si puo' avere la $fertilizzazione$. Nel caso di neutroni fast, ordine del MeV, η = 3 per il ^{239}Pu e quindi la fertilizzazione diventa possibile. Questo e' il motivo per cui grossi sforzi si sono fatti per progettare reattori breeder veloci. Un vantaggio di questi reattori e' che il nuovo materile fissile cosi' ottenuto puo' essere separato dal materiale fissile con procedimenti chimici che sono molto piu' economici e facili che i metodi per separare meteriale fissile da non fissile come l'^{235}U da ^{238}U.

Il sistema di raffreddamento Elemento fondamentale del reattore e' il sistema di raffreddamento senza il quale il calore prodotto scioglierebbe ($meltdown$) il core. Importante e' l'efficienza con cui il mezzo raffreddante estrae il calore dal core. I materiali raffreddanti possono essere gassosi (aria, CO_2, elio), acqua o altri liquidi. come pure metalli liquidi che hanno una alta capacita termica. Poiche' il vapore ha una piccola capacita' termica, i reattori che usano acqua per raffreddare debbono essere tenuti, presurrizzati, ad alta pressione , piu' di 100 atm, al fine di mantenersi liquidi al di sopra del punto di ebollizione. Sono detti *reattori ad acqua presurizzata*. Un altro materiale impiegato e' il sodio liquido che ha una grande capacita' termica e quindi rimane liquido a pressione normale, ma ha il difetto di diventare radiattivo e di essere altamente corrosivo. E' impiegato nei reattori breeder perche' necessitano di una alta eficienza di raffreddamento per volumi piccoli.
Nelle Figura 5.5 sono mostrati gli schemi di principio dei principali tipi di reattori con il sistema di raffreddamento.

5.5.1 Futuro dell'energia da fissione nucleare

L'impiego di reattori a fissione nucleare data da piu' di mezzo secolo con non pochi problemi, vedi Chernobyl, tuttavia la domanda di energia e' crescente e l'energia nucleare sicuramente sara' usata per soddisfare parte di quella domanda. Tuttavia molti sono i problemi, a cominciare dalla sicurezza, regolazione e controllo delle installazioni nucleari e del materiale nucleare , che necessitano di un continuo sforzo di scienziati e tecnici per soluzioni che permettano un corretto e vantaggioso uso dell'energia nucleare. Due sono i problemi principali che debbono essere risolti se l'energia nucleare diventasse l'opzione a lungo termine per risolvere i problemi energetici: le scorie radiattive e il materiale fissile. I reatori autofertilizzanti (breeder) dovrebbero assicurare

l'approvigionamento di materiale fissile indefinitivamente. Per le scorie il discorso e' piu' delicato e compleso.
Quando un reattore e' ricaricato di fuel, e specialmente quando e' decommissionato cioe' messo in disarmo, ci sono grandi quantita' di scorie radiattive, che debbono essere estratte e immagazzinate in luoghi sicuri finche' la loro attivita' si riduca ad un livello accettabile. La maggior parte di queste scorie consiste di frammenti di fissione radioattivi con vite medie di dimezzamento di qualche decina d'anni, per cui l'immagazzinamento sarebbe di qualche centinaio d'anni. C'e' pero' una significativa parte di scorie i cui nuclidi radiattivi hanno vite medie molto lunghe e che richiedono un immagazzinamento di parecchie migliaia di anni. I piu' importanti di questi nuclidi a vita media lunga non sono frammenti di fissione, bensi' nuclei piu' pesanti dell'Uranio formati per successiva cattura neutronica non seguita da fissione. Esempi sono il ^{239}Pu, il ^{242}Pu e l'^{243}Am che hanno tempi di dimezzamento di 24000, 373000 e 7400 anni, rispettivamente. Tuttavia se questi rimangono nel reattore possono catturare neutroni e quindi indurre fissione e quindi produrre frammenti con vite medie di decadimento molto piu' brevi. Su quest'idea si stanno svolgendo ricerche per quello che e' chiamato reattore ibrido, ADS - accelerator driven system, che hanno lo scopo di progettare un reattore che produca energia utile bruciando la maggior parte delle scorie radiattive a vita media lunga.
Questo consiste in un acceleratore che inietta un fascio di alta intensita' di protoni o deutoni in un reattore a fissione subcritico. Le particelle hanno alta energia e quando bombardano targhette, come piombo o Uranio, producono una grande quantita' di neutroni. Alcuni di questi neutroni produrranno fissione, di conseguenza producono energia, e amplificano il flusso neutronico, secondo il valore scelto per il fattore di moltiplicazione. Questi neutroni reagiscono nel core e possono essere usati per convertire scorie, fertilizzare nuovo materiale e generare energia.
Una caratteristica importante di questo reattore e' che non puo' mai andare fuori controllo perche' opera in condizioni subcritiche, per cui quando l'acceleratore ferma il reattore si ferma. Altra importante caratteristica e' che puo' essere usato come inceneritore di scorie radiattive, riducendo di molto le scorie che richiedono un immagazzinamento con tempi geologici.
Gli studi per sviluppare questo tipo di reattore sono portate avanti in molti paesi parallelamente alle ricerche sull'impiego della fusione nucleare che e' un altro capitolo dell'applicazione della fisica nucleare.

