

# Chapter 2

## Radioattività

I nuclei radioattivi e la loro radiazione hanno proprietà che sono alla base di molte delle idee ed applicazioni delle tecniche della fisica nucleare. Dal primo esperimento di Rutherford alla produzione attuale di radionuclidi artificiali i nuclei radioattivi hanno segnato la fisica nucleare e sono diventati elemento indispensabile alla moderna tecnologia in svariati campi.

### Tipi di decadimento

Ci sono diversi tipi di decadimenti spontanei (trasmutazione) che possono avvenire nei radionuclidi. In ciascuna trasmutazione, il nucleo dell'atomo genitore  ${}^A_Z P$  è modificato dall'emissione di una o più particelle. Se il numero di protoni ( $Z$ ) è cambiato, anche il numero di elettroni orbitali dell'atomo figlio  $D$  deve essere cambiato o con rilascio di elettroni o con assorbimento di elettroni dalla materia. Nella seguente tabella sono illustrati i tipi più comuni di decadimento radioattivo.

<i>Tipo decadimento</i>	<i>Reazione</i>	<i>Descrizione</i>
Gamma ( $\gamma$ )	${}^A_Z P^* \rightarrow {}^A_Z P + \gamma$	Nucleo eccitato emette gamma
Alpha ( $\alpha$ )	${}^A_Z P \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} D + \alpha$	nuclide decade alpha
Beta- ( $\beta^-$ )	${}^A_Z P \rightarrow {}^A_{Z+1} D + \beta^- + \bar{\nu}$	neutrone nel nucleo in p, e, $\bar{\nu}$
Beta+ ( $\beta^+$ )	${}^A_Z P \rightarrow {}^A_{Z-1} D + \beta^+ + \nu$	protone nel nucleo in n, e <sup>+</sup> , $\nu$
Electron Capture (E.C.)	${}^A_Z P + e \rightarrow {}^A_{Z-1} D^* + \nu$	Orbital electron assorbito
Proton (p)	${}^A_Z P \rightarrow {}^{A-1}_{Z-1} D + p$	protone nucleare espulso da nucleo
Neutrone (n)	${}^A_Z P \rightarrow {}^{A-1}_Z D + n$	neutrone nucleare espulso dal nucleo
Conversione interna (IC)	${}^A_Z P^* \rightarrow [{}^A_Z P]^+$	Elettrone orbitale espulso

### 2.0.1 Diagramma di decadimento radioattivo

Per quantificare il decadimento di un radionuclide sono necessari dati empirici come i tipi di decadimenti possibili, la probabilità per ciascun modo di decadimento, il tempo di dimezzamento

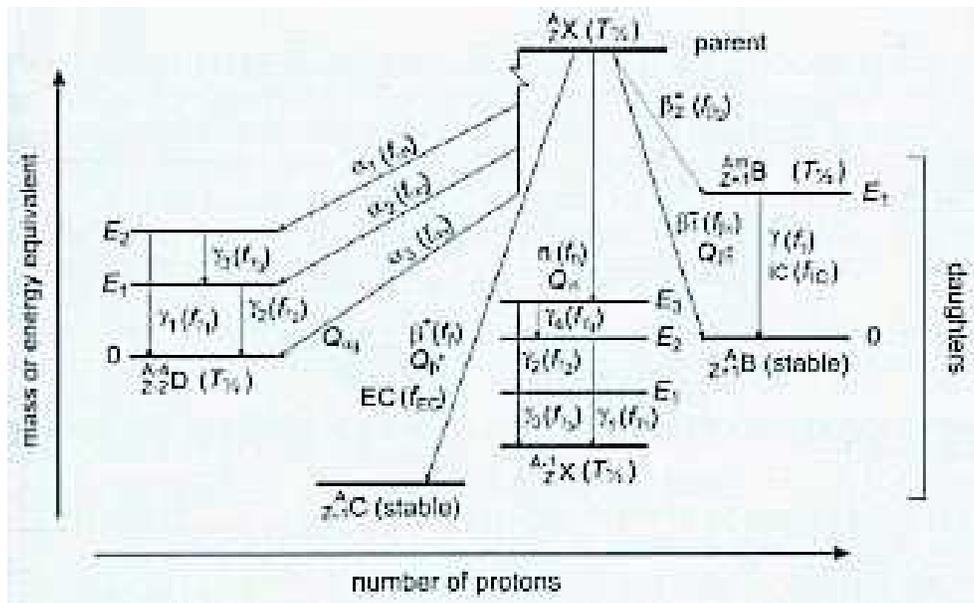


Figure 2.1: Diagramma di decadimenti

del radionuclide, i prodotti figli del decadimento, l'eccitazione prodotta nei nuclei figli, la loro vita media, la frequenza ed energia della radiazione emessa nel passare dallo stato eccitato allo stato fondamentale. Un modo per presentare tali dati è il diagramma di decadimento radioattivo.

In un diagramma di decadimento radioattivo, vedi Fig. ??, chiamato *nuclear-level diagram*, l'asse-*y* rappresenta le masse (o energie equivalenti) dei vari stati eccitati dei prodotti che sono indicati con linee orizzontali. Gli stati fondamentali sia del nuclide genitore che quello dei figli sono rappresentati con linee orizzontali più marcate. L'asse-*x* rappresenta il numero di protoni nei vari nuclidi. Poiché il processo di decadimento è sempre *esotermico*, le masse dei nuclidi figli sono sempre inferiori della massa del nuclide genitore.

L'asse verticale energia/massa è su una scala relativa con il livello fondamentale a energia ZERO per ciascun figlio. Le energie di ciascun stato eccitato sono scritte sopra o di fianco ai livelli rappresentanti lo stato. Per uno stato eccitato di energia  $E_i$  sopra lo stato fondamentale, il nuclide eccitato ha un eccesso di massa pari a  $\Delta m_i = E_i/c^2$  rispetto al nucleo nello stato fondamentale. Spesso viene anche indicato il Q-value per il decadimento allo stato fondamentale. Il Q-value per un decadimento ad uno stato eccitato è il Q-value dello stato fondamentale **meno** l'energia di eccitazione dello stato eccitato.

Nel diagramma ciascuna freccia al livello fondamentale od eccitato è etichettata col tipo di decadimento e dalla probabilità di decadimento (o frequenza  $f$ ), es.  $f(\alpha)$ ; ogni frequenza è data in percentuale che indica la probabilità che il nuclide genitore decada secondo quel modo.

Gli stati eccitati decadono quasi immediatamente via processi radiativi con emissione di raggi  $\gamma$  aventi energie pari alla differenza di energia tra i vari stati. Se lo stato eccitato persiste per un tempo apprezzabile allora si parla di stati **metastabili**, ed è etichettato con il tempo di dimezzamento  $T_{1/2}$ , es.  ${}^A_m Z+1 B T_{1/2}$ .

La *Table of Isotopes* [Fireston and Shirley 1996] di 3100 pagine contiene i diagrammi dei livelli

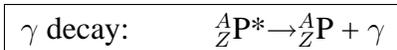
nucleari di quasi tutti i nuclidi conosciuti.

## 2.1 Energetica dei decadimenti

L'interesse maggiore e' per l'energia delle particelle emesse, in quanto nella maggior parte dei casi nel processo di decadimento l'energia cinetica del nuclide genitore e' trascurabile.

### 2.1.1 Decadimento gamma

Nello stato finale di molte reazioni nucleari si ha un nuclide in uno stato eccitato, questi generalmente decadono allo stato fondamentale in un tempo molto breve,  $10^{-9}$  s, emettendo un raggio gamma.



La conservazione dell'energia richiede che

$$M({}_Z^A\text{P}^*)c^2 \equiv M({}_Z^A\text{P})c^2 + E^* = M({}_Z^A\text{P})c^2 + E_P + E_\gamma$$

Se il nuclide genitore e' a riposo, il Q-value e' dato dalla somma delle energie cinetiche dei due prodotti  $Q_\gamma = E_P + E_\gamma = E^*$ . valendo la conservazione del momento si ha che

$$E_\gamma/c = \sqrt{2M_P E_P} \quad (2.1)$$

con  $M_P = M({}_Z^A\text{P})$ . Sostituendo si ricava l'energia del *gamma*

$$E_\gamma = Q_\gamma \left\{ 1 + \frac{E_\gamma}{2M_P c^2} \right\}^{-1} \simeq Q_\gamma = E^* \quad (2.2)$$

L'approssimazione e' giustificata perche'  $E_\gamma$  e' al massimo 10-20 MeV che e' molto piccola a confronto di  $2M_P c^2 \geq 4000$  MeV.

