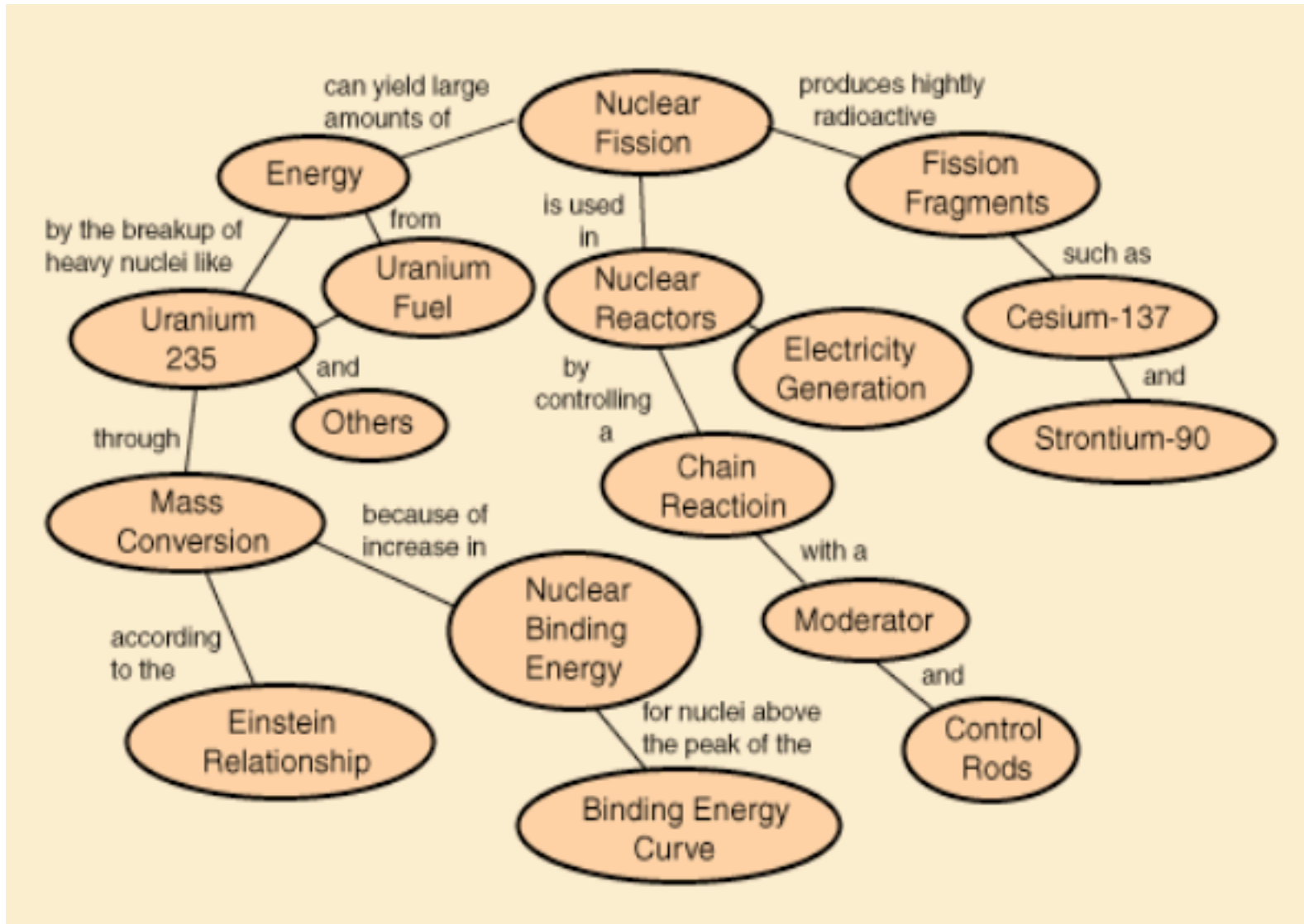
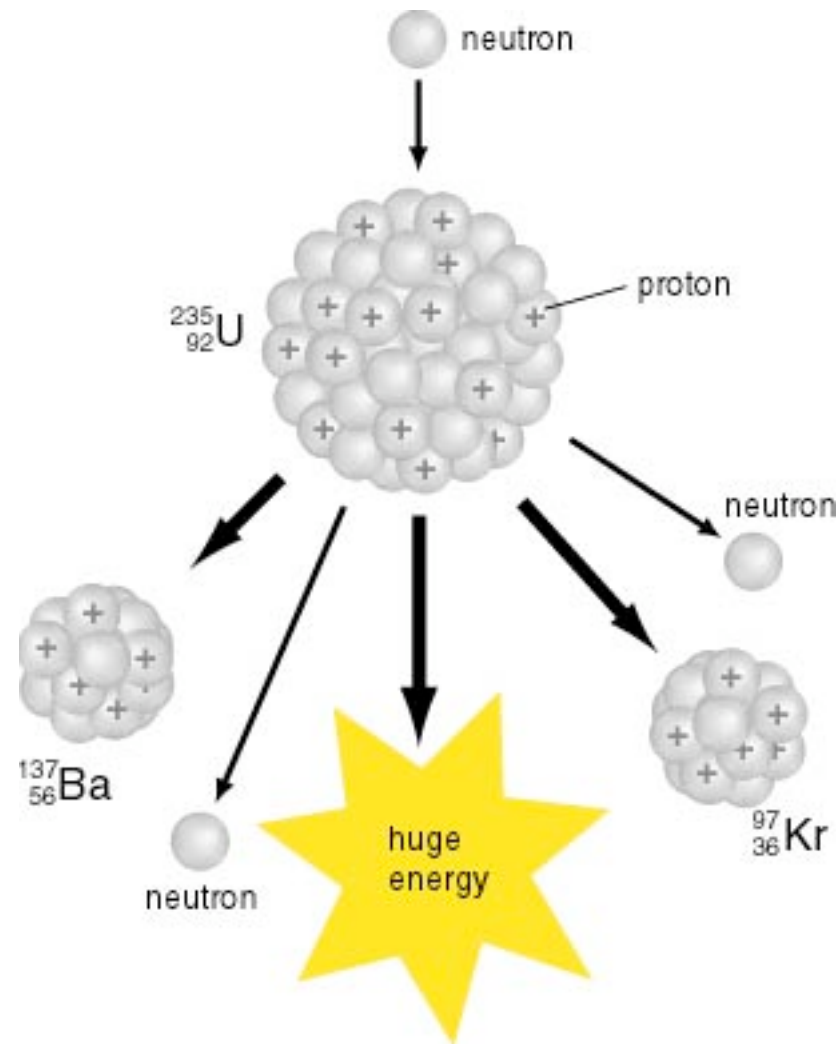


Fission





$$Q = \text{Be}(\text{Ba}) + \text{Be}(\text{Kr}) - \text{Be}(\text{U})$$

Perche' i nuclei fissionano?

La fissione e' il fenomeno fisico per cui un nucleo (principalmente un nucleo pesante come ad es. l' ^{235}U) si divide in due nuclei piu' leggeri con emissione di neutroni e radiazione γ .

^{235}U ha ~ 7.6 MeV/nucleone di BE

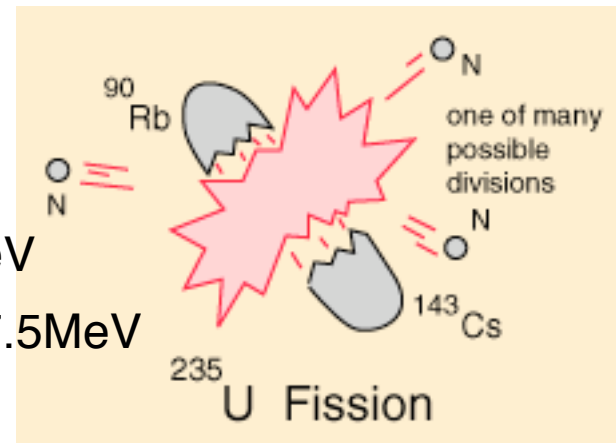
si divide in due nuclei simili

Nuclei con $A \sim 117$ hanno ~ 8.5 MeV/nucl di BE

Energia $^{235}\text{U} = 235 \times (-7.6) = -1786$ MeV

Energia fram. $= (117 + 118) \times (-8.5) = -1997.5$ MeV

$Q = -1786 - (-1997.5) = 211.5$ MeV



$\sim 80\%$ della Q viene spesa in energia cinetica frammenti
per la repulsione coulombiana, resto in emissione di n o radiazione

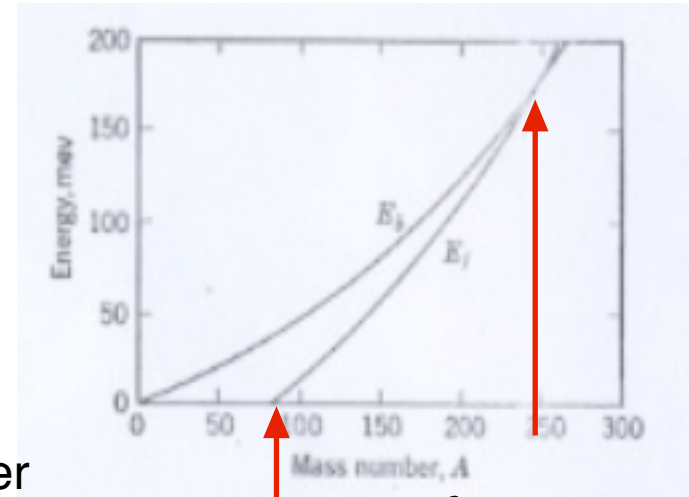
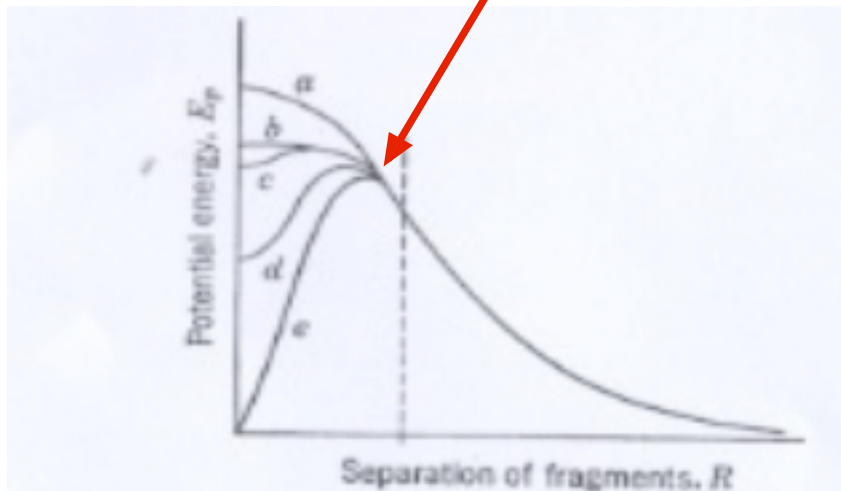
N.B. passare da una condizione in cui i nucleoni hanno una certa BE
ad una condizione in cui i nucleoni sono piu' legati (BE maggiore)
significa **rilasciare energia!**

Se un nucleo A_ZX si scinde in due frammenti uguali, l'energia rilasciata

$$E_f = [M_{A,Z} - 2M_{A/2,Z/2}]c^2$$

$E_f > 0$, reazione esotermica, solo per $A > 83$

$E_b = \text{max energia potenziale}$



$A=83$

fissione spontanea

L'energia potenziale E_p per 2 frammenti, sferici, a distanza $r \rightarrow \infty$ $E_p=0$.

Avvicinandosi $E_p > 0$, cresce fino a E_b , max della barriera.

La differenza $E_f - E_b = \text{Energia di attivazione, } E_a$.

$E_a > 0$ significa Fissione spontanea

Maggiore e' Q piu' probabile e' la fissione perche' maggiore spazio delle fasi per energia dei frammenti. La fissione e' un meccanismo adottato dai nuclei pesanti per scendere la curva di stabilita'.

Fissione SPONTANEA e' meccanismo piu' probabile solo per nuclei con $A > 250$, altrimenti decadimento α piu' favorito.

Per ^{238}U $t_{\alpha 1/2} = 4.5 \times 10^{16} \text{ y}$ da confrontarsi con $t_{f 1/2} \approx 10^{16} \text{ y}$

La barriera Coulombiana sfavorisce la fissione spontanea.

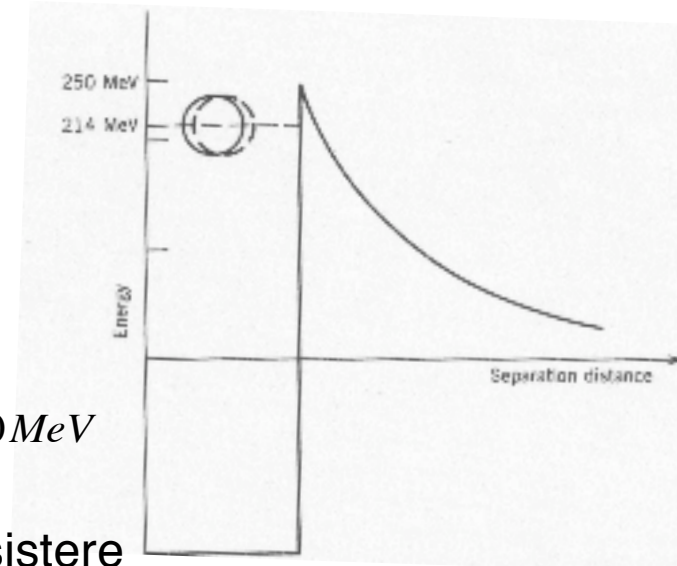
Se ^{238}U si divide in 2 frammenti uguali

$$R = R_1 + R_2 = 2 \times 1.25(119)^{1/3}$$

la barriera Coulombiana vale

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} = (1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}) \frac{(46)^2}{12.2 \text{ fm}} \approx 250 \text{ MeV}$$

Nella regione di potenziale ^{238}U puo' esistere come 2 nuclei ^{119}Pd con rilascio di 214 MeV di energia, non sufficienti a superare la barriera di 250 MeV!