5.5.2 Prodotti di fissione radioattivi

I due frammenti nucleari prodotti nella fissione hanno un ecceso di neutroni e quindi decadono β^- per raggiungere l'isobaro stabile nella propria catena delle masse. Questi prodotti di fissione sono importanti per diversi motivi: **(1)** Una piccola frazione (10-15%) dell'energia di fissione e' rilasciata attraverso l'emissione dei β e γ. Dopo che il reattore e' spento, cioe' dopo che si sono inserite tutte le barre di controllo e la fissione e' disinnescata, il calore generato da questi decadimenti continua e diminuisce con una scala dei tempi caratteristica dei tempi di dimezzamento dei prodotti di fissione. **(2)** Man mano che ogni catena raggiunge la stabilita' si producono due effetti- l'energia del decadimento diminuisce e il tempo di dimezzamento cresce. Il residuo dei prodotti a vita media lunga ($t_{1/2} \geq$anni) costituiscono la parte maggiore delle scorie nucleari.**(3)** Certi prodotti della fissione che si accumulano negli elementi di combustibile

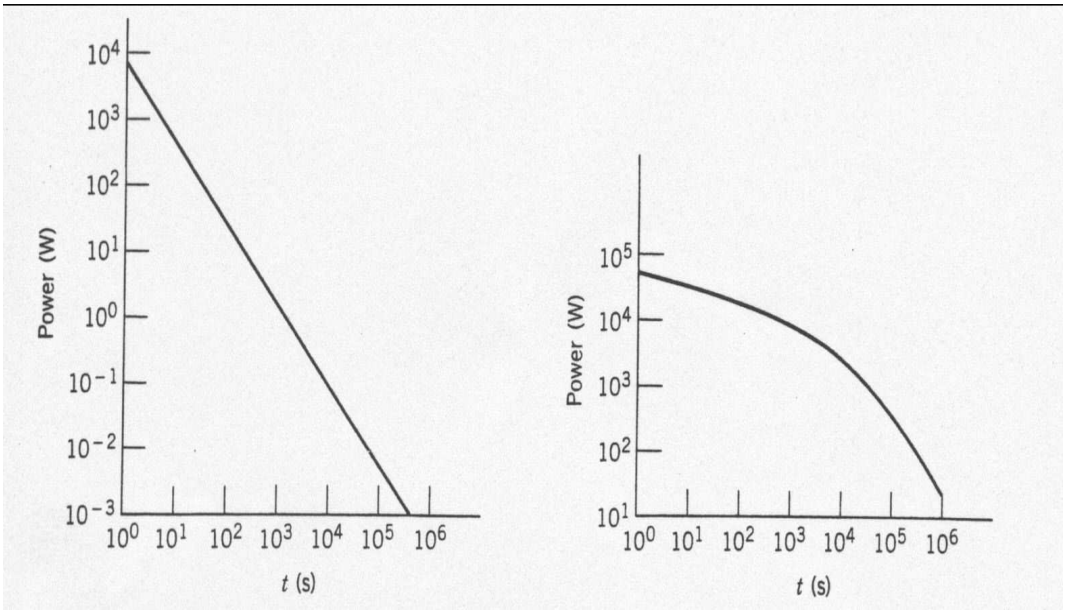

Figure 5.6: Potenza depositata dai decadiment $beta$ e γ

possono interferire con il processo di fissione a causa della loro grande sezione d'urto di cattura (avvelenamento). **(4)** Parecchi prodotti della fissione hanno importanti applicazioni nella ricerca e la loro estrazione dagli elementi di combustibile spento e' l'unico modo economico per produrre questi isotopi. Per quanto riguarda il primo punto l'energia totale rilasciata in un β-decay si aggira attorno ai 19 MeV, da ottenersi in diversi decadimenti sequenziali, ognuno con valori compresi tra 6-7 MeV fino ad 1 MeV, man mano che ci si avvicina alla stabilita'. In ciascun nucleo che decadi ci sono parecchi stati che possono essere occupati, tuttavia la probabilita' di emissione β favorisce decadimenti con grande energia e quindi i decadimenti piu' probabili sono quelli che portano via piu' energia e vanno ad occupare gli stati eccitati piu' bassi dei nuclei figli. E' questa la ragione per cui l'energia media dei decadimenti γ e' di circa 7 MeV, molto meno di quella dei β.
L'energia dei decadimenti β e' suddivisa tra elettrone e antineutrino, quest'ultimo sfugge e non contribuisce ne' al calore ne' alla radiazione. L'energia media che tocca all'elettrone e' circa il 30-40% dell'energia del decadimento, questo significa che mediamente solo 6-8 MeV dei 19 MeV a disposizione appaiono come calore.
Una stima della reale energia rilasciata nei decadimenti β e γ non e' semplice perche' si dovrebbe conoscere quali isotopi sono prodotti, ma si puo' definire un valore medio, basato sulla stima della differenza di massa e tempo di dimezzamento