### 2.1.2 Decadimento Alpha

Per i nuclidi pesanti ricchi in protoni un possibile modo di portarsi in una configurazione piu' stabile e' l'emissione di una particella *alpha*, cioe' il nucleo di  ${}_2^4\text{He}$  che come sappiamo e' molto stabile.

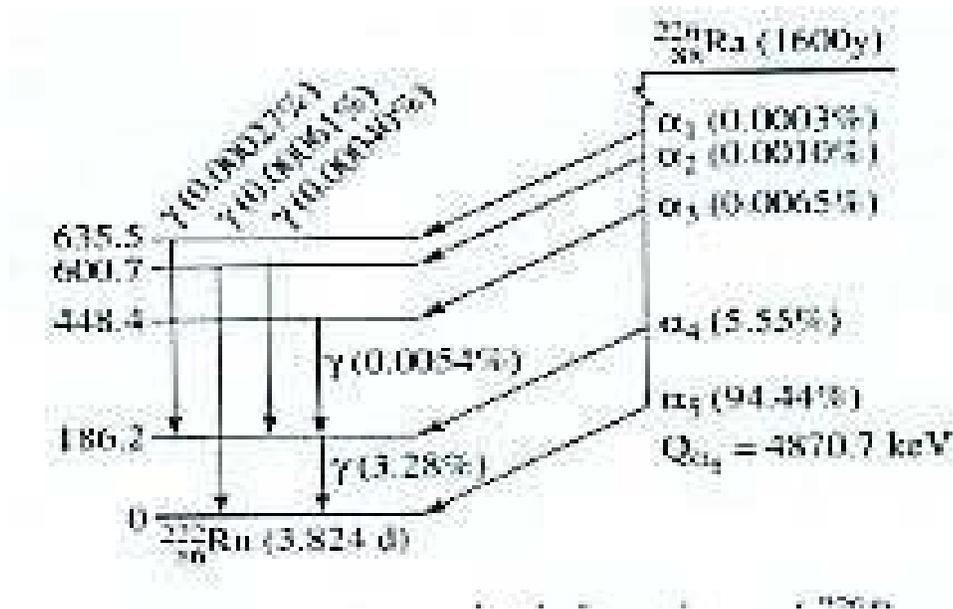
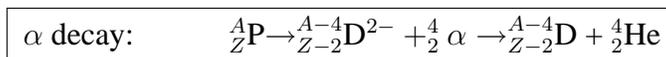


Figure 2.2: Schema decadimento alpha



Il Q-value, in questo caso assommabile alla *energia di disintegrazione*, misura la diminuzione di massa a riposo dei prodotti

$$Q_\alpha/c^2 = M({}^A_Z\text{P}) - [M({}^{A-4}_{Z-2}\text{D}^{2-}) + m({}^4_2\alpha)] \simeq M({}^A_Z\text{P}) - [M({}^{A-4}_{Z-2}\text{D}) + 2m_e + m({}^4_2\alpha)\text{He}]$$

$$\simeq M({}^A_Z\text{P}) - [M({}^{A-4}_{Z-2}\text{D}) + M({}^4_2\text{He})]$$

Il Q-value del decadimento, Fig. ?? equivale all'energia cinetica dei prodotti; tenuto conto che il momento totale deve essere zero, essendo il momento del nucleo genitore zero, i prodotti di decadimento sono colineari con momento uguale e di segno opposto. In regime non relativistico, perche' le energie in gioco sono piccole, si puo' scrivere

$$Q_\alpha = E_D + E_\alpha = \frac{1}{2}M_D v_D^2 + \frac{1}{2}M_\alpha v_\alpha^2, \quad M_D v_D = M_\alpha v_\alpha \quad (2.3)$$

Riscrivendo in termini di  $v_\alpha$  la  $v_D$  nella espressione della  $Q_\alpha$  si ricava l'energia cinetica dei prodotti

$$E_\alpha = Q_\alpha \left[ \frac{M_D}{M_D + M_\alpha} \right] \simeq Q_\alpha \left[ \frac{A_D}{A_D + A_\alpha} \right], \quad E_D = Q_\alpha \left[ \frac{M_\alpha}{M_D + M_\alpha} \right] \simeq Q_\alpha \left[ \frac{A_\alpha}{A_D + A_\alpha} \right] \quad (2.4)$$

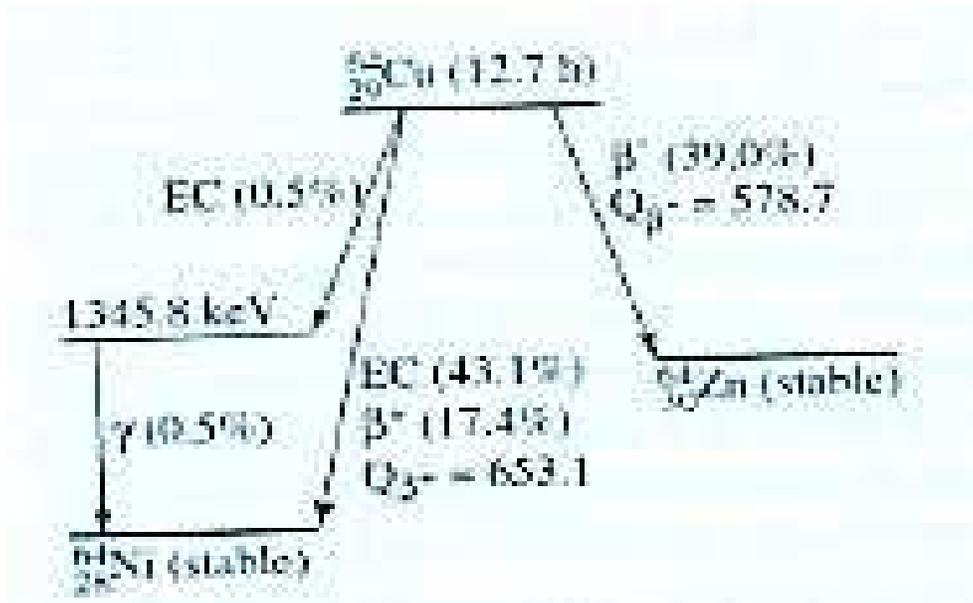


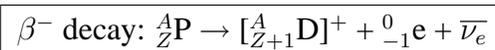
Figure 2.3: Schema di decadimento beta

## 2.2 Beta decay

Molti nuclidi *ricchi* in neutroni o protoni si portano ad un livello energetico fondamentale piu' stabile con la conversione di un neutrone in protone o viceversa con la emissione di elettroni o positroni, particelle  $\beta^-$  e  $\beta^+$ , e antineutrini o neutrini,  $\bar{\nu}$  e  $\nu$ , scivolando cosi' lungo la *valle di stabilita'* fino a raggiungere il livello fondamentale ad energia minore.

### 2.2.1 Beta minus

La reazione generale del decadimento  $\beta^-$ , vedi Fig. ?? e' la seguente



dove sono evidenziati il nucleo figlio che si trova carico positivamente, per cui dovra' acquisire un elettrone dal mezzo circostante per annullare la carica e l'antineutrino elettronico.

Se si trascura la massa dell'antineutrino ( $\lesssim$  eV), il Q-value e' solo la differenza tra le masse del nuclide genitore e quella del figlio

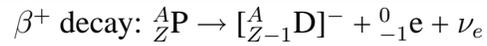
$$Q_{\beta^-}/c^2 = M({}^A_Z\text{P}) - [M({}^A_{Z+1}\text{D}^+) + m_{\beta^-} + m_{\bar{\nu}}] \simeq M({}^A_Z\text{P}) - [\{M({}^A_{Z+1}\text{D}) + m_e\} + m_{\beta^-}] \quad (2.5)$$

Il Q-value, nel caso in cui il decadimento avvenga su un livello eccitato del nucleo figlio, deve tener conto della differenza di energia tra lo stato fondamentale ed il livello eccitato

$$Q_{\beta^-}/c^2 = M({}_Z^A P) - M({}_{Z+1}^A D) - E^*/c^2 \quad (2.6)$$

## 2.2.2 Beta plus

Il decadimento  $\beta^+$  e' il decadimento favorito dai nuclidi con un eccesso di protoni. Nel processo di disintegrazione si forma uno ione negativo in quanto il nucleo figlio ha un protone in meno, ma l'elettrone viene ceduto al mezzo circostante ristabilendo la neutralita' atomica. L'equazione del decadimento e'



Seguendo lo schema dell'equazione per il  $\beta^-$  il Q-value si calcola tenendo conto dell'elettrone che si viene a trovare in eccesso nello ione figlio

$$Q_{\beta^+}/c^2 = M({}_Z^A P) - [M({}_{Z-1}^A D^-) + m_{\beta^+} + m_{\nu_e}] \simeq M({}_Z^A P) - [\{M({}_{Z-1}^A D) + m_e\} + m_{\beta^-}] \quad (2.7)$$

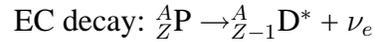
$$\simeq M({}_Z^A P) - M({}_{Z-1}^A D) - 2m_e \quad (2.8)$$

Il positrone emesso perde la sua energia cinetica ionizzando ed eccitando gli elettroni atomici muovendosi nel mezzo circostante, a volte puo' formare uno pseudoatomo *il positronio* catturando un elettrone prima di annichilarsi e convertirsi in un fotone. Il momento totale essendo zero, prima di annichilarsi, cosi' deve essere dopo quindi i fotoni creati debbono essere colineari e di direzione opposta e portarsi via l'energia pari a  $2m_e/c^2/2 = 0.511\text{MeV}$ .