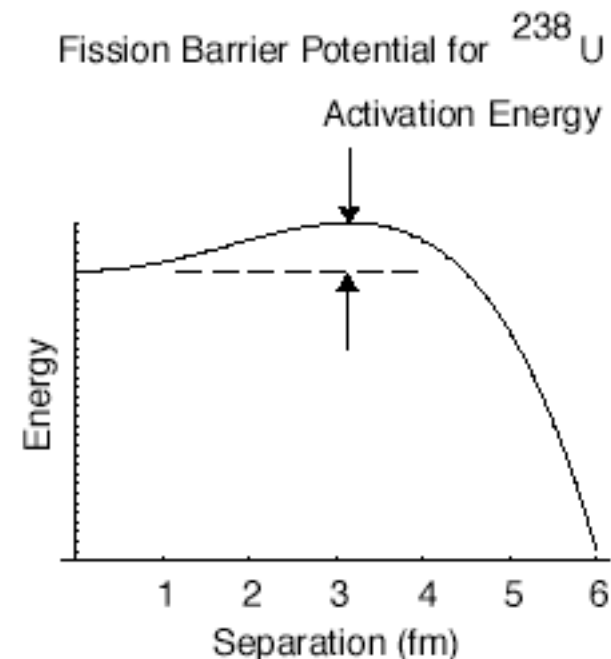


Warning! la barriera coulombiana e l'energia rilasciata possono fluttuare del 10-20%, quindi in certi casi la separazione tra i due valori diventa quasi trascurabile, per cui con una certa probabilita' ci puo' essere fissione spontanea.

La **FISSIONE SPONTANEA** sicuramente favorita per nuclei artificiali, con $A \geq 300$

Per i nuclei i cui frammenti hanno energia non sufficiente ad iniziare una fissione spontanea si puo' ricorrere alla fissione indotta, con l'assorbimento di una p...
es. neutroni lenti o γ .

L'energia di attivazione, cioe' l'energia necessaria per superare la barriera, dipendera' dall'energia del sistema intermedio o nucleo composto, in certi casi saranno sufficienti neutroni termici, in altri neutroni veloci, \sim MeV.



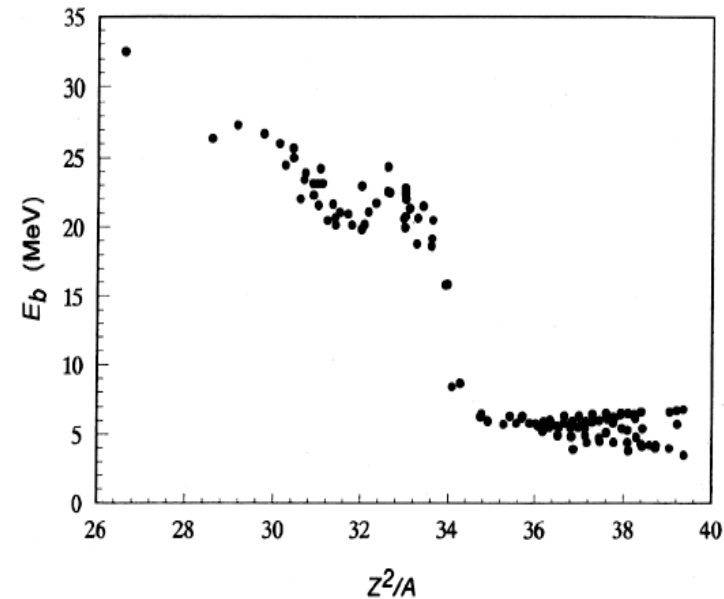
La reazione di fissione spontanea di nuclei con $A > 100$ ha un Q-value positivo ma non avviene per via della barriera Coulombiana, che è sentita dai due frammenti A_1 e A_2 :

$$E_{CB} = \frac{0.96 Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \text{ MeV} \quad (\text{assumendo come } r_0 = 1.5 \text{ fm})$$

se $Q < E_{CB}$ non c'è fissione spontanea

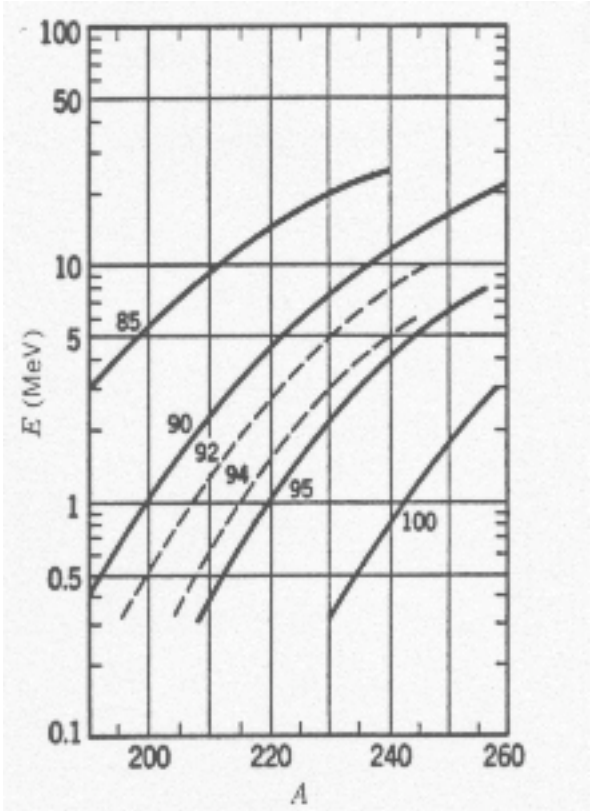
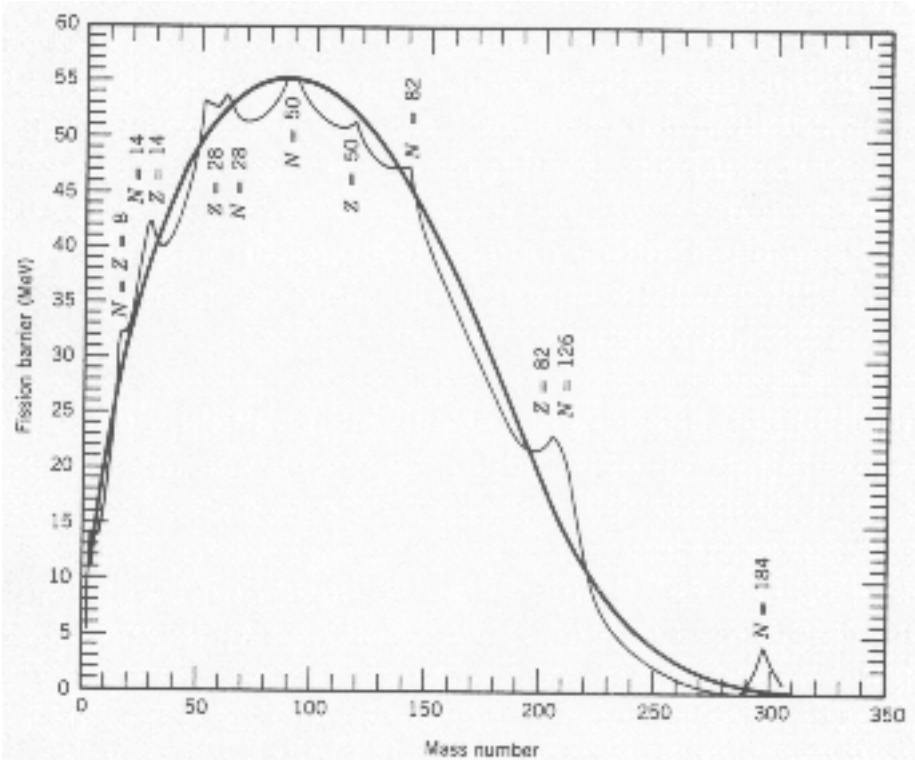
La CB o FB è una funzione di Z^2/A

Per ^{238}U si ha $Z^2/A = 35.56$,
 $E_{CB} = 5.8$ e $T_{1/2}$ di SF $\sim 10^{16}$ y.



Se $Q > E_{CB}$ la rottura del nucleo avverrà in poche vibrazioni nucleari, $\sim 10^{-22}$ s.

I grafici seguenti mostrano come varia la energia di attivazione in funzione del numero di massa.



Predizioni di fissione dalla formula di massa semiempirica

Supponiamo il nucleo distorto a forma di ellissoide, con semiasse maggiore di lunghezza a e due semiasse minori di lunghezza b . Allora

$$a = R(1 + \varepsilon)$$

$$b = R(1 + \varepsilon)^{1/2}$$

Nella FSMF i due termini sensibili alla forma del nucleo sono: il termine di energia superficiale ed il termine di energia Coulombiano.

L'area della superficie del nucleo a forma di ellissoide vale

$$S = 4\pi R^2 \left(1 + \frac{2}{5}\varepsilon^2 + \dots\right)$$

e il termine di energia Coulombiana diventa

$$W_{coul} = \frac{2Z(Z-1)e^2}{3(4\pi\varepsilon_0)R} \left(1 - \frac{1}{5}\varepsilon^2 + \dots\right)$$

La variazione di energia introdotta dalla deformazione sarà $\Delta E = B(\varepsilon) - B(0)$

$$\begin{aligned} \Delta E &= -a_s A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5}\varepsilon^2 + \dots\right) - a_c Z^2 A^{-1/3} \left(1 - \frac{1}{5}\varepsilon^2 + \dots\right) \\ &\quad + a_s A^{2/3} + a_c Z^2 A^{-1/3} \\ &\approx \left(-\frac{2}{5}a_s A^{2/3} + \frac{1}{5}a_c A^{-1/3}\right)\varepsilon^2 \end{aligned}$$

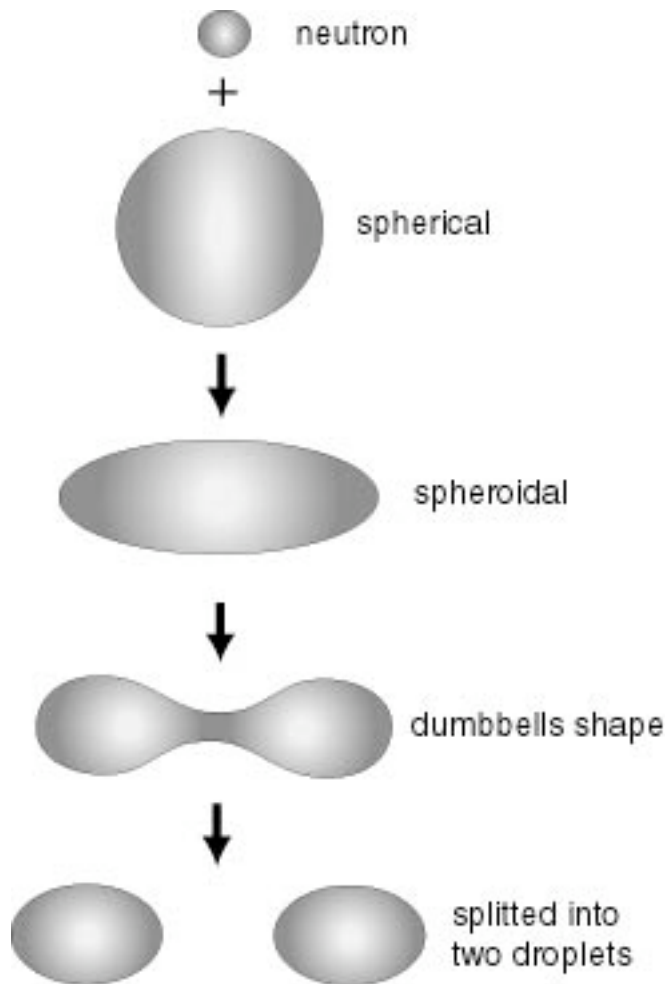
La condizione di fissione spontanea e' che ΔE aumenti al crescere di ε :

$$\frac{1}{5}a_c A^{-1/3} > \frac{2}{5}a_s A^{2/3}$$

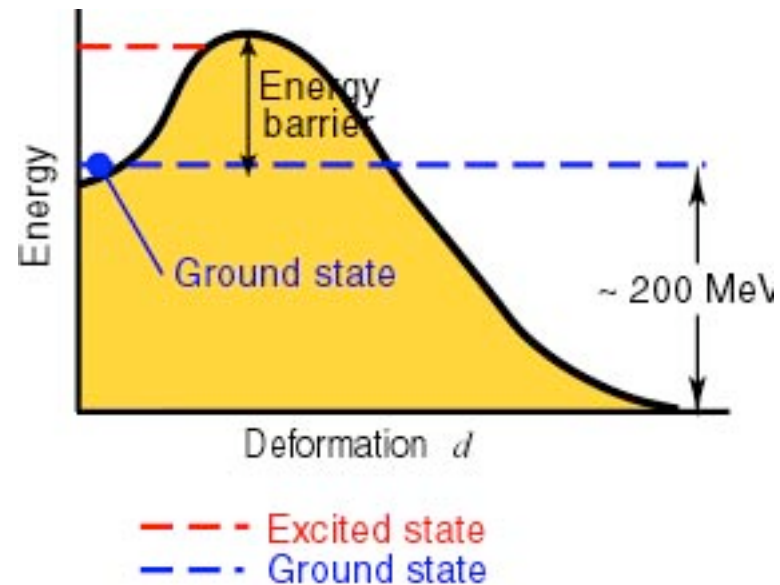
Lo stirare il nucleo fa guadagnare energia ε quindi aumenta instabilita'

Per $\frac{Z^2}{A} > 47$ si ha sempre fissione spontanea

Va tenuto conto che la sopracitata condizione corrisponde a nuclei con $A > 300$, che non sono ancora conosciuti.



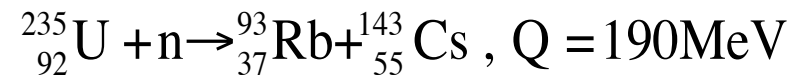
Il plot mostra l'energia potenziale per la fissione nucleare vs il grado di deformazione o separazione dei due frammenti. Il ground state del nucleo è confinato nella buca di potenziale ed è stabile. Quando è eccitato e' portato al top della barriera o al disopra per cui per effetto tunnel penetra la barriera e si ha la fissione.