$$\beta(t) = 1.26t^{-1.2} MeV/s, \qquad \gamma(t) = 1.40t^{1.2} MeV/s \tag{5.48}$$

dove β e γ qui indicano la potenza per fissione depositata rispettivamente come decadimento β e γ in funzione del tempo per t compreso tra 1 e 10^6 s.

Quando un reattore e' funzionante, i prodotti di fissione sono continuamente prodotti mentre altri decadono. Quando il reattore e' spento, l'energia dei prodotti radioattivi presenti, che verra' depositata, dipendera' da quanto tempo il reattore e' stato attivo. Se il reattore opera dal tempo 0

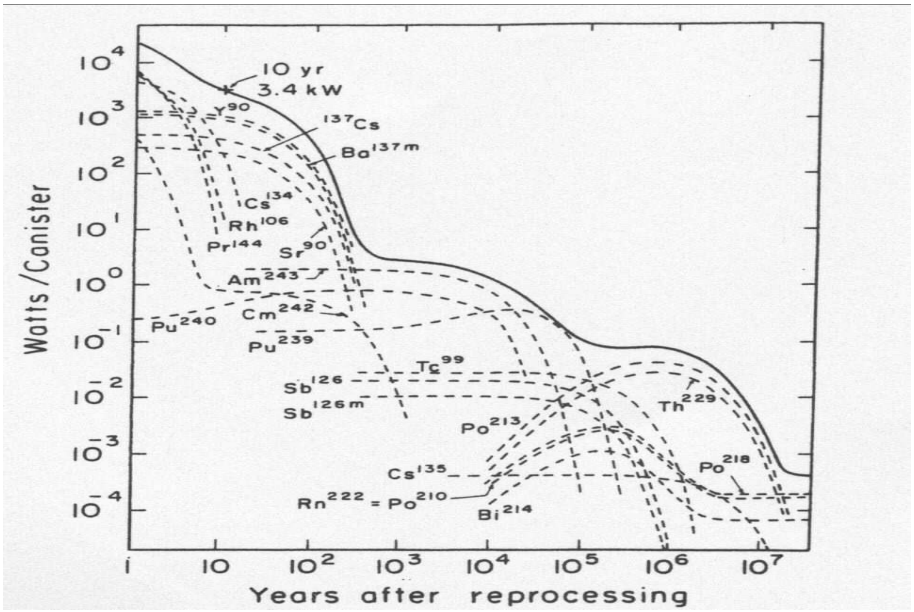

Figure 5.7: Potenza radioattiva generata dai prodotti di fissione ed actinidi

al tempo T, la potenza emessa attraverso i decadimenti β e γ al tempo t dopo lo shutdown e'

$$P(t) = 4.10 \times 10^{11}[t^{0.2} - (t-T)^{-0.2}]MeV/s \tag{5.49}$$

per Watt della potenza originaria di operazione, (questo significa che se il reattore funzionava prima della chiusura a 10^3 MW, si deve moltiplicare la espressione per 10^9). La Fig. 5.7 mostra l'attivita' di decadimento dei β e γ ed il livello di potenza dei decadimenti dopo lo shutdown, chiamato *after heat* di un reattore di ricerca di 1MW.

Sulla scala dei tempi lunghi i prodotti da fissione, quelli a vita media lunga, debbono essere tenuti lontano da ogni sistema biologico per tempi che vanno da 10^5 a 10^6 anni. In Fig. 5.7 e' mostrata l'attivita' dei prodotti a vita media lunga e degli actinidi. Sono stati studiati diversi schemi per ottenere questo isolamento, ma nessun sistema finora adottato puo' garantire un perfetto isolamento su quella scala dei tempi. Ogni infiltrazione nelle acque o catena alimentare puo' causare un aumento delle persone colpite da cancro. Tuttavia si puo' notare che a lungo termine questo potrebbe anche ridurre il rischio perche' ridurrebbe il fondo radioattivo naturale. Si calcola che una centrale a carbone che opera a 1000MW in un anno rilascia nell'aria 23 Kg di Uranio e 46 Kg di Thorio, insieme ai loro prodotti di decadimento , principalmente Radon. Quindi si puo' dire che l'esposizione della popolazione generale dovuta agli impianti a carbone ' di gran lunga piu' dannosa di quella ai reattori nucleari.