## 2.2.3 Electron Capture

Nel modello quantistico dell'atomo gli elettroni orbitali, specialmente quelli delle shell piu' interne come la K, hanno una probabilita' piccola ma finita di trovarsi all'interno del nucleo, e quindi esiste una certa probabilita' che l'elettrone sia catturato da un protone, che cosi' si trasforma in neutrone. Questa trasformazione si puo' assimilare al processo  $\beta^+$ ,  $p + {}_{-1}^0 e \rightarrow n + \nu$ , con l'elettrone assorbito invece che il positrone emesso, il neutrino e' necessario per la conservazione di energia e momento.

La reazione di decadimento EC si scrive come

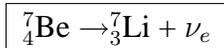


dove il nuclide figlio generalmente e' lasciato in uno stato eccitato. Susseguentemente solo l'emissione di raggi *gamma* porta il nuclide allo stato fondamentale. L'energia del decadimento si ricava dal Q-value, assumendo che il nuclide figlio sia lasciato nello stato fondamentale

$$Q_{EC}/c^2 = M({}^A_Z\text{P}) - [M({}^A_{Z-1}\text{D}) + m_{\nu_e}] \simeq M({}^A_Z\text{P}) - M({}^A_{Z-1}\text{D}) \quad (2.9)$$

Se il nucleo figlio e' lasciato in uno stato eccitato  $E^*$ , bisogna includere questa energia nel calcolo del Q-value.

Un esempio di un radionuclide che decade per EC e' il  ${}^7_4\text{Be}$ , la cui reazione e'

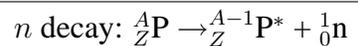


In un processo EC un elettrone orbitale ( usualmente delle shell piu' interne ) scompare lasciando una lacuna. La successiva cascata di elettroni dalle shell interne fino a quelle esterne per occupare la lacuna genera generalmente una emissione di raggi X. Tuttavia e' possibile che la variazione di energia elettronica invece che essere trasformata in raggi X sia trasferita ad un elettrone orbitale esterno con la sua espulsione dall'atomo, *elettrone Auger*.

## 2.2.4 Neutron decay

Ci sono alcuni nuclidi ricchi in neutroni che decadono emettendo un neutrone producendo cosi' un isotopo dello stesso elemento. Il nuclide figlio e' generalmente in uno stato eccitato e si riporta allo stato fondamentale emettendo raggi *gamma*.

Un esempio di decadimento neutronico e' la seguente reazione  ${}^{138}_{54}\text{Xe} \rightarrow {}^{137}_{54}\text{Xe} + \text{n}$ .  
Lo schema della reazione e'

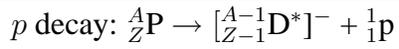


Sebbene il decadimento del neutrone sia raro, esso e' un processo importante sfruttato nei reattori nucleari. Una piccola frazione degli atomi radioattivi prodotti nella reazione di fissione decadono emettendo neutroni, con un tempo di decadimento di decine di secondi; questi neutroni contribuiscono a mantenere la reazione a catena rallentandola, ma rendendo possibile il suo controllo. Il Q-value di tale processo e' il seguente

$$Q_n/c^2 = M({}_Z^A P) - [M({}_Z^{A-1} P^*) + m_n] \simeq M({}_Z^A P) - M({}_Z^{A-1} P) - m_n - E^*/c^2 \quad (2.10)$$

### 2.2.5 Proton decay

Alcuni nuclidi ricchi di protoni decadono emettendo un protone, in questo modo l'atomo figlio si trova elettronegativo, con un elettrone in piu' che viene poi ceduto all'ambiente circostante.

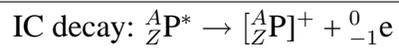


Il Q-value si calcola tenendo conto che l'atomo figlio e' ionizzato negativamente e quindi nel conto deve comparire la massa dell'elettrone in piu'. Alla fine la relazione sara'

$$Q_p/c^2 = M({}_Z^A P) - [M([{}_{Z-1}^{A-1} D^*]^-) + m_p] \simeq M({}_Z^A P) - M({}_{Z-1}^{A-1} D) - M({}_1^1 H) - E^*/c^2 \quad (2.11)$$

### 2.2.6 Internal Conversion

Il nucleo figlio in un processo di decadimento spesso e' lasciato in uno stato eccitato e si riporta ( usualmente in circa  $10^{-9}$ s ) allo stato fondamentale con emissione di fotoni *gamma*. Puo' tuttavia seguire un'altra strada e cioe' trasferire l'energia di eccitazione ad un elettrone orbitale ( generalmente della shell K) con la conseguente espulsione dell'elettrone e lasciando l'atomo ionizzato. Lo schema e' il seguente



Nel calcolo del Q-value entra la BE dell'elettrone della shell K, ( $BE_e^K$ ), che e' fortemente legato, specialmente nei nuclei pesanti.

$$\begin{aligned} Q_{IC}/c^2 &= M({}_Z^A P^*) - [M([{}_Z^A P]^+) + m_e] \\ &\simeq \{M({}_Z^A P) - E^*/c^2\} - [\{M({}_Z^A P) - m_e + BE_e^K/c^2\} + m_e] \\ &= [E^* - BE_e^K]/c^2 \end{aligned}$$

L'elettrone emesso e l'atomo ionizzato si dividono l'energia del decadimento. Per la conservazione del momento zero iniziale i due frammenti sono colineari e in direzione opposte.

$$E_e = \left( \frac{M({}^A_Z P)}{M({}^A_Z P) + m_e} \right) [E^* - BE_e^K] \simeq E^* - BE_e^K \quad (2.12)$$

$$E_D = \left( \frac{m_e}{M({}^A_Z P) + m_e} \right) [E^* - BE_e^K] \simeq 0 \quad (2.13)$$

In un processo IC oltre all'elettrone monoenergetico, si ha emissione di una cascata di raggi X ed elettroni Auger per il fatto che la lacuna viene occupata da un elettrone di shell superiore e così in cascata tutte le shell via via saranno di nuovo occupate.

## 2.3 Caratteristiche del decadimento radioattivo

La probabilità che un nucleo instabile decada spontaneamente in una o più particelle di energia/massa minore è indipendente dalla *storia pregressa* del nucleo ed è la stessa per tutti i nuclei dello stesso tipo. Tutti i decadimenti radioattivi sono descritti dalla stessa legge: la legge del decadimento radioattivo. Questo è un processo stocastico (o casuale o statistico), non si può predire se un singolo nucleo decadrà o no, si può solo predire il valor medio di decadimenti per un grande numero di nuclei dello stesso tipo.

Si consideri un campione con un numero  $N$  grande di nuclidi dello stesso tipo, se in un intervallo piccolo  $\Delta t$  si registrano  $\Delta N$  decadimenti, chiaramente la probabilità di decadimento, in quell'intervallo di tempo, di un nuclide è  $\Delta N/N$ . Al diminuire di  $\Delta t$  è anche chiaro che questa probabilità diminuisce. Ora se si facessero misure per diversi intervalli di  $\Delta t$  e si plottasse in un grafico la  $(\Delta N/N)$  vs  $\Delta t$  si vedrebbe che la probabilità di decadimento diviso per  $\Delta t$  rimane praticamente costante, ma con fluttuazioni maggiori al diminuire di  $\Delta t$  ed il valor medio che tende ad un valore costante.

$$\lambda = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\Delta N/N)}{\Delta t} \quad (2.14)$$

Ogni nuclide radioattivo ha una sua propria caratteristica costante di decadimento  $\lambda$ ; più è piccola  $\lambda$  più lentamente decade il radionuclide, per i nuclidi stabili  $\lambda = 0$ . La costante di decadimento non dipende dalle condizioni sperimentali, come ovvio, ma solo dalle forze nucleari interne al nucleo.