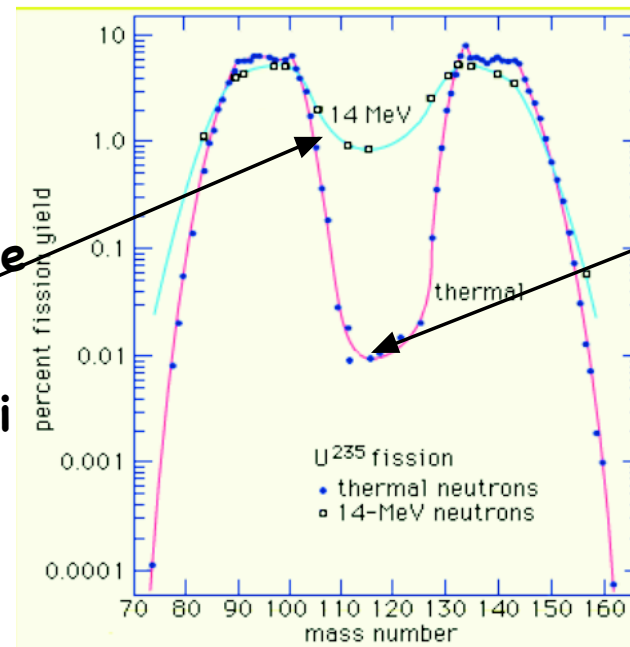
Fissione indotta da neutroni



distribuzione dei frammenti con masse differenti favorita

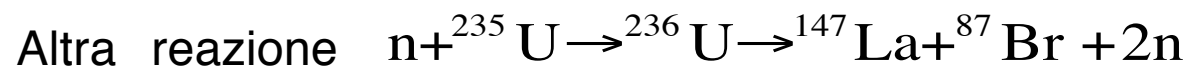
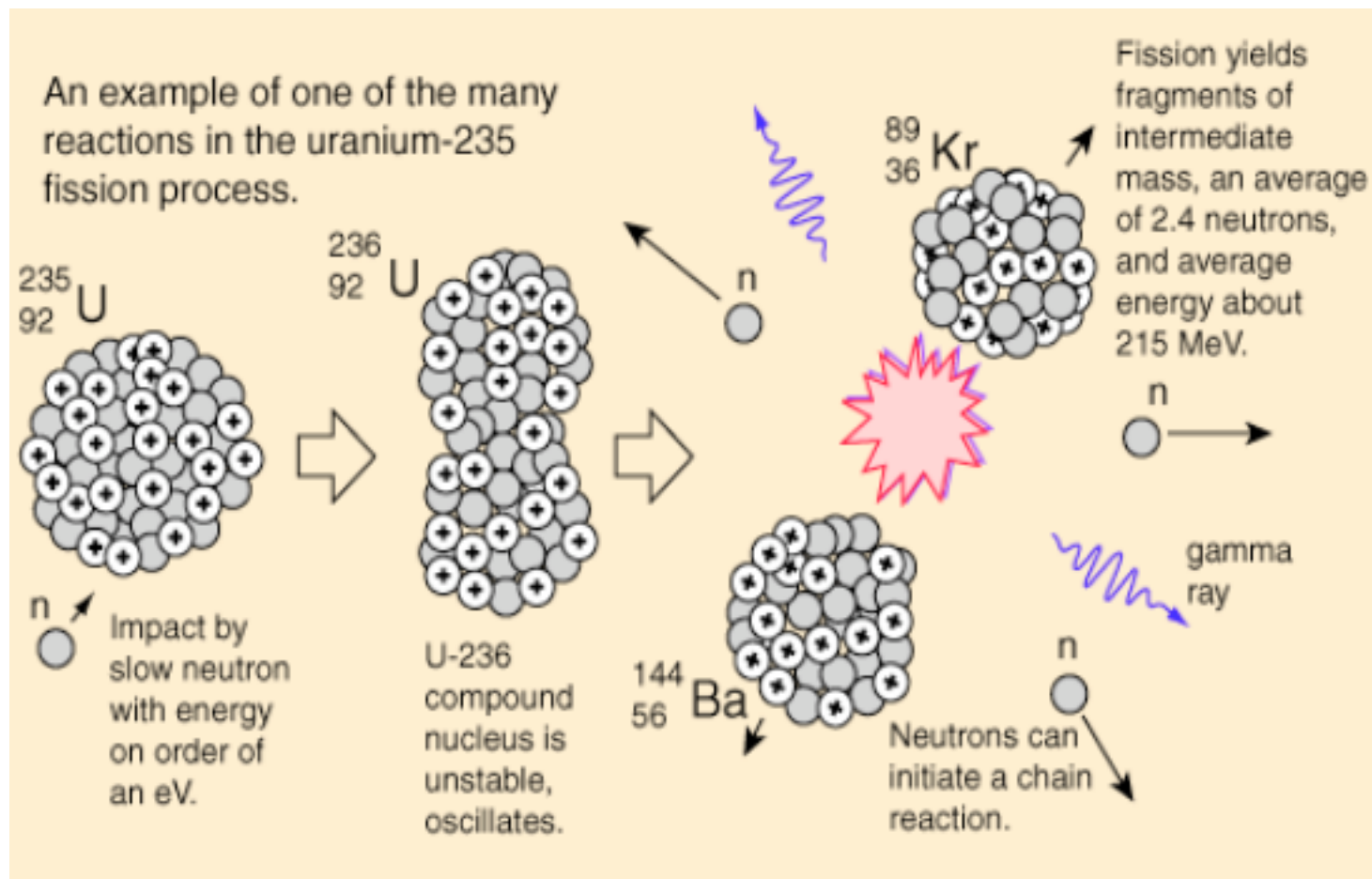


Distribuzione
quasi
simmetrica
per neutroni
veloci

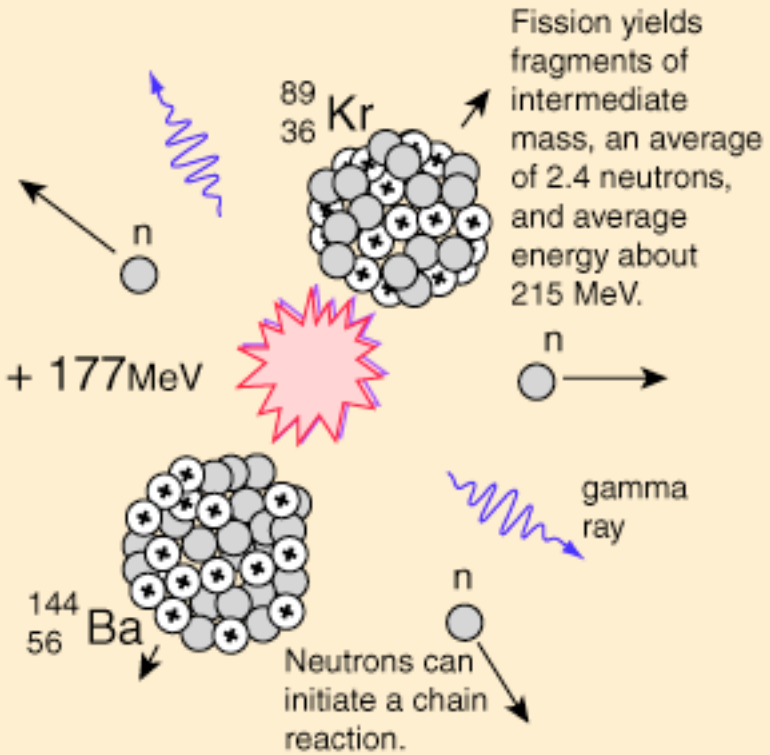
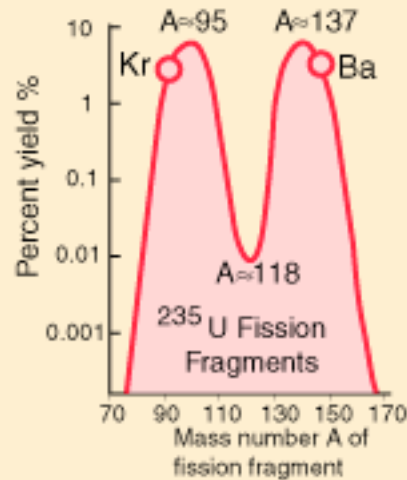
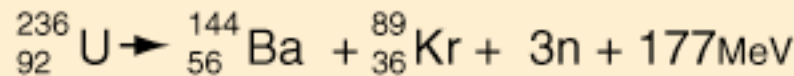
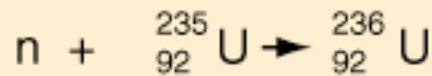


Distribuzione
asimmetrica con i
neutroni termici

Uranium-235 Fission



An example of one of the many reactions in the uranium-235 fission process.



Dato sperimentale

Il plot della distribuzione di massa dei frammenti da fissione indotta per ^{235}U ha un massimo vicino alla massa 97 (n-shell $N=50$) e massa 137 (\sim n-shell $N=92$) due "numeri magici".

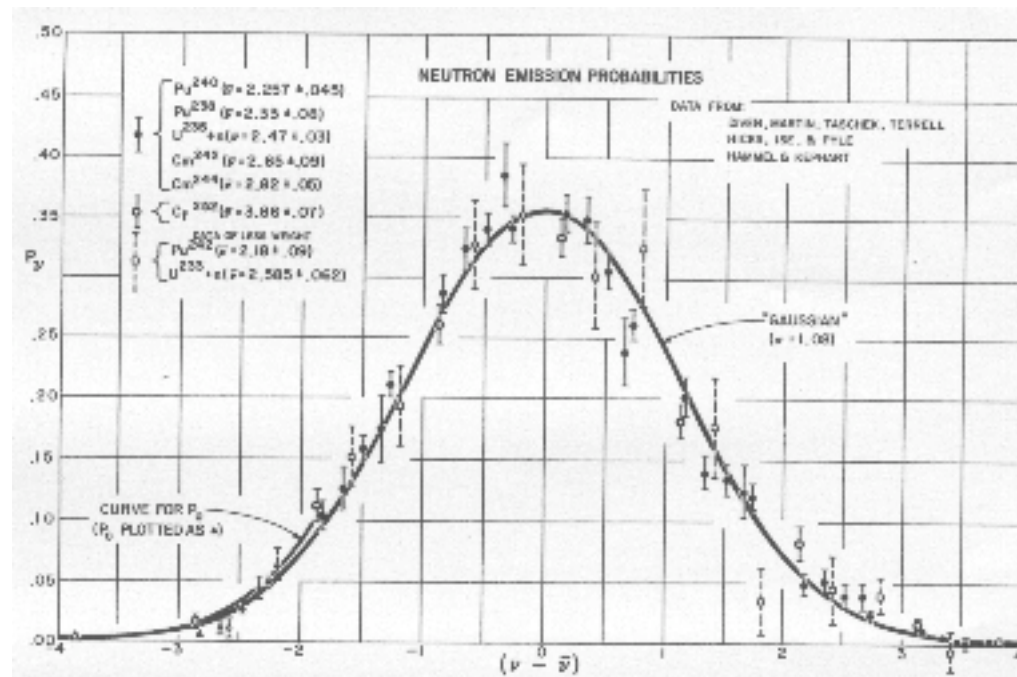
Con una distribuzione di massa asimmetrica centrata attorno a 97 e 137 e Z proporzionale alle masse i nuclei avrebbero $Z/A \approx 0.39$, mentre i nuclei stabili hanno $Z/A \approx 0.41$: ECCESSO di NEUTRONI.

I nuclei si liberano dell'eccesso di neutroni emettendo prontamente, 10^{-16} s, neutroni: **prompt neutrons**

In media sono emessi 2.5 neutroni prompt per reazioni di fissione indotta

Il numero medio di neutroni pronti ν e' caratteristico di ogni processo di fissione	$\nu(^{233}\text{U}) \approx 2.48$
	$\nu(^{235}\text{U}) \approx 2.42$
	$\nu(^{238}\text{Pu}) \approx 2.86$

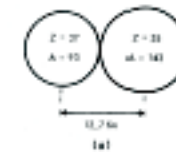
La distribuzione di ν attorno al valor medio, per ogni processo di fissione, e' gaussiana ed indipendente dal nucleo fissionato.



L'emissione dei neutroni pronti avviene nel 99% dei processi di fissione

87% dell'energia totale disponibile e' emessa prontamente e ai prodotti della fissione ne compete il 90%, che va in energia cinetica

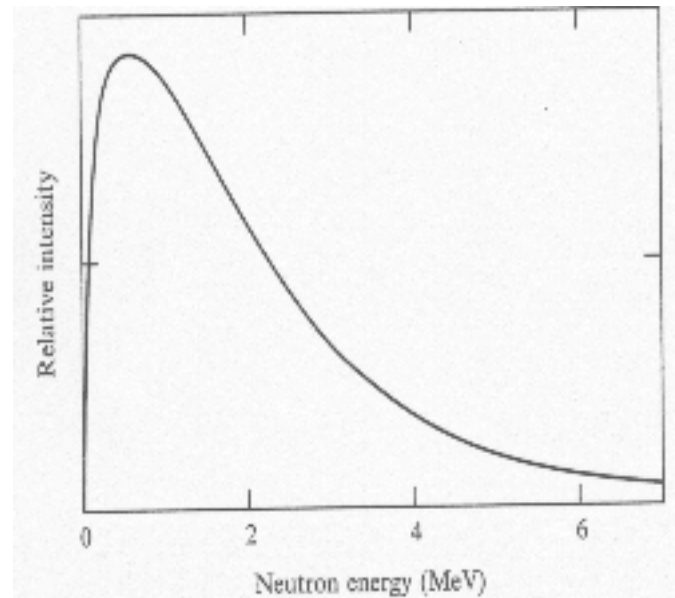
Separation	KE of separation
12.7 fm	175 MeV
13.5 fm	165 MeV
Experimentally	165 MeV



Energy from thermal fission of ^{235}U :

Prompt energy: KE of fission products	165 MeV
KE of 2.5 prompt neutrons	5
Gamma energy (prompt)	7
Delayed energy from decay of fission products:	
KE of betas	6
Neutrino radiation	10
Gamma energy	7
Total energy per fission event	200 MeV

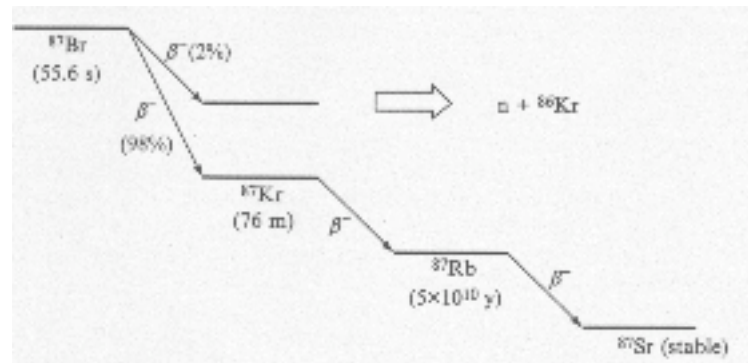
Nei reattori a fissione parte dell'energia viene recuperata come calore sviluppato nello slowing down dei neutroni



Neutroni ritardati

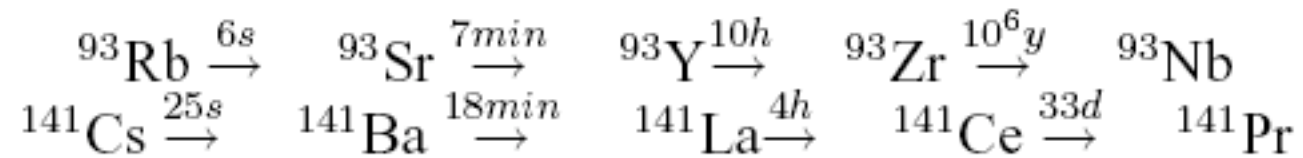
Piu' del 99% dei neutroni di fissione sono emessi in 10^{-16} s sono i neutroni pronti, lo 0.65% sono emessi in un tempo molto piu' lungo, decine di secondi.

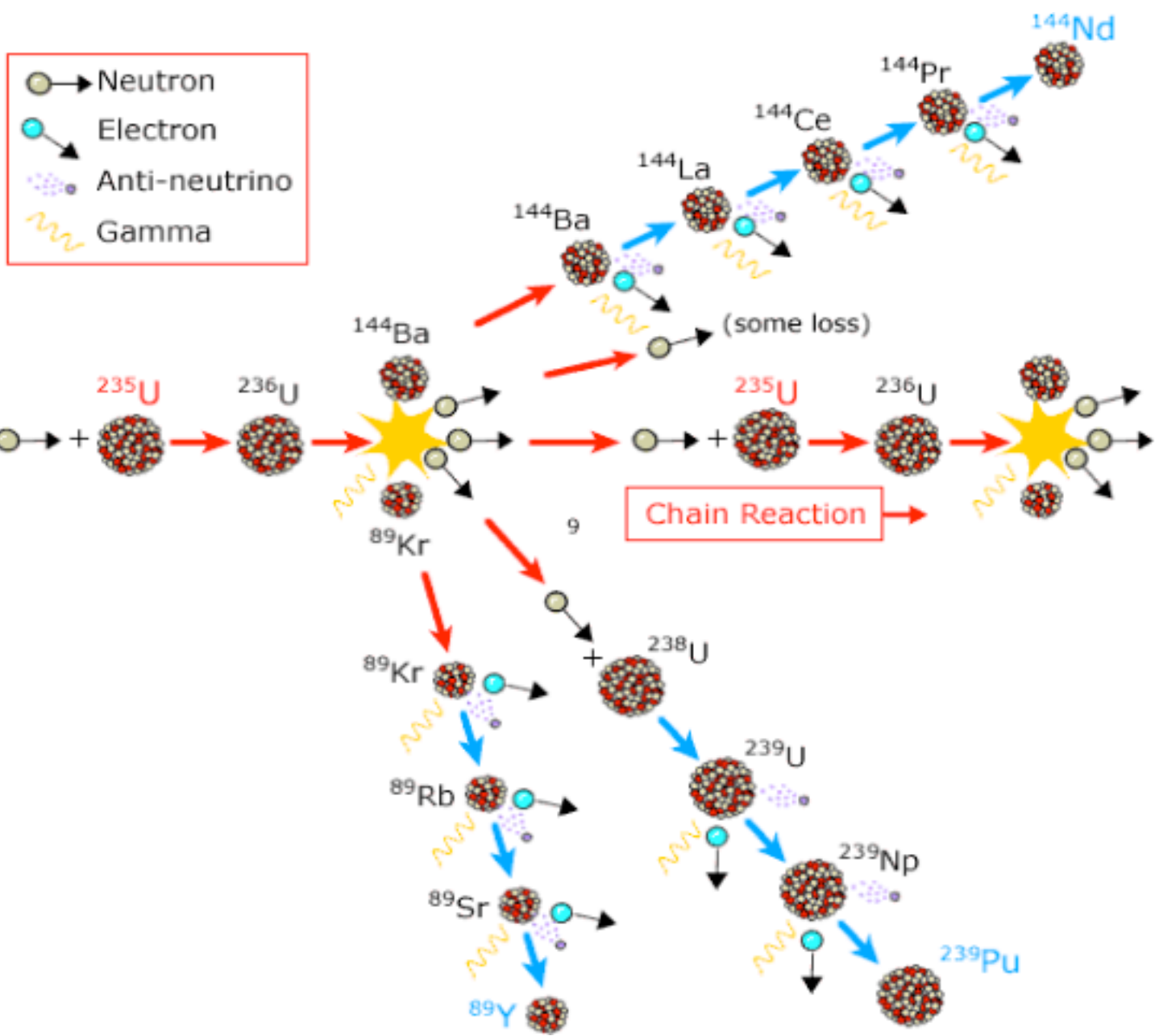
Sono neutroni emessi nell'evoluzione della catena di decadimenti dei frammenti della fissione, decadimenti β in primo luogo.



I prodotti di fissione sono inizialmente altamente radioattivi che poi decadono in catena verso isobari stabili emettendo radiazioni β e γ , che contribuiscono all'energia totale generata dalla fissione

Nella evoluzione dei frammenti di fissione verso isobari stabili si formano prodotti radioattivi che costituiscono le scorie dei reattori nucleari. Molti decadono in tempi brevi altri hanno vite medie molto lunghe.



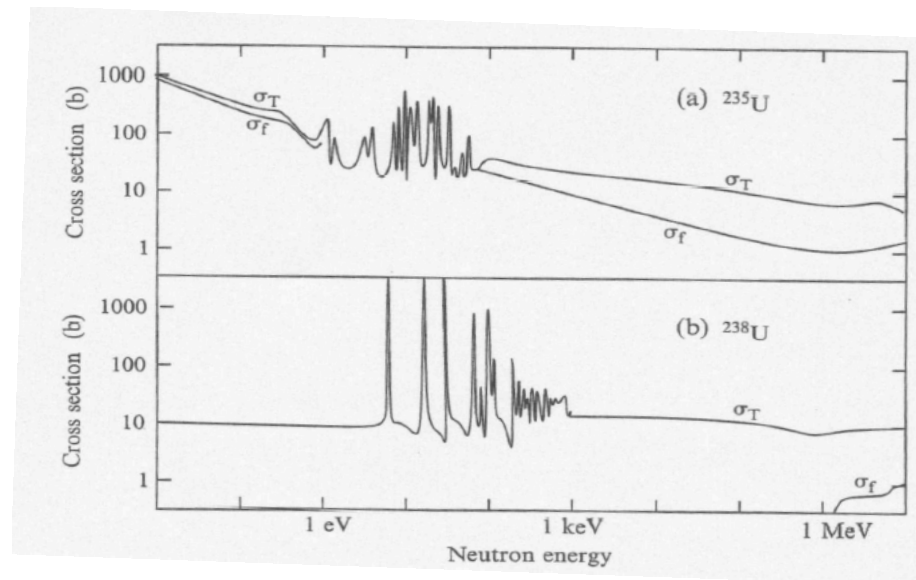


Interazioni del neutrone

Nella fissione le reazioni principali sono: scattering, **cattura e fissione**

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_c + \sigma_f$$

Assorbimento $\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f$



NOTARE le due xsects: per ^{235}U fino a $\sim 1\text{KeV}$ la $\sigma_f = \sigma_t$, mentre per l' ^{238}U diventa apprezzabile a partire da 1 MeV

Energetica della fissione

La cattura di un neutrone da parte del ^{235}U e formazione dello stato composto $^{236}\text{U}^*$ induce una energia di eccitazione

$$E_{ex} = [m(^{236}\text{U}^*) - m(^{236}\text{U})]c^2$$

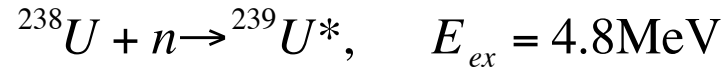
$$= (236.052589 \text{ u} - 236.045563 \text{ u}) \times 931.502 \text{ MeV / u} = 6.5 \text{ MeV}$$

ma $E_{att}(^{236}\text{U}) = 6.2 \text{ MeV} < E_{ex} !!$

Neutroni di ~ZERO energia possono causare fissione ^{235}U !!!!

**Sezione d'urto di fissione molto grande per neutroni termici,
~ 100–1000 b.**

Diversamente per U-238

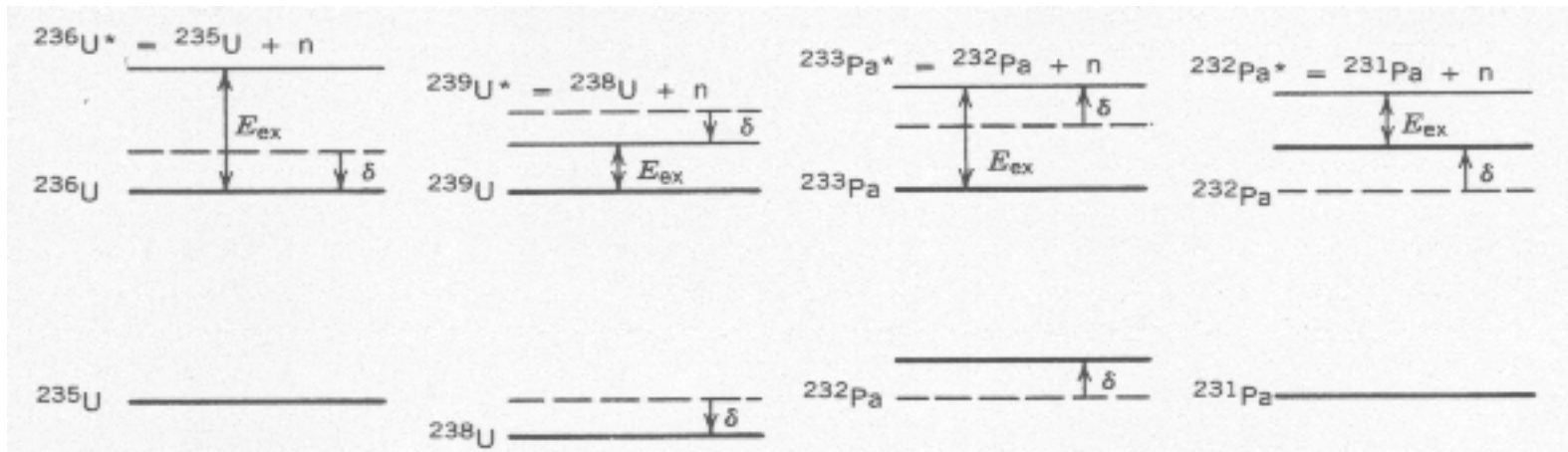


ma $E_{att}({}^{239}\text{U}^*) = 6.6\text{MeV}$

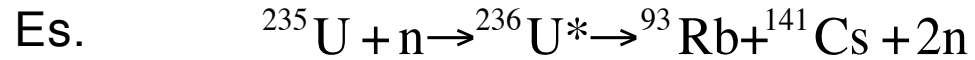
$$E_{att} > E_{ex}$$

neutroni devono avere Energia sufficiente da superare barriera attivazione, $\sim 2\text{ MeV}$.

La differenza risiede nel diverso stato in cui viene a formarsi il nucleo composto, varia l'energia di eccitazione a causa dell'*energia di pairing*



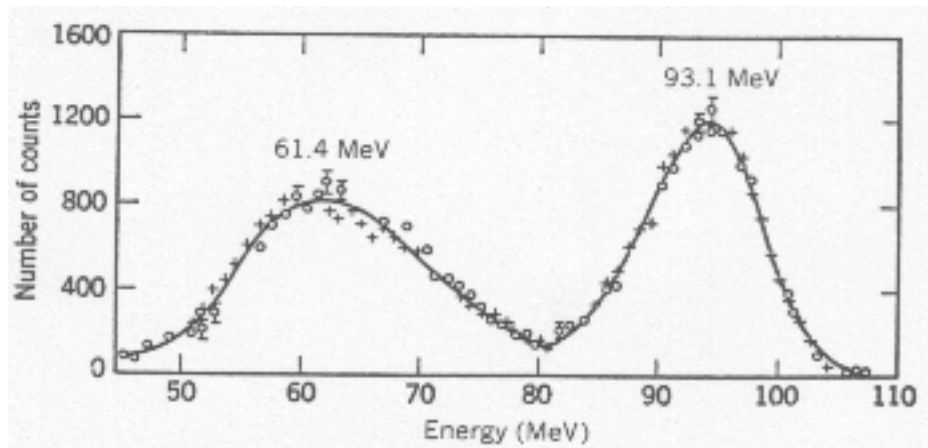
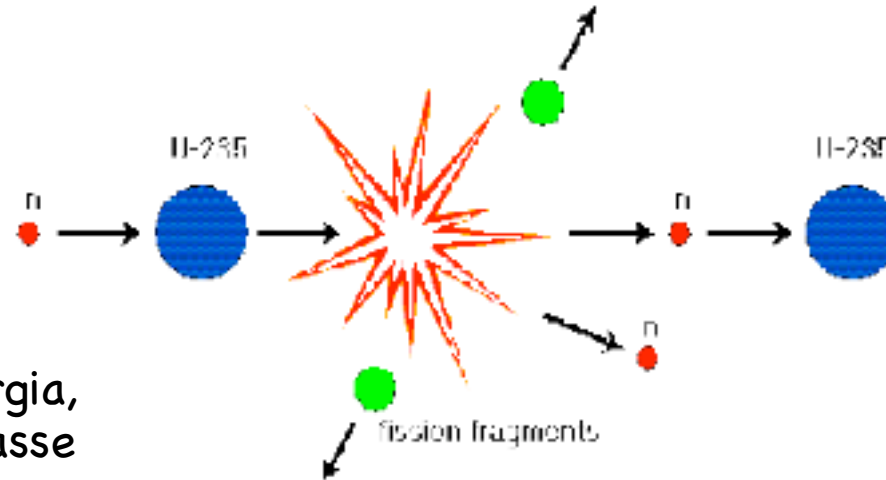
Dove finisce Energia rilasciata nella fissione?



Q-value = 181MeV.