In un intervallo  $dt$  al tempo  $t$  il numero aspettato di decadimenti sarà  $\lambda dt N(t)$  che sarà uguale alla diminuzione di radionuclidi  $-dN(t) = \lambda N(t) dt$ . Da questa relazione, integrando si ricava la *legge del decadimento radioattivo*, in cui  $N_0$  è il numero di nuclidi al tempo  $t = 0$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2.15)$$

Con  $T_{1/2}$  si indica il *tempo di dimezzamento*, cioè il tempo richiesto perché il campione a tempo  $T(0)$  si riduca di metà, esso è una costante ed indicata anche come *half-life*.

$$N(T_{1/2}) \equiv \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \simeq \frac{0.693}{\lambda} \quad (2.16)$$

Quantità interessante è ad es. il  $n$  di **half-life** necessarie per decadere ad una frazione  $\epsilon$  del valore iniziale

$$\epsilon \equiv \frac{N(nT_{1/2})}{N_0}, \quad n = \frac{\ln \epsilon}{\ln 2} \simeq -1.44 \ln \epsilon \quad (2.17)$$

La vita media di un radionuclide può essere calcolata partendo dalla distribuzione di probabilità  $p(t)dt = \lambda e^{-\lambda t} dt$

$$T_{av} = \int_0^{\infty} t p(t) dt = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = -te^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (2.18)$$

**Attività** – Per l'utilizzo e per ragioni di sicurezza non interessa tanto conoscere il numero di atomi radioattivi in un campione quanto il numero di trasmutazioni per unità di tempo, cioè l'*attività*

$$A(t) \equiv -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \quad (2.19)$$

dove  $A_0$  è l'*attività* al tempo  $t = 0$ .

Nel sistema di unità SI l'*attività* è misurata in Bq, un decadimento al secondo. Retaggio del passato esistono altre unità, come il Curie (Ci), che equivale a  $3.7 \times 10^{10}$  Bq. Un Ci è approssimativamente uguale all'*attività* di un grammo di Radio  $^{226}_{88}\text{Ra}$ . Per ottenere 1 Ci di Tritio ( $T_{1/2} = 12.6\text{yr}$ ,  $\lambda = 1.74 \times 10^{-9}\text{s}^{-1}$ ) sono necessari  $1.06 \times 10^{-4}\text{g}$  di tritio, mentre per 1 Ci di  $^{238}\text{U}$  ( $\lambda = 1.74 \times 10^{-18}\text{s}^{-1}$ ) ne sono necessari  $3.00 \times 10^6\text{g}$ .

Con *attività specifica*,  $\hat{A}(t)$ , si intende l'*attività* di un campione normalizzata al volume o alla massa, Ci/liter, Bq/g, così l'*attività* specifica per unità di massa del radionuclide è

$$\hat{A}(t) = \frac{A(t)}{m(t)} = \frac{\lambda N(t)}{N(t)M/N_a} = \frac{\lambda N_0}{M} = \text{costante} \quad (2.20)$$

essendo  $M$  il peso atomico (g/mol) del radionuclide. Così l'*attività* specifica del tritio è trovata essere  $9.71 \times 10^3$  curie per grammo di tritio e quella dell' $^{238}\text{U}$  è  $3.34 \times 10^{-7}$  curie per grammo di  $^{238}\text{U}$ .

**Misura della vita media** Di un radionuclide è importante la misura del tempo di dimezzamento  $T_{1/2}$  o la costante di decadimento  $\lambda$ . Se si plotta l'*attività*

$$A(t) \equiv \lambda N(t) = A(0) \exp(-\lambda t),$$

su una scala lineare l'andamento esponenziale è ben evidente, ma non è semplice il fit per ricavarne la costante  $\lambda$ , mentre lo diventa semplice se si plotta su scala semilogaritmica. In questo caso le misure si dispongono con andamento lineare per cui, anche in presenza di

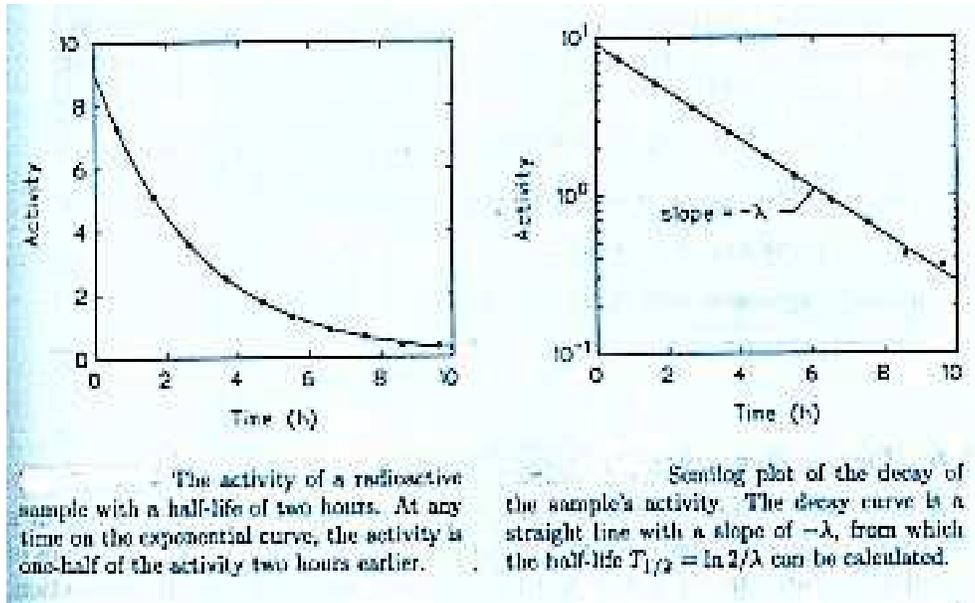


Figure 2.4: Costante di decadimento

immancabili fluttuazioni, il fit risulta semplice. La slope della retta fittata sarà proprio  $-\lambda$ . Non sarà nemmeno necessario plottare la attività  $A(t)$ , ma sarà sufficiente plottare ad es. i conteggi, in quanto la slope sarà in ogni caso uguale a  $-\lambda$ , indipendentemente dal fattore di normalizzazione, vedi Fig. ??.

Questo modo di misurare  $\lambda$  è adatto per radionuclidi con vite medie brevi tali che l'attività sia rilevante durante il tempo di misura; nel caso di radionuclidi come ad es.  $^{238}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 4.47 \times 10^9 \text{y}$ ) la misura diventa praticamente impossibile con il metodo succitato. Per questi radionuclidi è necessario una misura precisa dell'attività del campione  $A_0 \equiv \lambda N_0 \simeq \text{costante}$  ed una misura precisa della massa  $m$  degli atomi radioattivi nel campione. Il numero di radionuclidi è poi calcolato come  $N_0 = mN_a/A$ , essendo  $A$  il peso atomico del radionuclide. Si ottiene la costante di decadimento come  $\lambda = A_0/N_0 = A_0 A / (mN_0)$ .

**Decadimento con processi competitivi** Nel caso di nuclidi che decadono in più modi, per trovare la costante di decadimento effettiva, si parte dalla equazione differenziale con cui si modella la rate di decadimento

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda_1 N(t) - \lambda_2 N(t) - \dots - \lambda_n N(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i N(t) \equiv -\lambda N(t) \quad (2.21)$$

con  $\lambda$  costante di decadimento generale  $\lambda \equiv \sum_{i=1}^n \lambda_i$  e la probabilità  $f_i$  che il nuclide decada nel modo  $i$ -esimo <sup>1</sup> data da

<sup>1</sup>Qual'è la probabilità che il  $^{64}\text{Cu}$  decada per emissione positronica? Se le costanti di decadimento dei tre modi sono  $\lambda_{\beta^+} = 0.009497 \text{h}^{-1}$ ,  $\lambda_{\beta^-} = 0.02129 \text{h}^{-1}$  e  $\lambda_{EC} = 0.02380 \text{h}^{-1}$ , la costante di decadimento totale sarà

$$\lambda = \lambda_{\beta^+} + \lambda_{\beta^-} + \lambda_{EC} = 0.05459 \text{h}^{-1} \quad (2.22)$$

$$f_i = \frac{\text{ratedidecadimentodelmodoi-esimo}}{\text{ratedidecadimentototale}} = \frac{\lambda_i}{\lambda}$$

## 2.4 Dinamica del processo di decadimento

Come si evolve un particolare radionuclide in un campione dipende dalle rate di produzione e decadimento, dal numero iniziale di esso e dei suoi prodotti e dalla rate con cui sfugge dal campione.