$\langle E_n \rangle \sim 2-5\text{MeV}$

I frammenti si prendono la maggior parte dell'energia, in rapporto inverso alle masse



$$\frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2} = \frac{m_2}{m_1}$$

66MeV/98MeV=0.76
da confrontare con 0.68 dal grafico delle masse

Energia dalla fissione nucleare

Three groups studied neutron-induced reaction of uranium

I. Curie and R.F. Joliot in Paris

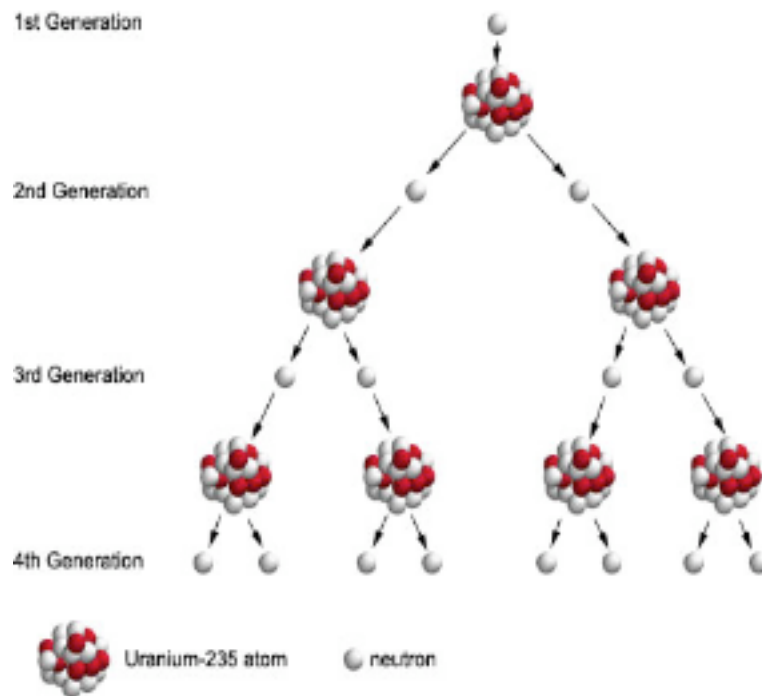
Otto Hahn (1879-1968), Lise Meitner, and Fritz Strassmann
in Berlin

Enrico Fermi (1901-1954) in Rome

All groups thought the reaction to be:

$^{238}\text{U} (n, \gamma) ^{239}\text{U} \xrightarrow{\beta} ^{239}\text{Np} \xrightarrow{\beta} ^{239}\text{Pu}$

Reazione a catena indica una reazione in cui un neutrone da fissione produce una fissione in un nucleo che produce altri neutroni che a loro volta fissionano altri nuclei, i cui neutroni a loro volta



2 neutroni/fissione

2^n fissioni dopo n generazioni

10 generazioni= 1024 fissioni

80 generazioni= $\sim 6 \times 10^{23}$ fissioni

$\langle E_f \rangle = 200 \text{ MeV} \times (1.609 \times 10^{-13} \text{ J/MeV})$

Quanta energia rilasciata da fissione di 1.0 Kg di ^{235}U ?

$$200 \text{ MeV} (1.609 \times 10^{-13} \text{ J/MeV}) 1000 \text{ g} (1 \text{ mole}/235 \text{ g}) (6.023 \times 10^{23} / \text{mole}) = (321.8 \times 10^{-13} \text{ J}) 4.255 (6.023 \times 10^{1023}) = 8.25 \times 10^{13} \text{ J (per Kg)}$$

Fissione Controllata: Energia nucleare

La reazione a catena in un mezzo infinito e' caratterizzata dal

Neutron multiplication factor

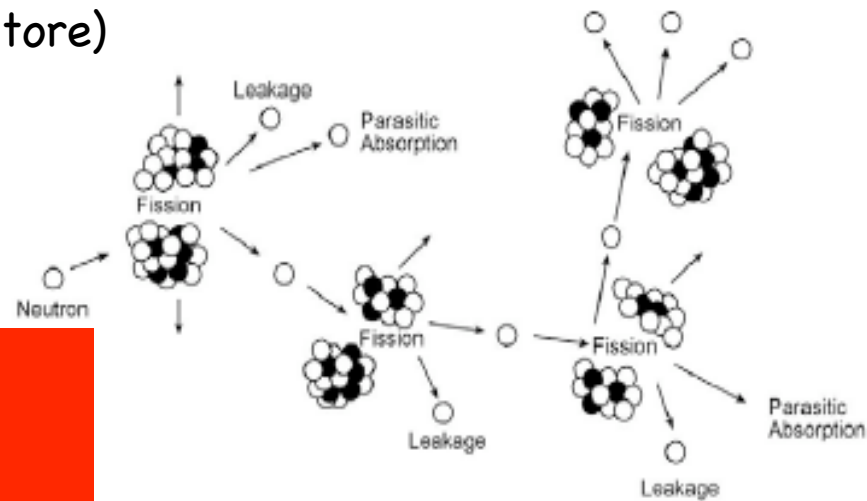
$$k_{\infty} = \frac{\text{Numero di neutroni in una generazione}}{\text{Numero di neutroni nella generazione precedente}}$$

teoricamente $k_{\infty} = 2.5(n.\text{medioneutroni} / \text{fissione})$

$k = nmf$ per mezzo finito(reattore)

nello slowing down
possibile assorbimento
senza fissione e leakage

$k < 1$ reazione si ferma
 $k = 1$ reazione stazionaria
 $k > 1$ reazione a valanga



Reazione a catena controllata: $k = 1$

Il controllo avviene agendo sul numero di neutroni da una generazione all'altra: $k = N_i / N_{i-1} = 1$

Per una reazione a catena di fissione nucleare, come quella del ^{235}U , che si mantenga da sola, la condizione necessaria è che $k=1$, cioè almeno un neutrone da fissione deve essere assorbito da un nucleo di ^{235}U e causare fissione. In questo caso la catena di reazione è detta essere critica.

$k = 1$	reazione critica, continua
$k < 1$	reazione subcritica, non continua
$k > 1$	reazione supercritica, diverge con esplosione

La massa di materiale fissile richiesta per ottenere la condizione di criticità è detta massa critica

La massa critica dipende dalla concentrazione di nuclei ^{235}U nel fuel, dalla geometria del reattore e dal moderatore.

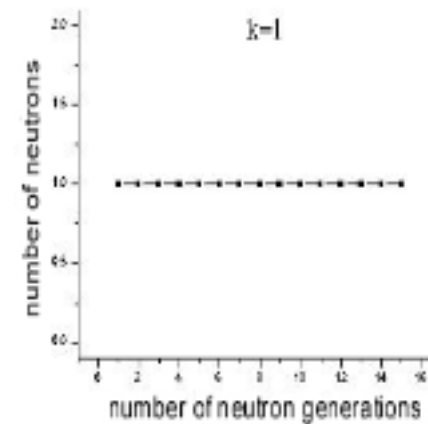
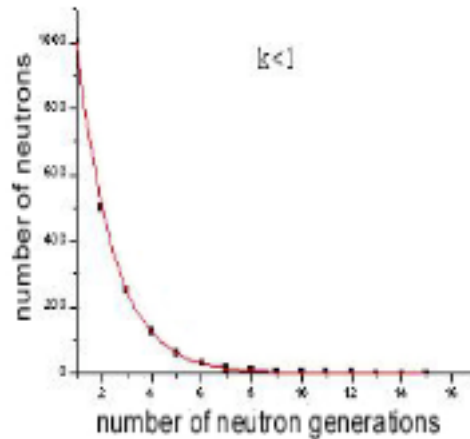
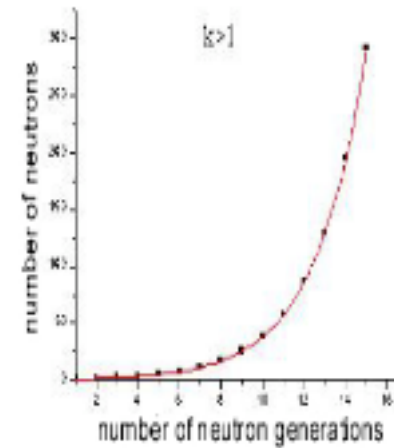
N. di generazioni di neutroni

la rate di variazione della popolazione di neutroni in un reattore, $n(t)$, se $P(t)$ e' la production rate (neutroni/sec) e $L(t)$ e' loss rate al tempo t , (neutroni/sec) e Δ la vita media del neutrone

$$\frac{dn(t)}{dt} = P(t) - L(t) = \left[\frac{P(t)}{L(t)} - 1 \right] L(t) = (k - 1)L(t)$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{(k - 1)}{\Delta} n(t)$$

$$n(t) = n_0 \exp\left[\frac{(k - 1)}{\Delta} t \right]$$



Ciclo dei neutroni

Reattore: sistema in cui la reazione nucleare a catena e' iniziata, controllata e mantenuta

Il fattore di moltiplicazione dipende dal ciclo neutronico: tiene conto di tutti i fenomeni che i neutroni incontrano durante la loro vita: scattering, processi (n, γ), leakage, fissione

Nucleo	Densita' (g cm ⁻³)	σ_f (b)	σ_c (b)	σ_a (b)	σ_s (b)	ν
²³⁵ U	18.7	579	101	680	10	2.42
²³⁸ U	18.9	-	2.72	2.72	8.3	-
^{nat} U	18.9	4.17	3.43	7.60	8.3	-

Xsect per neutroni termici

il fattore k e' composto di 4 termini o four factors:
il neutron yield, il fast fission factor,
la resonance escape probability e la thermal utilization factor

La reazione a catena controllata del ^{235}U si sviluppa in ambiente adatto, in cui coesistono in precise proporzioni

- fuel (carburante) in questo caso Uranio UO_2
- moderatore per termalizzare i neutroni

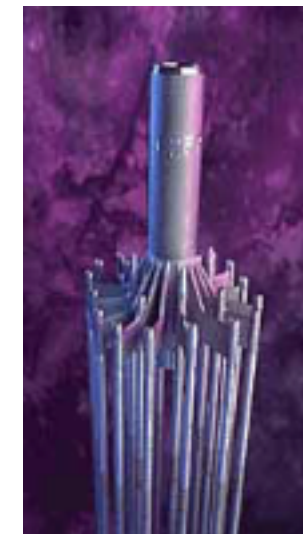
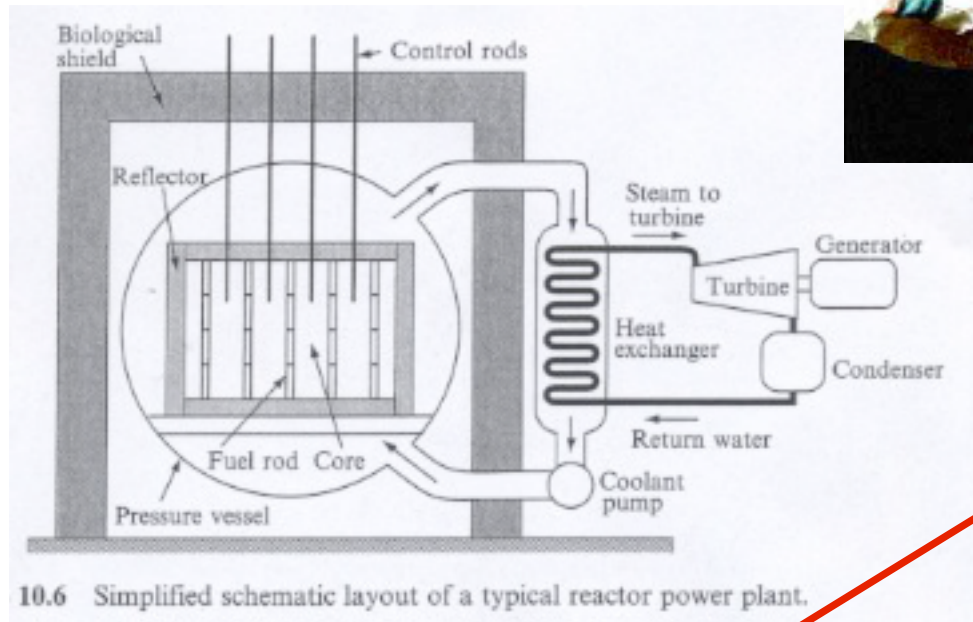
il sistema si chiama **REATTORE**

OMOGENEO -> fuel e moderatore mescolati finemente

ETEROGENEO-> fuel e moderatore separatamente concentrati

Lo studio della dinamica della reazione a catena è più facile adottando lo schema di reattore omogeneo, perché il flusso dei neutroni si considera circa identico per i due componenti e questo facilita il calcolo del fattore di moltiplicazione k .