### 2.4.1 Decadimento con produzione

Il radionuclide, in molti casi, oltre che decadere e' anche prodotto, o dal decadimento di un nparente o da reazioni nucleari come interazione di raggi cosmici o da neutroni nei reattori. In questo caso bisogna modificare l'equazione differenziale per introdurre un termine,  $Q(t)$  che e' la rate di produzione del radionuclide in questione

$$\frac{dN(t)}{dt} = - \text{rate di decadimento} + \text{rate di produzione} \equiv -\lambda N(t) + Q(t)$$

Che ha soluzione

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} + \int_0^t dt' Q(t') e^{-\lambda(t-t')} \quad (2.23)$$

Nel caso speciale in cui la produzione sia costante,  $Q(t) = Q_0$ , l'integrale si puo' risolvere analiticamente e ha soluzione

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} + \frac{Q_0}{\lambda} [1 - e^{-\lambda t}] \quad (2.24)$$

Si ha equilibrio quando per  $t \rightarrow \infty$  la  $N(t) \rightarrow N_e = Q_0/\lambda$ , , costante che si poteva gia' ricavare imponendo che all'equilibrio si abbia  $dN(t)/dt = 0$ .

### 2.4.2 Catena di decadimenti

Naturalmente ci sono casi in cui il radionuclide attiva una catena di decadimenti nel senso che il nuclide figlio decade in un altro radionuclide e cosi' via fino ad arrivare ad un nuclide stabile. Il

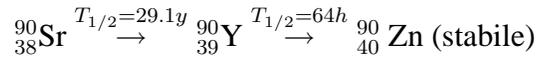
---

La probabilita' che un atomo di  $^{64}\text{Cu}$  decada per emissione di positrone e' quindi

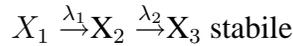
$$\text{Probabilita' di decadimento } \beta^+ = \lambda_{\beta^+}/\lambda = 0.009497/0.05459 = 0.174$$

che e' in accordo con il valore riportato dalle tabelle.

caso piu' semplice, che poi si puo' generalizzare, e' la catena a tre componenti come in questo caso in cui entrambi i radionuclidi decadono  $\beta^-$



Schematicamente la catena si puo' semplificare in



Imponendo le condizioni al contorno si scrivono le equazioni, una per una

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1(t), \quad \frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t), \quad \frac{dN_3}{dt} = -\lambda_3 N_3(t) \quad (2.25)$$

Le soluzioni si ottengono risolvendo la prima equazione e poi le altre due in sequenza

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t} \quad (2.26)$$

quindi, tenendo conto che per il primo radionuclide si deve introdurre il termine di produzione  $Q(t) = \lambda_1 N_1$ , il risultato e'

$$N_2(t) = N_2(0)e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}] \quad (2.27)$$

Per arrivare a calcolare  $N_3(t)$  bisogna sostituire nell'equazione differenziale  $N_2(t)$  ricavata ed integrare, si ottiene

$$\begin{aligned} N_3(t) &= N_3(0) + \lambda_2 \int_0^t N_2(t') dt' \\ &= N_3(0) + N_2(0)[1 - e^{-\lambda_2 t}] + \frac{N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} [\lambda_2(1 - e^{-\lambda_1 t}) - \lambda_1(1 - e^{-\lambda_2 t})] \end{aligned}$$

L'attivit  dei componenti la catena di decadimento dipende molto dalle vire medie dei componenti.

**Attivit  del primo figlio** Nel caso del primo figlio l'attivit  diventa

$$A_2(t) = \lambda_2 N_2(t) = A_2(0)e^{-\lambda_2 t} + A_1(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}] \quad (2.28)$$

( $\lambda_2 > \lambda_1$ ) Il nucleo figlio decade piu' velocemente del nucleo padre. Allora poiche'  $\lambda_2 - \lambda_1 > 0$  al crescere di  $t$ , l'attivit  di  $A_2(t)$  diventa

$$A_2(t) \rightarrow A_1(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \quad (2.29)$$

che nel caso estremo con  $\lambda_1 \ll \lambda_2$  diventa  $A_2(t) \rightarrow \simeq A_1(0)e^{-\lambda_1 t}$  questo significa che l'attivit  del figlio approssima quella del genitore, si raggiunge il cosiddetto *equilibrio secolare*, caratteristico delle catene radioattive naturali.

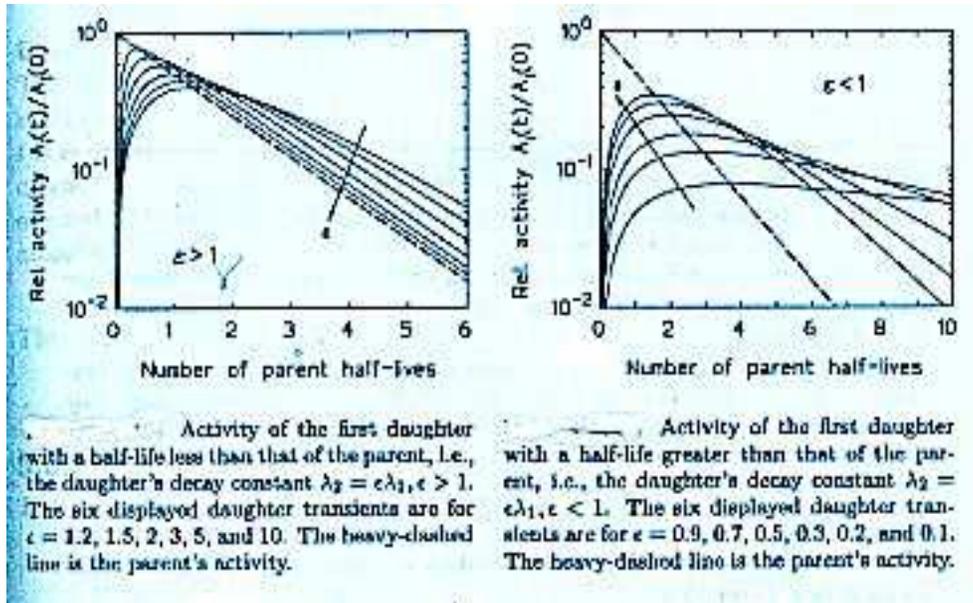


Figure 2.5: Equilibrio

( $\lambda_1 > \lambda_2$ ) In questo caso in nuclide figlio decade con la sua rate normale e l'espressione generale si puo' scrivere come

$$A_2(t) \simeq [A_2(0) + A_1(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}] e^{-\lambda_2 t} \quad (2.30)$$

In Fig. ?? e' mostrato il transiente per  $\lambda_1 = \epsilon\lambda_2 (\epsilon > 1)$  e con  $A_2(0) = 0$ .

( $\lambda_2 \rightarrow 0$ ) Un caso limite si ha quando il figlio decade molto piu' lentamente del parente e' il caso del figlio stabile. Si ha in questo caso dell'accrescimento del numero dei nuclidi figlio oltre al numero iniziale

$$N_2(t) = N_2(0) + N_1(0)(1 - e^{-\lambda_1 t}) \quad (2.31)$$

Si ha in questo caso un build up del nuclide figlio, cosa che si puo' ottenere direttamente dalla equazione generale mettendo  $\lambda_2 \rightarrow 0$ .

### 2.4.3 Catena generale di decadimento

La catena di decadimento generale ha forma

$$X_1 \xrightarrow{\lambda_1} X_2 \xrightarrow{\lambda_2} X_3 \xrightarrow{\lambda_3} \dots X_i \xrightarrow{\lambda_i} \dots X_{n-1} \xrightarrow{\lambda_{n-1}} X_n(\text{stabile}) \quad (2.32)$$

Si scrivono le equazioni di decadimento e build up nel modo solito

$$\begin{aligned}
 \frac{dN_1(t)}{dt} &= -\lambda_1 N_1(t) \\
 \frac{dN_2(t)}{dt} &= -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t) \\
 \frac{dN_3(t)}{dt} &= -\lambda_3 N_3(t) + \lambda_2 N_2(t) \\
 &\quad \vdots \\
 \frac{dN_{n-1}(t)}{dt} &= -\lambda_{n-1} N_{n-1}(t) + \lambda_{n-2} N_{n-2}(t) \\
 \frac{dN_n(t)}{dt} &= \lambda_{n-1} N_{n-1}(t)
 \end{aligned}$$

Esistono soluzioni generali per queste equazioni, cosiddette di Bateman, con le condizioni iniziali  $N_1(0) \neq 0$  e  $N_i(0) = 0, i > 1$ , che nel caso di catene a 1,2, 3 soli step coincidono con le soluzioni già indicate.

#### 2.4.4 Radionuclidi naturali

I radionuclidi esistenti sulla terra derivano da due sorgenti: radionuclidi prodotti dai raggi cosmici provenienti dal sole e dallo spazio intergalattico e radionuclidi residui delle stelle dalla cui materia radioattiva si è formato con il sistema solare.

I raggi cosmici sono formati principalmente da protoni e particelle  $\alpha$  che interagendo con l'atmosfera producono radionuclidi leggeri; i nuclei pesanti si trovano nei raggi cosmici in quantità inferiore all'1%.