Schema generale di reattore e sistema di produzione energia



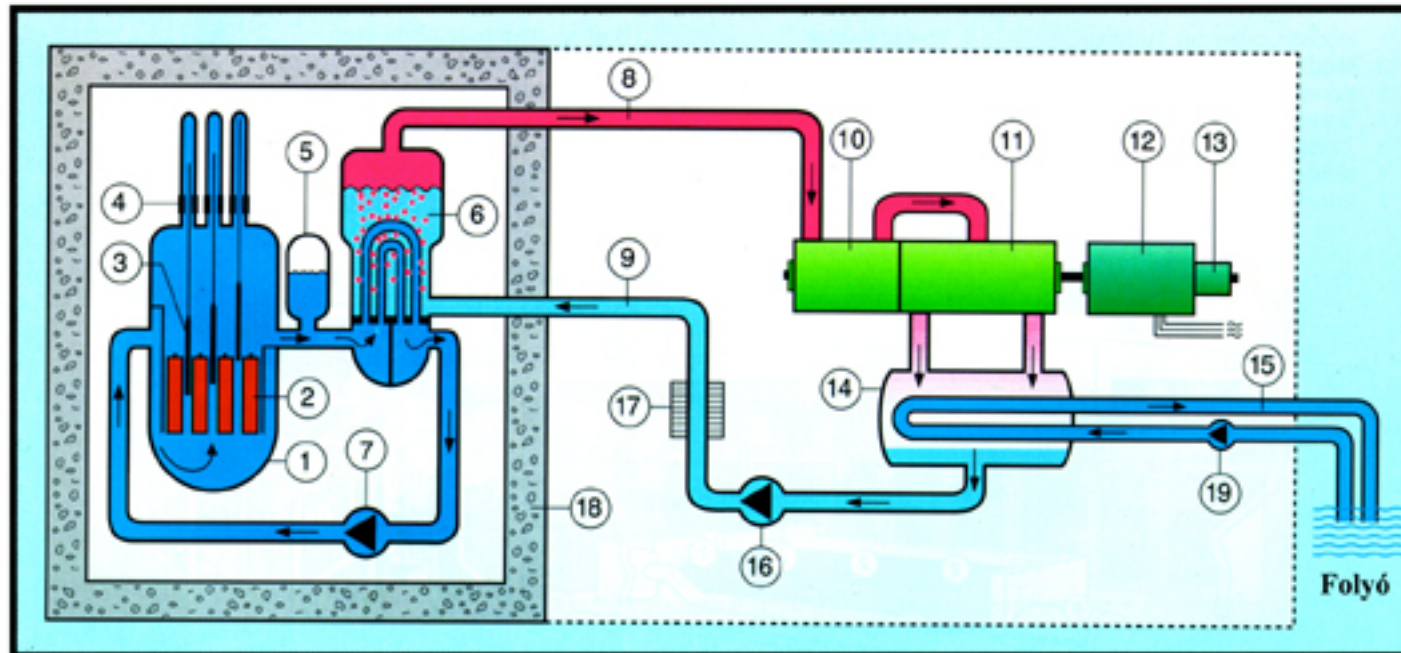
Fuel : Barre di Uranio arricchito

Moderatore: H₂O, D₂O, Grafite

Control rod : Boro e Cadmio

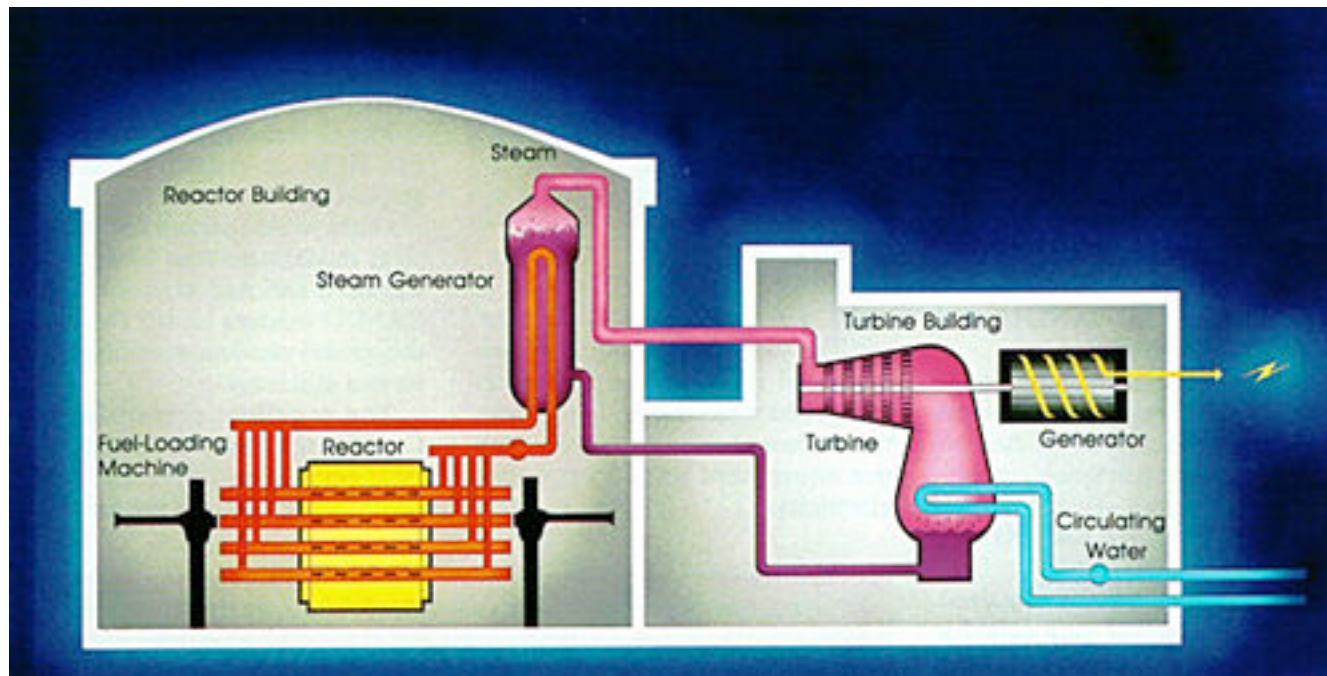
Riflettore : Materiale bassa probabilità di assorbimento alta probabilità di scattering per neutroni

Pressurized Water Reactor



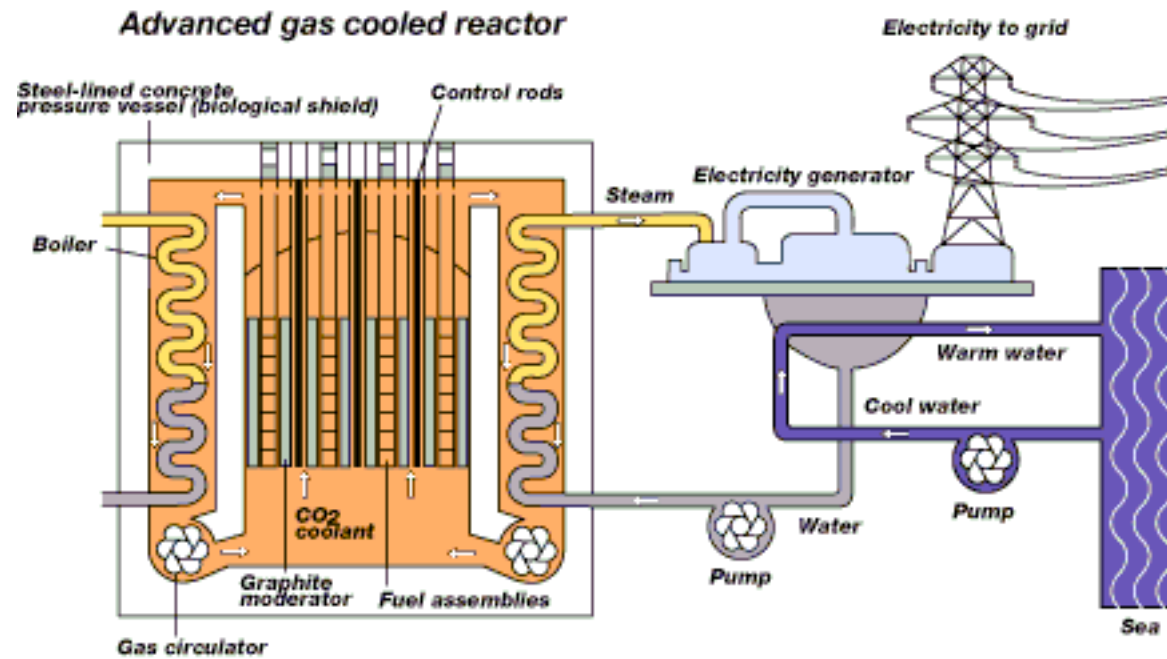
Moderatore H₂O

CANDU



Moderatore D_2O , acqua pesante

Gas Cooled Reactor



Reattore OMOGENEO con Uranio arricchito al 1.6% in ^{235}U

xsect macroscopica

$$\Sigma = N\sigma = \sum N_i \sigma_i = \sum \Sigma_i$$

Xsect media per miscela = media pesata xsect microscopiche

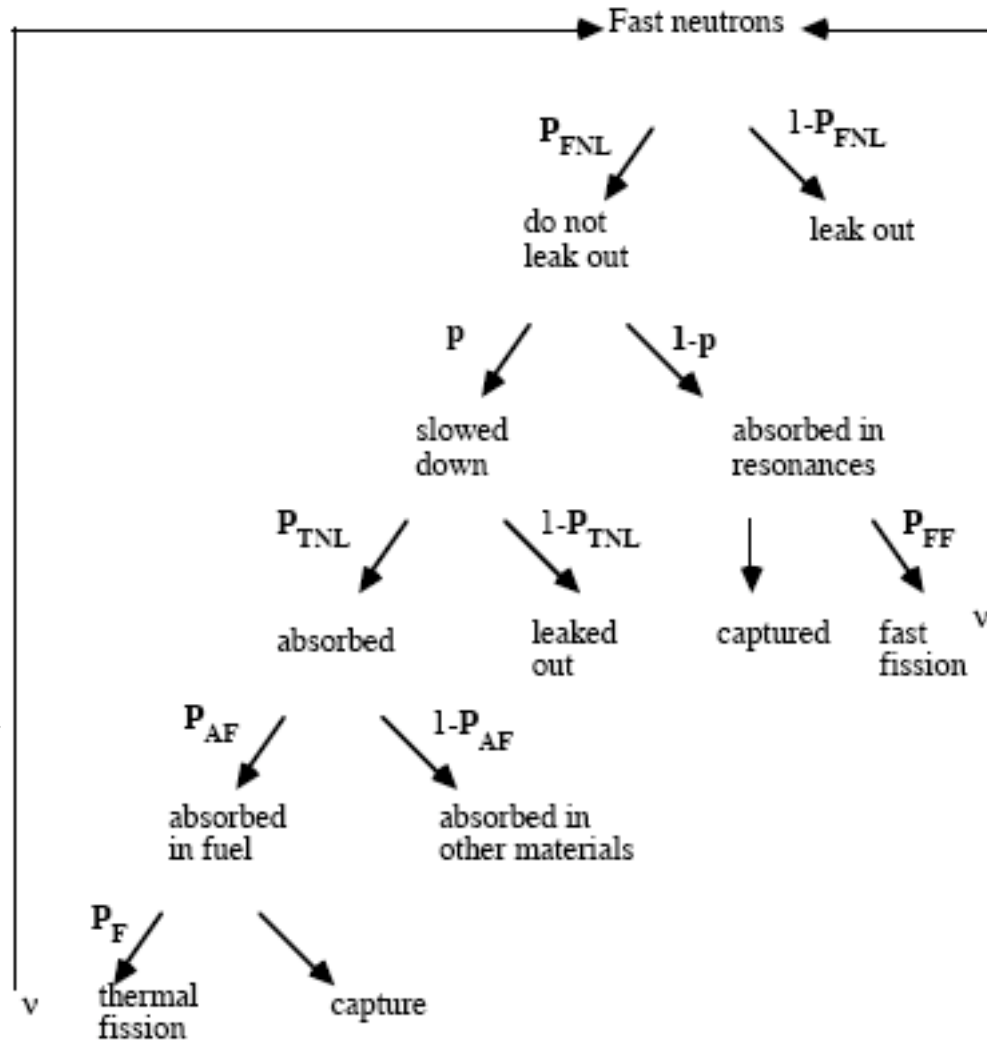
$$\sigma = \sum \omega_i \sigma_i = \sum N_i \sigma_i / \sum N_i$$

$$\sigma_a = 0.016 \cdot 680 + 0.984 \cdot 2.72 = 13.56 \text{ b}$$

Ricordarsi che Uranio naturale (0.72% ^{235}U , 99.28% ^{238}U)

Flow chart della storia di un neutrone in un reattore

P_{FNL} = Prob. neutrone veloce
 non SFUGGA
 P_{TNL} = Prob. neutrone termico
 non SFUGGA
 p = resonance-escape probability
 P_{FF} = Prob.cond. neutrone fast
 causi fissione
 P_{AF} = Prob.cond. neutrone termico
 assorbito nel fuel
 P_F = Prob.cond. neutrone termico
 assorbito in fuel produca fissione



Numero di neutroni in next generation=

$$P_{FNL} \cdot p \cdot P_{TNL} \cdot P_{AF} \cdot P_F \nu + P_{FNL} (1-p) P_{FF} \nu$$
$$= k \quad \text{Fattore di moltiplicazione}$$

La definizione di Fast fission factor = $\frac{\text{expected \# of neutron from all fission}}{\text{expected \# of neutron from thermal neutron}}$

$$\varepsilon = \frac{P_{FNL} \cdot p \cdot P_{TNL} \cdot P_{AF} \cdot P_F \nu + P_{FNL} (1-p) P_{FF} \nu}{P_{FNL} \cdot p \cdot P_{TNL} \cdot P_{AF} \cdot P_F \nu}$$

$$k = P_{FNL} \cdot p \cdot P_{TNL} \cdot P_{AF} \cdot P_F \nu \cdot \varepsilon$$

Il neutron yield = $\eta = P_F \nu$

Thermal utilization = $f = P_{AF}$

Six factor formula $k = P_{FNL} \cdot P_{TNL} \cdot \eta \cdot \varepsilon \cdot p \cdot f$

Four Factor Formula

fattore di moltiplicazione $k = \eta \epsilon p f$

η = neutron yield

ϵ = fast fission factor

p = resonance escape prob.

f = thermal utilization factor

neutron yield η : N_{nf} fast per ogni neutrone assorbito dal fuel

^{235}U puro

$$\eta = \nu \times \left[\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_c} \right] = 2.06$$

2.42 $\langle N_{nf} \rangle$ per fissione

$$\text{natU (0.72\% } ^{235}\text{U)} \quad \eta = \nu \times \left[\frac{0.72\sigma_f(^{235}\text{U})}{0.72\sigma_a(^{235}\text{U}) + 99.28\sigma_c(^{238}\text{U})} \right] = 1.328$$

Arricchend l'Uranio al 1.6% di ^{235}U , $\eta \rightarrow 1.645$

Lo neutron yield o neutron reproduction factor η e' una proprieta' delle xsect, a energie termiche, microscopiche del fuel.

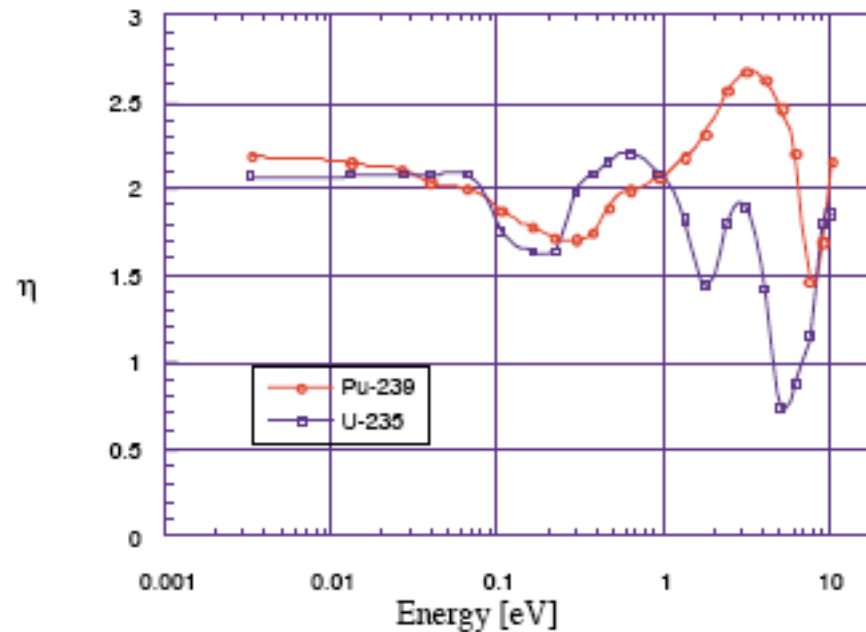


FIGURE VI.2. Energy dependence of η for U-235 and Pu-239

Nei reattori moderni, a ^{235}U , lo neutron yield cresce al bruciare del fuel a causa del build up del ^{239}Pu il cui yield e' maggiore di quello dell'Uranio, e dipende anche dall'energia.

fast fission factor ε : fattore di incremento dei neutroni termici dovuta alla fissione prodotta dai neutroni fast. Percentuale piccola, nei reattori termici $\varepsilon = 1$.

resonance escape probability p : probabilita' che un neutrone fast nello slowing down sia catturato nella regione energetica delle risonanze tra 10 e 100 eV.

empiricamente si puo' usare

$$p = \exp\left[-\frac{2.73}{\langle \xi \rangle} \left\{ \frac{N_{238}}{\Sigma_s} \right\}^{0.514} \right]$$

decremento logaritmico
energia

con miscela

$$\langle \xi \rangle = \frac{\sum N_i \sigma_{si} \xi_i}{\sum N_i \sigma_{si}}$$

In reattore diluito $\Sigma_s, \langle \xi \rangle$ prendono lo stesso valore del moderatore

NOTARE: la p aumenta con l'aumentare di $\langle \xi \rangle$, perche' se $\langle \xi \rangle$ grande piu' veloce il rallentamento e quindi la probabilita', per unita' di tempo, che possano sfuggire.
 Altro fattore che influenza la p e' il rapporto moderatore/fuel, maggiore questo rapporto maggiore la probabilita' di scattering con moderatore invece che con ^{238}U .

Es. natU al 1.6% di ^{235}U in grafite e rapporto moderatore/fuel di 600 $p=0.749$

thermal utilization factor f : indica la percentuale di neutroni termalizzati riassorbiti dal fuel

$$f = \frac{\Sigma_a(F)}{\Sigma_a(C)} = \frac{\Sigma_a(F)}{\Sigma_a(F) + \Sigma_a(M) + \dots} = \frac{N_F \sigma_a(F)}{N_F \sigma_a(F) + N_M \sigma_a(M) + \dots}$$

F,C,M.... indicano Fuel,Core, Moderatore

$$f = \frac{\sum_a^{fuel} V^{fuel} \Phi^{fuel}}{\sum_a^{fuel} V^{fuel} \Phi^{fuel} + \sum_a^{mod} V^{mod} \Phi^{mod} + \sum_a^{other} V^{other} \Phi^{other}}$$

il thermal utilization factor dipende da:

- Xsect macroscopiche (a energie termiche) di tutti i materiali
- dal volume di ciascun materiale
- dal flusso medio di neutroni termici in ciascun materiale

NOTARE: (1) nel caso di un alto rapporto volumetrico moderatore su fuel il fattore f DIMINUISCE, e (2) inserendo barre di controllo il fattore f DIMINUISCE

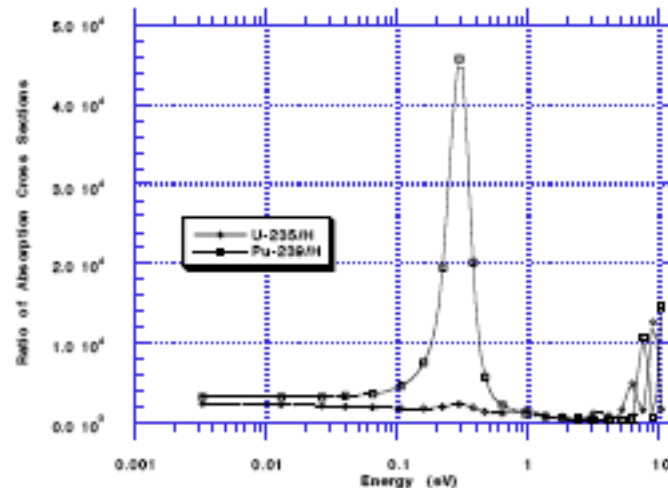


FIGURE VI.3. $\frac{\sigma_a^{U235}}{\sigma_a^H}$ vs. $\frac{\sigma_a^{Pu239}}{\sigma_a^H}$ energy dependence.

CORE omogeno o eterogeneo

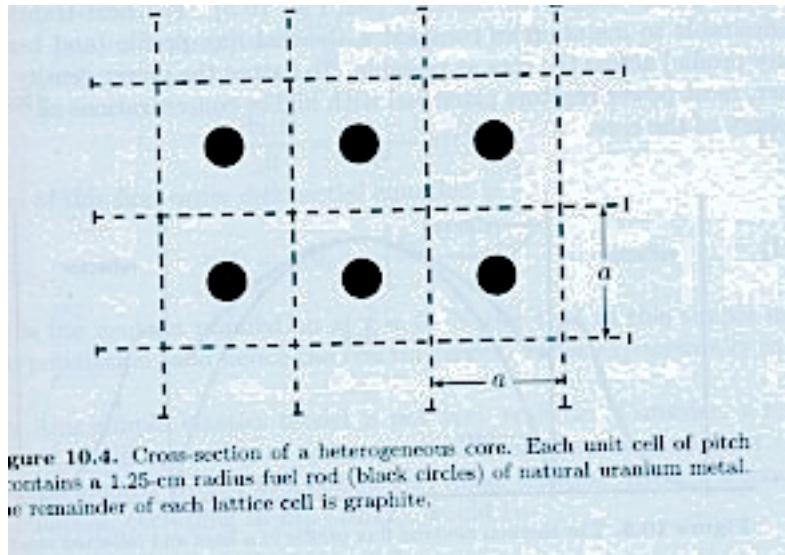


Figure 10.4. Cross-section of a heterogeneous core. Each unit cell of pitch contains a 1.25-cm radius fuel rod (black circles) of natural uranium metal. The remainder of each lattice cell is graphite.

Table 10.4. Variation of core parameters with cell size for the natural uranium and graphite core shown in Fig. 10.4.

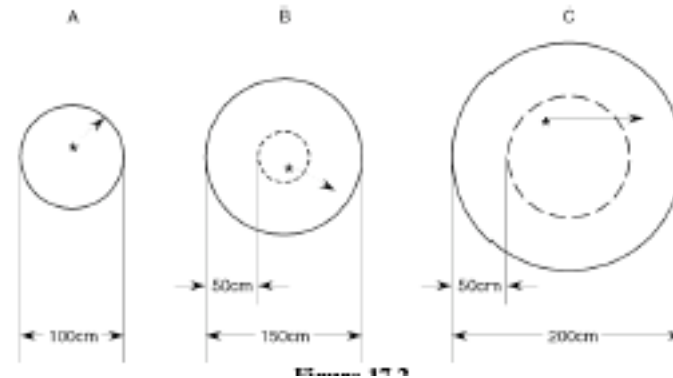
Pitch a (cm)	ϵ	η	f	p	k_{∞}
12	1.027	1.322	0.972	0.742	0.979
16	1.027	1.322	0.947	0.848	1.090
20	1.027	1.322	0.916	0.900	1.120
24	1.027	1.322	0.907	0.909	1.121
28	1.027	1.322	0.898	0.917	1.119
32	1.027	1.322	0.860	0.940	1.098
36	1.027	1.322	0.818	0.955	1.060

Leakage

Per reattore reale la 4 factor formula diventa una 6 factor formula,perche' bisogna introdurre la probabilita' che non sfuggano dallazona centrale e dal riflettore.

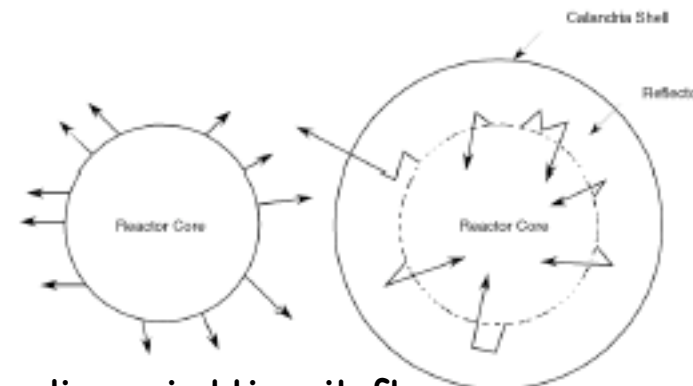
Dimensioni e forma

Se un neutrone percorre circa 50 cm, la probabilita' di sfuggire dal core diminuisce con la dimensione, ma sempre diversa da zero.



Riflettore

Costituito di materiale che circonda il core e che ha la proprieta' di far rimbalzare indietro i neutroni che sfuggono dal core. Ha alta xsect di scattering e bassa di cattura, come moderatore.



La funzione del riflettore e' anche quella di appiattare il flusso neutronico,rimandando i neutroni in una zona di basso flusso essendo esterno al core.

Probabilità di NON-Leakage Termico

La P_{TNL} può essere stimata per un CORE nudo come
 con $L =$ thermal diffusion Length e $B =$ critical Buckling

$$P_{TNL} = \frac{1}{1 + L^2 B_c^2}$$

Lunghezza di diffusione termica quadratica media $L^2 = D / \Sigma_a$,
 con $D =$ coefficiente di diffusione termico,
 e Σ_a Xsect macroscopica di assorbimento del CORE

$L =$ meta' del percorso di diffusione di un neutrone termico dal punto in cui diviene termico al punto in cui viene assorbito in un CORE infinito.

Table 10.2. Moderator properties for thermal (0.00253 eV) neutrons. L is the thermal diffusion length and τ is the Fermi age from fission to thermal energies. Source: [ANL 1963].

Moderator	Density ρ (g cm ⁻³)	Σ_a (cm ⁻¹)	D (cm)	L^2 (cm ²)	L (cm)	τ (cm ²)
H ₂ O	1.00	0.0197	0.16	8.1	2.85	27
D ₂ O	1.10	2.9×10^{-5}	0.97	30,000	170	131
Be	1.55	1.01×10^{-3}	0.50	490	21	102
BeO	2.96	6.0×10^{-4}	0.47	790	28	100
C	1.60	2.4×10^{-4}	0.84	3500	59	368

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{D^M}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} \frac{D^M}{\Sigma_a^M} \frac{\Sigma_a^M}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} = L_M^2 \left(1 - \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} \right) = L_M^2 (1 - f)$$

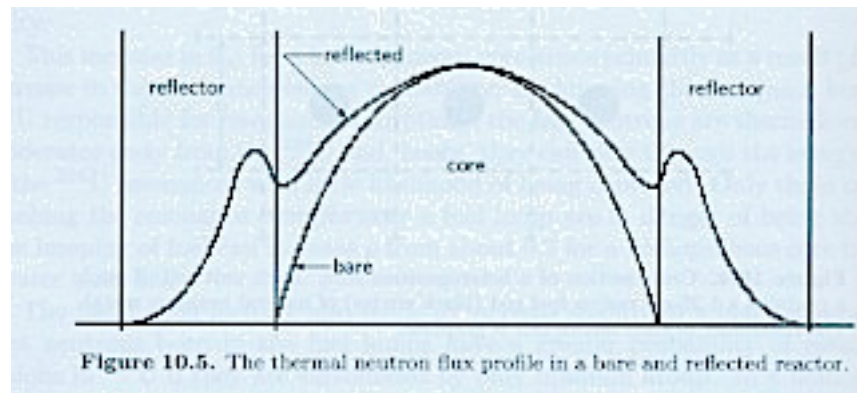
B , critical buckling, dipende solo dalla geometria e dimensione del CORE del reattore.
 $B \rightarrow 0$, $P_{TNL} \rightarrow 1$, no Leakage.

Riflettore

Il CORE di un reattore spesso e' racchiuso da un materiale che ha un alto rapporto $\frac{\sigma_{\text{scattering}}}{\sigma_{\text{assorbimento}}}$ (contrariamente al moderatore).

Lo scopo e' duplice:

- aumentare la NON probability to escape
- appiattare il flusso di neutroni termici ai bordi del CORE



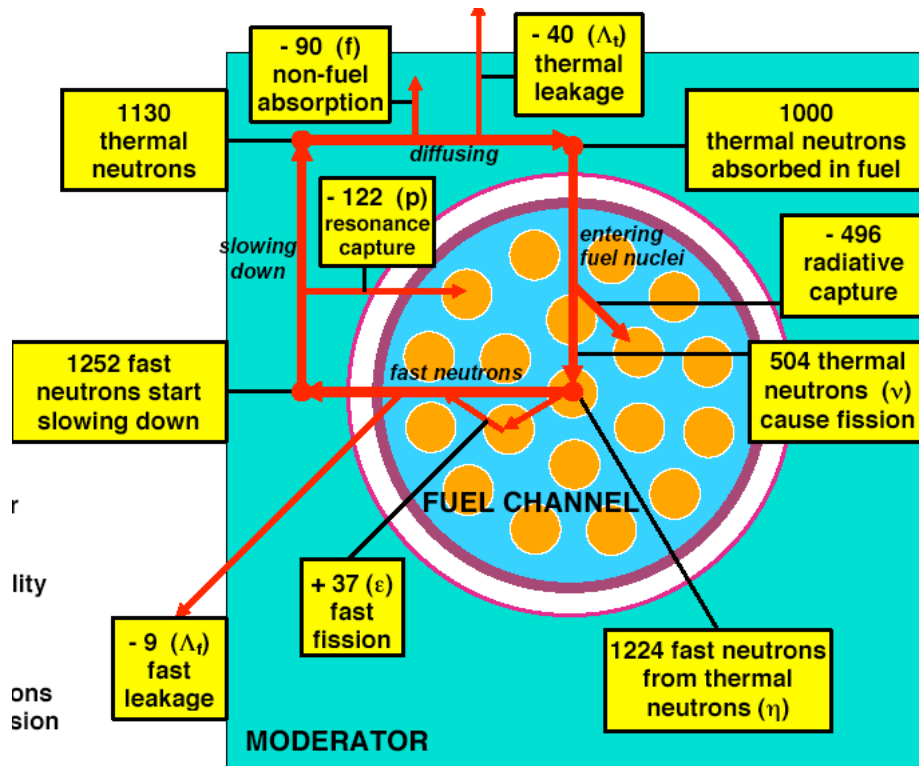
Il vantaggio di appiattimento del flusso termico aumenta il rendimento del reattore perche' per ottimizzare il trasferimento di calore e; preferibile un profilo termico costante.