#### Radionuclidi cosmogenici

La maggior parte dei prodotti radioattivi dei raggi cosmici sono prodotti direttamente, solo quelli prodotti nell'atmosfera sono di interesse per la polpolazione.

I radionuclidi cosmogenici di maggior interesse sono il Tritio  $^3\text{H}$  e  $^{14}\text{C}$ . Il  $^3\text{H}$  (simbolo T) è prodotto principalmente in reazioni  $^{14}\text{N}(n,T)^{12}\text{C}$  e  $^{16}\text{O}(n,T)^{14}\text{N}$ , ha una vita media di dimezzamento di 12.3 anni e decade  $\beta^-$  di energia massima di 18.6 KeV. In natura esiste come molecola HTO

Il radionuclide  $^{14}\text{C}$  è prodotto principalmente nella reazione  $^{14}\text{N}(n,p)^{14}\text{C}$ . Esiste in atmosfera come  $\text{CO}_2$ , ma la riserva principale è negli oceani. Con l'industrializzazione prima e poi con le armi atomiche l'attività umana ha alterato l'equilibrio naturale nell'ambiente di questi radionuclidi.

Radionuclide & the Decay Modes	Half-life (years)	% El. Abund.	Radionuclide & the Decay Modes	Half-life (years)	% El. Abund.
$^{40}_{19}\text{K}$ $\beta^-$ EC $\beta^+$	$1.27 \times 10^9$	0.0117	$^{88}_{43}\text{V}$ $\beta^-$ EC	$1.4 \times 10^{17}$	0.250
$^{87}_{37}\text{Rb}$ $\beta^-$	$4.58 \times 10^{10}$	27.84	$^{115}_{48}\text{Cd}$ $\beta^-$	$9 \times 10^{15}$	12.22
$^{125}_{51}\text{In}$ $\beta^-$	$4.4 \times 10^{14}$	95.71	$^{123}_{52}\text{Te}$ EC	$> 1.3 \times 10^{13}$	0.908
$^{138}_{57}\text{La}$ EC $\beta^-$	$1.05 \times 10^{11}$	0.090	$^{144}_{60}\text{Nd}$ $\alpha$	$2.38 \times 10^{15}$	23.80
$^{147}_{62}\text{Sm}$ $\alpha$	$1.06 \times 10^{11}$	15.0	$^{148}_{62}\text{Sm}$ $\alpha$	$7 \times 10^{15}$	11.3
$^{160}_{64}\text{Gd}$ $\alpha$	$1.1 \times 10^{14}$	0.20	$^{175}_{71}\text{Lu}$ $\beta^-$	$3.78 \times 10^{10}$	2.59
$^{174}_{71}\text{Hf}$ $\alpha$	$2.0 \times 10^{15}$	0.162	$^{180}_{73}\text{Tl}$ EC $\beta^+$	$> 1.2 \times 10^{15}$	0.012
$^{187}_{75}\text{Re}$ $\beta^-$	$4.3 \times 10^{10}$	62.60	$^{186}_{78}\text{Os}$ $\alpha$	$2 \times 10^{15}$	1.58
$^{190}_{78}\text{Pt}$ $\alpha$	$6.5 \times 10^{11}$	0.01			

Figure 2.6: Tabella dei 17 Nuclidi primordiali isolati

### Radionuclidi primordiali

Delle molte speci di radionuclidi primordiali esistenti quando il sistema solare si e' formato ( 5 miliardi di anni fa), sono rimasti circa 17 radionuclidi a lunga vita media, vedi Fig. ???. Di questi 17 solo il  $^{40}_{19}\text{K}$  e  $^{87}_{37}\text{Rb}$  interessano la popolazione perche' parte del nostro corpo.

Nella parte superiore della carta dei nuclidi si evidenziano tre lunghe catene di decadimento o serie radioattive.

**Serie di origine primordiale** Ogni nuclide radioattivo naturale con  $Z > 83$  fa parte di una delle tre serie radioattive. Essi decadono o via  $\alpha$  o  $\beta^-$  ed hanno la proprieta' che il numero di massa  $A$  per ciascun membro della serie puo' essere espresso come  $4n + i$ , dove  $n$  e' un intero ed  $i = 0, 2$ , o  $3$  costante per ciascuna serie. Le tre serie radioattive si chiamano serie del Thorio ( $4n$ ), Uranio ( $4n + 2$ ) e Attinio ( $4n + 3$ ), dal nome dei capostipiti. Non esiste una serie naturale ( $4n + 1$ ), questa serie fu *ricreata* dopo che il  $^{241}_{94}\text{Pu}$  fu prodotto nei reattori nucleari. Il nuclide di questa serie a vita media di dimezzamento piu' lunga e' il  $^{237}_{93}\text{Np}$ , con solo  $2 \times 10^6$  y, molto piu' breve della formazione della terra, per cui gli elementi naturali originari sono gia' decaduti da parecchio tempo. Le tre serie presentano anche nuclidi che decadono sia  $\alpha$  che  $\beta^-$ , ma tutte e tre si chiudono sullo stesso isotopo stabile, il Pb.

**Equilibrio secolare** Quando in una serie di decadimenti radioattivi i parenti hanno una vita media molto piu' lunga del figlio, si viene a formare nel campione un equilibrio, se non ci sono

stati eventi alteranti il normale processo come ad es. il fallout atomico del secolo scorso per la serie Uranio,  $dN_1/dt \simeq dN_2/dt \simeq \dots \simeq dN_{n-1}/dt \simeq 0$ , da cui si ricava che l'attività rimane costante

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_{n-1} N_{n-1} \quad \text{equivalentemente} \quad A_0 = A_1 = A_2 \dots = A_{n-1} \quad (2.33)$$

In condizioni di equilibrio secolare si può calcolare le costanti di decadimento dei nuclidi a lunga vita media sfruttando il fatto che in condizione di equilibrio secolare l'attività del genitore e del figlio è la stessa.

Ad esempio in un campione di minerale di Uranio c'è del  $^{226}_{88}\text{Ra}$  che ha vita di dimezzamento di 1620 y. Da misure chimiche si conosce che il rapporto tra il numero  $N_{226}$  di atomi di Ra ed il numero  $N_{238}$  di Uranio è  $N_{226}/N_{238} = 1/2.3 \times 10^6$ . In equilibrio secolare si deve avere che  $\lambda_{238} N_{238} = \lambda_{226} N_{226}$ , ma sappiamo anche che  $\lambda = \ln 2/T_{1/2}$ , per cui

$$\frac{N_{238}}{T_{238}} = \frac{N_{226}}{T_{226}}; \quad T_{238} = T_{226} \frac{N_{238}}{N_{226}} = (1.62 \times 10^3)(2.3 \times 10^6) = 4.5 \times 10^9 \text{y} \quad (2.34)$$

# Chapter 3

## Applicazioni pratiche della radioattivit 

### 3.1 Unit  e standards

La misura della radioattivit  non puo' essere assoluta, perche' l'attivit  di un radionuclide non puo' essere ricavata dalle sue propriet , es. la massa. L'attivit  quindi deve essere ricavata contando il numero di trasformazioni nucleari o decadimenti o disintegrazioni per unit  di tempo, misura diretta, oppure con strumenti calibrati o altre tecniche di misura, misure indirette o secondarie.

Come gi  indicato nel sistema SI, introdotto a meta' degli anni '70, l'unit  di misura e' il *becquerel* definito come

$$1 \text{ Bq} = \text{una trasformazione al secondo,}$$

per cui la vecchia unit  il Ci, Curie, ancora usata a livello industriale e medico, e' uguale a  $3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$ . L'attivit  di una sorgente normalmente non supera il millicuries,  $10^{-3} \text{ Ci}$ , o il microcuries,  $10^{-6} \text{ Ci} = 37 \text{ kBq}$ .

#### 3.1.1 Standard secondari

Gli standard di radioattivit  sono forniti da laboratori di standard nazionali e internazionali o da laboratori autorizzati comunemente sotto forma di soluzione acquosa di pochi grammi del radionuclide specifico con una concentrazione certificata (Bq/g) ed altre caratteristiche come ad es. il grado di purezza del radionuclide.

Se i radionuclidi sono impiegati estesamente, spesso si usano sorgenti standard per calibrare la risposta di una camera a ionizzazione o di un rivelatore NaI(Tl) che sara' usato come uno strumento standard secondario, SSI. L'uso di standard secondari ha due vantaggi, il primo e' che

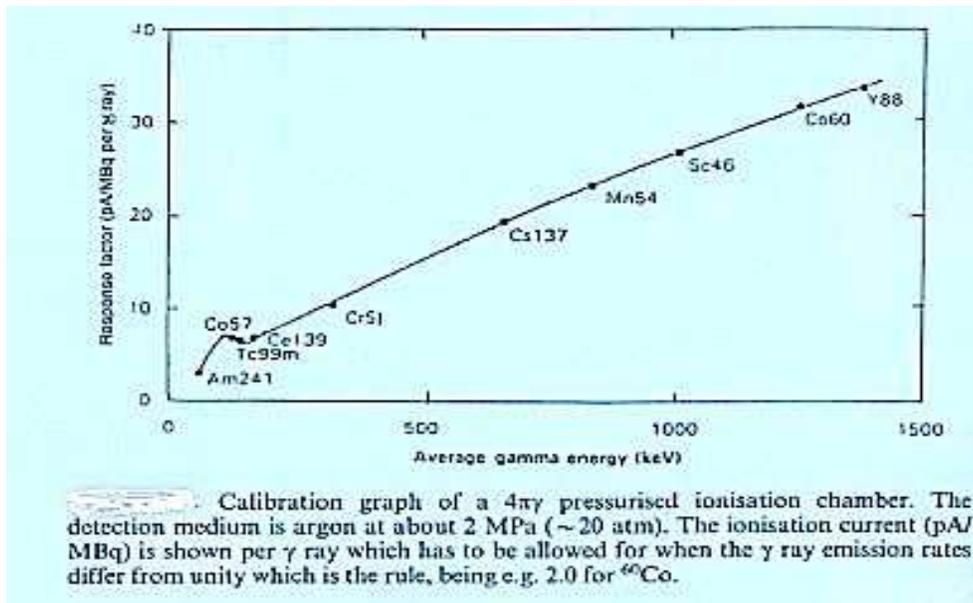


Figure 3.1: Calibrazione

una volta calibrati questi strumenti possono servire per misure di radioattività per periodi anche lunghi (cosa che con le sorgenti standard non è possibile perché generalmente hanno tempi di dimezzamento brevi), secondo con uno strumento SSI si può scegliere che la sua risposta sia lineare per energie di  $\gamma > \simeq 150$  KeV, vedi ad es. Fig. ?? . Va tenuto presente che finora non ci sono SSI per emettitori puri di  $\beta$ .

Importante per gli standard secondari è la calibrazione e la stabilità, da controllare periodicamente una volta all'anno almeno. La preparazione degli SSI è devoluta a laboratori standard o specializzati, che rilasciano un certificato con informazioni sulla concentrazione, Bq/g, della soluzione per il radionuclide principale ad una data specifica insieme alla incertezza e al livello di confidenza. Inoltre devono essere date informazioni sulle caratteristiche chimico fisiche della soluzione e le impurità presenti. Va tenuto presente che per molti impieghi industriali è necessario avere un'accuratezza delle misure di radioattività migliore dell' 1.0% o meglio.

### 3.1.2 Dose della radiazione

La quantificazione della quantità di radiazione in relazione agli effetti, che la radiazione produce sulla materia vivente e non, ha portato alla definizione di *dose* per l'accumulo di radiazione su un periodo di tempo e di *dose rate* se interessa l'effetto per unità di tempo. Poiché differenti fenomeni fisici sono coinvolti, la definizione di *dose* non è un termine preciso ed è meglio usarlo per fare riferimento a generica misura di fenomeno fisico inerente agli effetti della radiazione sulla materia. Si possono distinguere 4 passi nella interazione radiazione materia:

- 1) la radiazione primaria neutra interagisce con l'atomo, nucleo o elettroni
- 2) sono prodotti particelle cariche secondarie
- 3) le particelle cariche secondarie perdono energia, ionizzazione o *bremsstrahlung*
- 4) la radiazione primaria può produrre altra radiazione neutra via scattering

Per un dato volume di materia di massa  $m$  l'energia impartita  $\epsilon$  in un certo intervallo di tempo e' quella coinvolta nei processi di ionizzazione ed eccitazione degli atomi e molecole nel volume, questa energia e' eventualmente quasi tutta convertita in energia termica.

### 3.1.3 Dose assorbita e Kerma

La *dose assorbita* e' il rapporto tra l'energia *media*  $\Delta\bar{\epsilon}$  impartita alla materia di volume  $\Delta m$  per  $m \rightarrow 0$

$$D \equiv \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta\bar{\epsilon}}{\Delta m} \quad (3.1)$$

Così la dose assorbita e' l'energia media assorbita dal campo di radiazione per unita' di massa. Il concetto di dose assorbita e' importante per la protezione da radiazione in quanto correlato al rischio da radiazione.

In principio la dose assorbita e' una quantita' misurabile, in realta' e' difficile perche' dipende dalla fluena e dalle proprieta' della materia. Una quantita', usata in connessione con radiazione ionizzante indirettamente, i.e. raggi X,  $\gamma$  (per i neutroni e' un altro discorso), e' il *kerma*, acronimo per *Kinetic Energy of Radiation absorbed per unit Mass*. Se si indica con  $E_{tr}$  la somma dell'energia cinetica iniziale di tutte le particelle ionizzanti rilasciate dall'interazione delle particelle indirettamente ionizzanti nella materia di massa  $m$ , allora *Kerma* e' definito come

$$K \equiv \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta\overline{E_{tr}}}{\Delta m} \quad (3.2)$$

Nella condizione di *charged particle equilibrium* Kerma e dose assorbita sono uguali e quindi in molte situazioni pratiche il *Kerma* e' una buona approssimazione della dose assorbita.

#### Calcolo del Kerma e dose assorbita

Il calcolo del Kerma e' strettamente legato alla densita' di energia (rate). Se in un certo punto in un mezzo, la fluena di radiazione con energia  $E$  e'  $\Phi$  il Kerma in quel punto e'

$$K = \{ \text{N. di interazioni per unita' di massa} \} \times \{ \text{Energia rilasciata per interazione} \}$$

$$K = \left\{ \frac{\mu(E)\Phi}{\rho} \times (Ef(E)) \right\} \quad \text{riarraggiando} \quad K = \left[ \frac{f(E)\mu(E)}{\rho} \right] E\Phi \quad (3.3)$$

in cui  $f(E)$  indica la frazione delle frazione di energia  $E$  trasferita dalla radiazione incidente che e' trasferita alle particelle cariche secondarie e  $\mu(E)/\rho$  e' il coefficiente di interazione di massa per il materiale del detector. La rate di Kerma  $\dot{K}$  si ottiene sostituendo la fluena  $\Phi$  con la densita' di flusso  $\phi$ . Il risultato e' valido per qualsiasi radiazione neutra, fotoni o neutroni

**Kerma e dose assorbita per fotoni** Il prodotto  $f\mu$ , chiamato  $\mu_{tr}$ , e' il coefficiente di assorbimento lineare per particelle secondarie cariche. Cosi' per il calcolo del Kerma per i fotoni

$$K(E) = \left(\frac{\mu_{tr}(E)}{\rho}\right)E\Phi \quad (3.4)$$

La misura di Kerma in unita' di Gy, con E in MeV,  $(\mu_{tr}\rho)$  in  $\text{cm}^2/\text{g}$  e  $\Phi$  in  $\text{cm}^{-2}$

$$K(\text{Gy}) = \frac{\mu_{tr}}{\rho} \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{g}}\right) \times E(\text{MeV}) \times 1.602 \times 10^{-13}(\text{J/MeV}) \times \frac{1(\text{Gy})}{1(\text{J/kg})} \times 1000(\text{g/kg}) \times \Phi(\text{cm}^{-2}) \quad (3.5)$$

che semplificando diviene

$$K = 1.602 \times 10^{-10} E \left(\frac{\mu_{tr}(E)}{\rho}\right) \Phi \quad (3.6)$$

Nel caso in cui le particelle secondarie irradiano per bremsstrahlung parte dell'energia, questa non viene depositata, per cui bisognera' sostituire  $\mu_{tr}$  con il corrispettivo coefficiente di assorbimento lineare di energia  $\mu_{en}$ . Esistono tabelle precise che riportano per tutti gli elementi ed energie i valori di questi coefficienti.

### 3.1.4 Esposizione

Con *Esposizione*,  $X$  viene indicato il campo di radiazione di raggi gamma e raggi x. Si applica solo ai fotoni. Si intende il valore assoluto della carica ionica di un segno prodotta nell'aria dal fermarsi completamente di tutti gli elettroni e positroni liberati in un volume incrementale di aria per unita' di massa in quel volume. Esposizione e' relazionata al Kerma dell'aria, da un fattore  $W$  che e' il fattore di conversione, indipendente dalla Energia per ogni materiale. Per l'aria e' stimato essere  $33.85 \pm 0.15$  eV per coppia di ioni. Il prodotto  $k \times W$ , con appropriate unita' di conversione, e' la esposizione  $X$  L'Esposizione e' un indice della ionizzazione della radiazione carica secondaria. Si misura in roentgen, R, che e' definito uguale a  $2.58 \times 10^{-4}$  coulomb di carica separata di entrambi i segni per Kg di aria nel volume incrementale dove avviene l'interazione primaria dei fotoni.

Per esposizione in unita' di roentgen R, si usa  $\mu_{en}$

$$X(\text{R}) = \frac{\mu_{en}}{\rho} \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{g}}\right) \times 1000(\text{g/kg}) \times E(\text{MeV}) \times 10^6 \left(\frac{\text{eV}}{\text{MeV}}\right) \times \left(\frac{1 \text{ ion - pair}}{33.85 \text{ eV}}\right) \\ \times 1.062 \times 10^{-19} \left(\frac{\text{C}}{\text{ion - pair}}\right) \times \left(\frac{1}{2.58 \times 10^{-4}(\text{C/R})}\right) \Phi \text{cm}^{-2}$$

piu' semplicemente  $X = 1.835 \times 10^{-8} E \left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{\text{air}} \Phi$

La misura dell'esposizione X e' alquanto difficile in quanto bisogna essere certi di raccogliere tutte le cariche prodotte nell'aria nel volume sensibile del rivelatore. L'uso dell'esposizione come una misura del campo di radiazione fotonico e' alquanto criticato, ma sopravvive perche' e' una quantita' misurabile correlata ragionevolmente con il rischio biologico, (vedasi Capitolo Effetti Biologici della radiazione).

section Tecniche di datazione con isotopi radioattivi

Importanti applicazioni connesse al decadimento radioattivo degli isotopi riguardano la datazione, che permette di studiare la dinamica di grandi e complessi sistemi geologici oltre che di reperti archeologici. Dalla misura della concentrazione di un nuclide parente e quella del figlio si puo' datare il campione perche' la rate di decadimento serve come orologio atomico a frequenza costante. Importanti isotopi radioattivi impiegati per la datazione oltre al  $^{14}\text{C}$ , sono il  $^{40}\text{K}$ , il Tritio, il  $^{36}\text{Cl}$ , ed altri. Caratteristica comune e' la vita media, perche' piu' la vita media e' lunga piu' indietro nel tempo si puo' risalire nella datazione.

### 3.2 Misura della vita media di un radionuclide parente

Se si conosce il numero di atomi radioattivi  $N(0)$  al tempo  $t = 0$  e si misura il numero di atomi al tempo  $t \neq 0$ , si puo' ricavare la costante di decadimento, partendo dalla semplice legge del decadimento

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N(t)}{N(0)}\right) \quad (3.7)$$

La difficolta' e' che non si conosce  $N(0)$ , ma in certi casi si conosce il rapporto iniziale  $N(0)/N_s$  del radionuclide e qualche isotopo stabile dello stesso elemento con una certa precisione e quindi, tenendo conto che anche questo rapporto avra' la stessa legge di decadimento, sara'

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N(t)/N_s}{N(0)/N_s}\right) \quad (3.8)$$

#### Datazione con $^{14}\text{C}$ , $^{40}\text{K}$ , ..

Una delle tecniche piu' comuni di datazione, soprattutto in archeologia, e' la datazione col  $^{14}\text{C}$ . Questo radionuclide ha vita media di dimezzamento di 5730 anni ed e' immesso nell'ambiente attraverso la reazione  $^{14}\text{N}(n,p)^{14}\text{C}$  nell'atmosfera e poi rimosso per decadimento radioattivo, portando, se non ci sono perturbazioni, ad un rapporto costante del  $^{14}\text{C}$  con gli atomi di carbonio dell'ambiente pari a  $N_{14}/N_C = 1.23 \times 10^{-12}$ . Usualmente si misura l'attivita' specifica del  $^{14}\text{C}$  in un campione, ad es.  $A_{14}$  per grammo di Carbone. L'attivita' specifica e' proporzionale al rapporto  $N_{14}/N_C$

$$\frac{A_{14}}{\text{g(C)}} = \left(\frac{N_{14}}{N_C}\right) \frac{\lambda_{14} N_0}{12} = 0.237 \frac{\text{Bq}}{\text{g(C)}} = 6.4 \frac{\text{pCi}}{\text{g(C)}} \quad (3.9)$$

Gli isotopi di carbonio sono incorporati negli organismi viventi, di tutte le speci, o attraverso ingestione o per fotosintesi nella stessa proporzione che esiste nell'ambiente. Quando l'entita'

muore, il rapporto  $N_{14}(t)/N_C$  decresce con il decadimento del  $^{14}\text{C}$ . Conoscendo che il rapporto iniziale dell'attività  $\frac{A_{14}}{g(\text{C})}$  è circa 6.4 Ci/g, dalla misura del valore attuale di  $N_{14}(t)/N_C$  si può determinare l'età del campione organico

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_{14}(t)/N_C}{N_{14}(0)/N_C}\right) = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A_{14}(t)/g(\text{C})}{A_{14}(0)/g(\text{C})}\right) \quad (3.10)$$

Il tempo così calcolato è definito come tempo della *radiocarbon age*, non è corretto, perché la produzione di  $^{14}\text{C}$  nell'atmosfera è cambiata soprattutto per azioni antropiche, come ad es. la combustione di carbon fossile che ha diluito la concentrazione nell'atmosfera, il fall out dei test atomici, ma anche le fluttuazioni dell'attività solare e del campo magnetico terrestre, per cui bisogna applicare delle correzioni mediante calibrazioni tra la "vera età" e la "età del radiocarbonio".

### Misura del buildup di un prodotto figlio stabile

Quando un campione di elemento radioattivo (parente), con  $N_1(0)$  atomi iniziali decade in una serie di vita breve in  $N_2$  atomi figli stabili, si può ricavare il tempo di produzione dell'elemento figlio. Supponendo che inizialmente non siamo presenti nel campione atomi della specie 2, si può scrivere

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda t} \quad \text{e} \quad N_2(t) = N_1(0)(1 - e^{-\lambda t})$$

da cui si può ricavare il tempo  $t$ , misurando il rapporto  $N_2/N_1$  con spettroscopia di massa o analisi chimica.

$$t = \frac{1}{\lambda_1} \ln\left(1 + \frac{N_2(t)}{N_1(t)}\right) \quad (3.11)$$

### Elemento figlio stabile con concentrazione iniziale

Quando al tempo  $t = 0$  l'elemento stabile figlio ha un numero di atomi  $N_2 \neq 0$ , si deve fare un'analisi più accurata.

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda t} \quad \text{e} \quad N_2(t) = N_2(0) + N_1(0)(1 - e^{-\lambda t})$$

Ci sono tre incognite  $N_1(0)$ ,  $N_2(0)$  e  $t$ . Necessita di trovare un'altra relazione. Se in un campione si trova un isotopo stabile  $N'_2$  dello stesso elemento  $N_2$  che non si sia formato attraverso una catena di decadimenti, il rapporto  $R = N_2/N'_2$  è conosciuto dall'abbondanza relativa degli isotopi stabili dell'elemento, risultante dalla formazione primordiale del sistema solare.

Quindi in un campione senza nessun parente radioattivo questo rapporto rimane costante  $N_2(t)/N'_2(t) = N_2(0)/N'_2(0) = R_0$ , per cui se si misura  $R$  e si trova che è maggiore di  $R_0$  questo

significa che c'è stato un arricchimento dovuto al decadimento di un atomo parente. Se l'atomo di riferimento è stabile e non ci sono stati incrementi o perdite questo significa che  $N_2'(t) = N_2'(0)$ , per cui dividendo le equazioni precedenti

$$\frac{N_1(t)}{N_2'(t)} = \frac{N_1(0)}{N_2'(0)} e^{-\lambda t} \quad \text{e} \quad R(t) = R_0 + \frac{N_1(0)}{N_2'(0)} [1 - e^{-\lambda t}] \quad (3.12)$$

da questa si ricava sostituendo  $N_1(0)/N_2'(0)$  dalla prima nella seconda relazione

$$R(t) = R_0 + \frac{N_1(t)}{N_2'(t)} [e^{\lambda t} - 1] \quad (3.13)$$

e di qui si ricava il tempo

$$t = \frac{1}{\lambda} \left\{ 1 + \frac{N_2'(t)}{N_1(t)} [R(t) - R_0] \right\} \quad (3.14)$$

In sostanza l'età di un campione può essere determinata da tre rapporti atomici, due ottenuti con misure  $N_2'(t)/N_1(t)$  e  $N_2(t)/N_2'(t)$  e il terzo dal rapporto isotopico primordiale  $R_0 = N_2(0)/N_2'(0)$ .