In certi tipi di reattori di potenza la concentrazione di U235 e' maggiore vicino ai bordi

la $k_{\infty} = \eta \epsilon p f$ \longrightarrow $k = \eta \epsilon p f (1 - l_f)(1 - l_s)$

frazione di neutroni s e f che non sfuggono dal Core

Ciclo dei neutroni

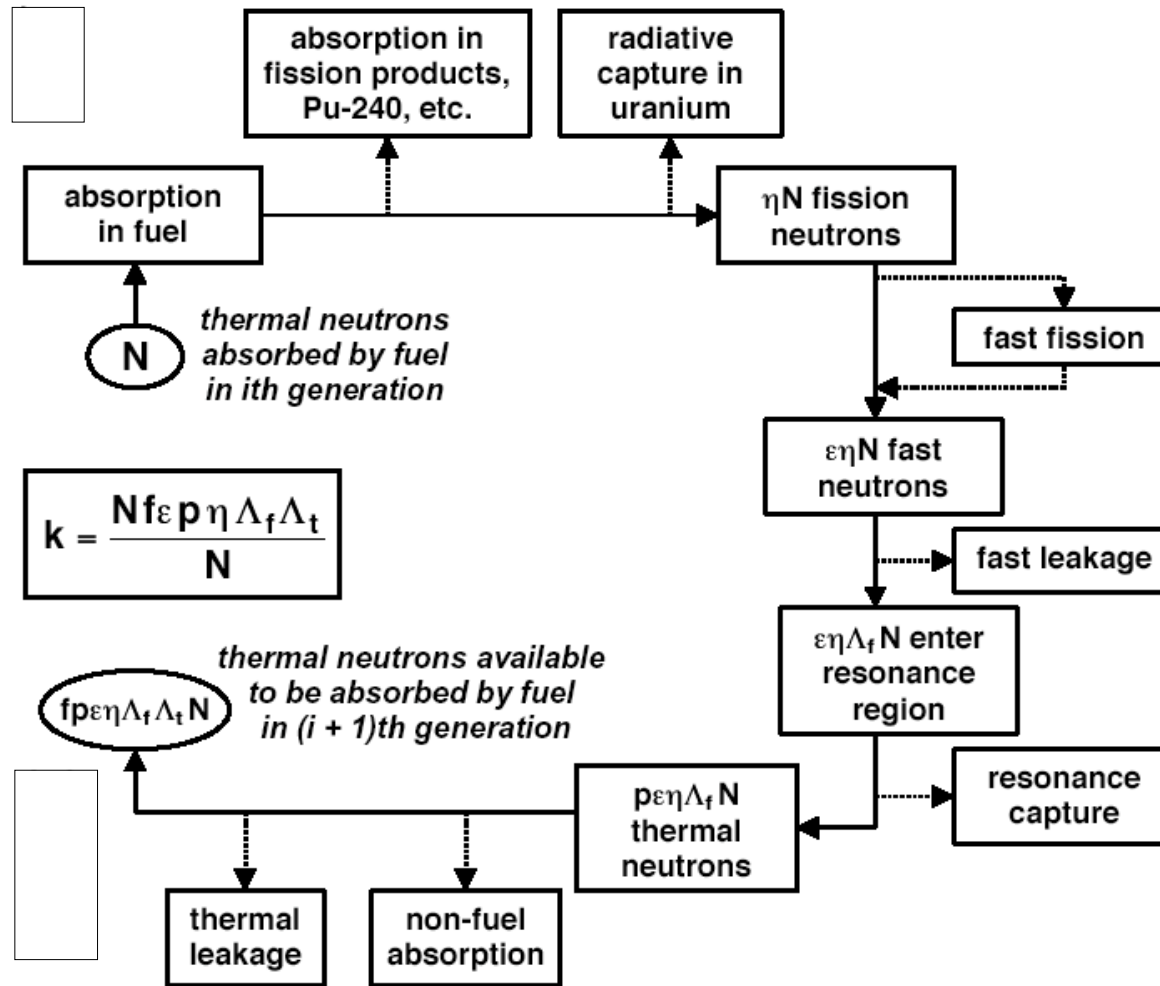


Con natU arricchito al 1.6% e M/F=600, combinando i 4 fattori

$$k_{\infty} = 1.654 \times 1 \times 0.749 \times 0.834 = 1.033$$

Il reattore puo' lavorare con k=1, se non si perde piu' del 3.3% di neutroni data la sua finitezza.

Multiplication factor e neutron cycle



Un tipico neutrone,
dalla nascita come neutrone di fissione all'assorbimento nel fuel,
sopravvive circa 0.0001 s, (vita media del neutrone)
in un reattore OMOGENEO.

Percorre circa 25 cm nello slowing down e circa 30 cm
nella diffusione come termico, prima di essere assorbito.

Scattera da 120 a 130 volte di cui 36 volte nella termalizzazione

Moderatore

Caratteristiche:

- deve frenare rapidamente i neutroni fast, per limitarne la cattura in regione delle risonanze, SDP grande
- deve avere piccola xsect di assorbimento

slowing down power $\boxed{SDP = \xi \Sigma_s}$

slowing down favorito con nuclei leggeri, es H₂O, D₂O, C (grafite)

Materiale	M.Wt	densita' (g cm ⁻³)	σ_s (b)	σ_a (b)	ξ	SDP (m ⁻¹)
H ₂ O	18.01	1.0	49.2	0.66	0.920	151
D ₂ O	20.02	1.1	10.6	0.001	0.509	18
Grafite	12.01	1.6	4.7	0.0045	0.158	6.0

Moderating ratio

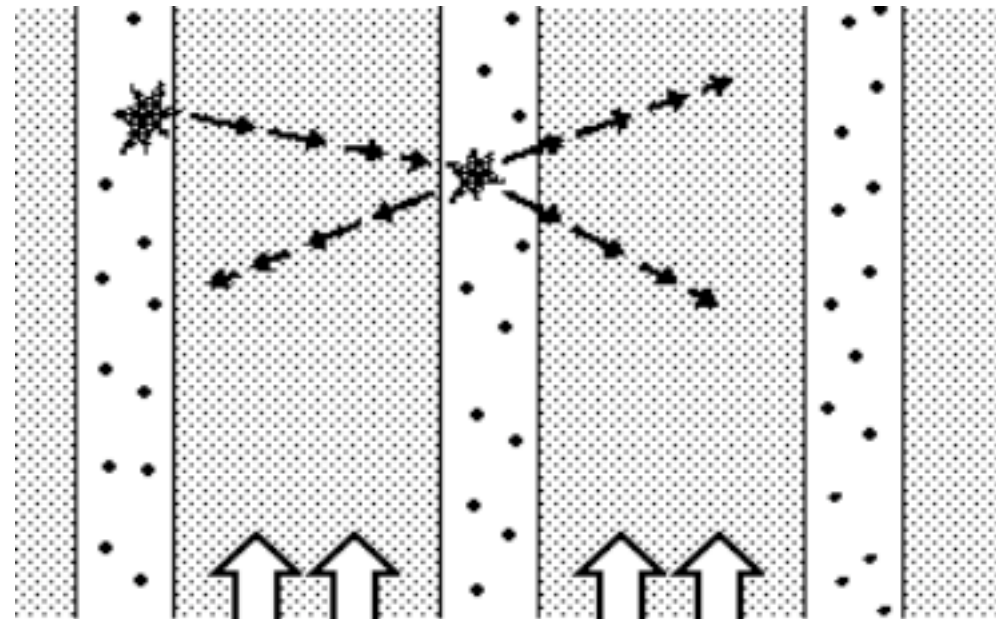
SDP indica quanto velocemente un neutrone rallenta in un dato materiale ma non dice la efficacia del materiale come moderatore.

Il boro ha una grande capacita' di ridurre l'energia e quindi una buona SDP ma e' un moderatore poco adatto per la grande probabilita' di assorbire i neutroni

La efficacia e' misurata dal moderating ratio $MR = \frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_a}$

Maggiore MR maggiore efficacia moderatore

TABLE 2 Moderating Properties of Materials				
Material	ξ	Number of Collisions to Thermalize	Macroscopic Slowing Down Power	Moderating Ratio
H ₂ O	0.927	19	1.425	62
D ₂ O	0.510	35	0.177	4830
Helium	0.427	42	9×10^{-6}	51
Beryllium	0.207	86	0.154	126
Boron	0.171	105	0.092	0.00086
Carbon	0.158	114	0.083	216



water as coolant and moderator
flows between fuel rods.

H₂O-> basso costo, grandi xsect e ξ , ma grande assorbimento per cui necessario Uranio arricchito costoso.

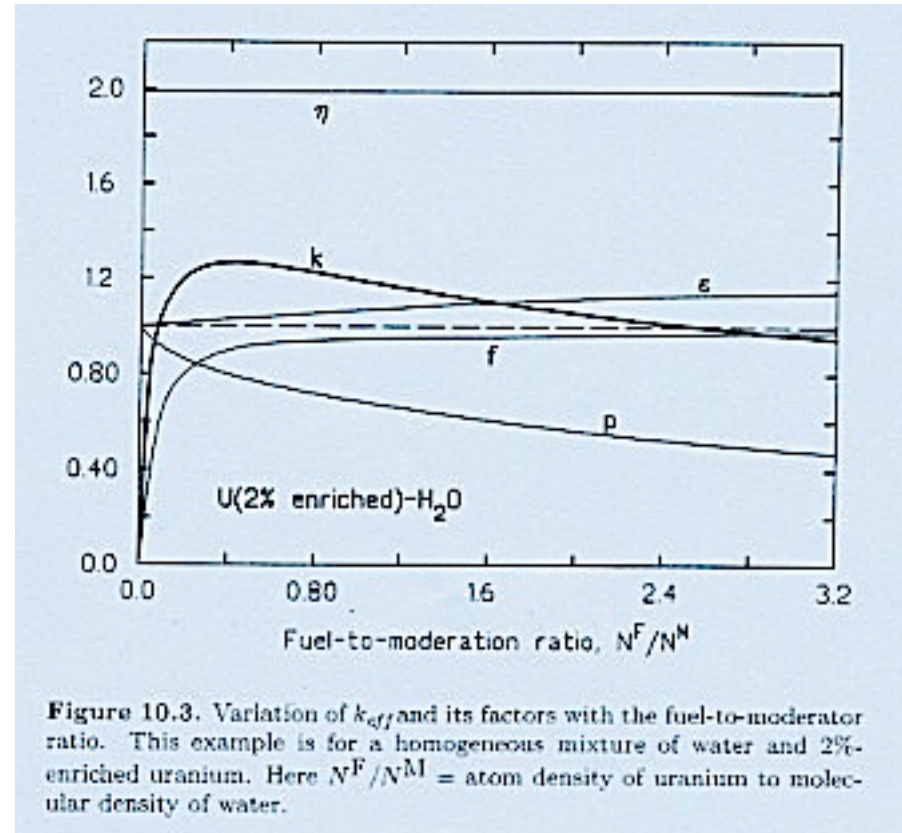
D₂O-> acqua pesante, costosa

grafite-> basso costo, A grande e ξ piccola

N_M/N_F	²³⁵ U:0.72%; $\eta=1.328$			²³⁵ U:1.600%; $\eta=1.654$		
	f	p	k_∞	f	p	k_∞
100.0	0.944	0.480	0.602	0.968	0.482	0.771
200.0	0.894	0.599	0.712	0.938	0.601	0.931
300.0	0.849	0.660	0.744	0.909	0.661	0.995
400.0	0.808	0.699	0.751	0.883	0.700	1.022
500.0	0.771	0.727	0.745	0.858	0.728	1.032
600.0	0.738	0.748	0.733	0.834	0.749	1.033
700.0	0.707	0.765	0.718	0.811	0.766	1.027
800.0	0.678	0.778	0.701	0.790	0.779	1.018
900.0	0.652	0.790	0.684	0.770	0.791	1.007
1000.0	0.628	0.800	0.667	0.751	0.801	0.994

Tabella per mistura OMOGENEA di grafite e Uranio

I fattori di moltiplicazione k_{∞} e k permettono di calcolare lo stato di criticità di un "assembly" fissile.



k_{∞} e k forniscono una base concettuale per valutare gli effetti di criticità al seguito di cambiamenti dell' assembly. Ad es. l'inserimento di barre di controllo in un core critico, ha come effetto di diminuire il valore di f e quindi rendere subcritico l'assembly.

Reattività

Per una reazione a catena autosostenentesi k è circa uguale a 1. Piccole deviazioni di k risultano in grandi variazioni nella potenza del reattore. Reattività, nell'analisi del funzionamento di un reattore, è una quantità che descrive il comportamento del reattore quando k devia da 1.

$$\text{delta-}k = k - 1 = \delta k$$

$$\text{Reactivity} = \rho = \frac{k - 1}{k} = \frac{\delta k}{k}$$

con buona approssimazione *Reactivity* \sim *delta-k*

e l'unità di misura è il milli- k o mk

Un reattore che abbia una reactivity di $\pm 3mk$, significa che è in grado di controllare una variazione del fattore di moltiplicazione di 3 millesimi, cioè $0.997 < k < 1.003$.

Il reattore

Calcolare le dimensioni ottimali di un reattore richiede risolvere equazione di trasporto dei neutroni (diffusione).

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{4.55 \times 10^{-10}}{\sqrt{E}} \text{ cm}; \quad E \text{ is in eV}$$

$$E = 0.01 \text{ eV} \Rightarrow \lambda = 4.55 \times 10^{-9} \text{ cm}$$

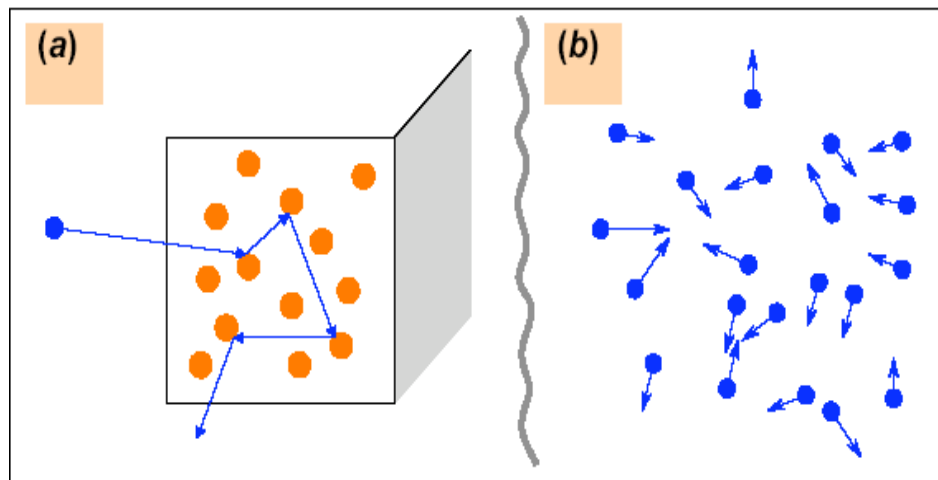
$$D(\text{H}): 10^{-7} \text{ cm}$$

Caso semplice: REATTORE
OMOGENEO

Teoria classica della diffusione

Assunzioni base :

- neutroni puntiformi
- nessuna interazione n-n
- viaggiano in linea retta
- collisioni istantanee
- proprietà mezzo isotropico
- proprietà mezzo t-indipendente



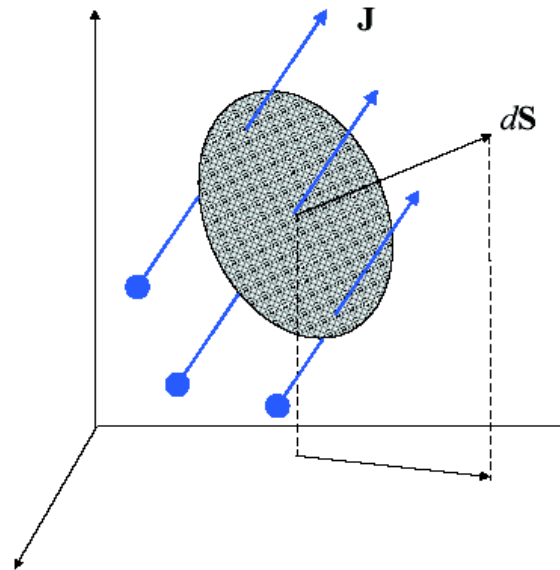
Diffusione

Teoria classica: particelle in moto diffondendosi a caso nel mezzo tendono ad una distribuzione uniforme (densita' costante, $n(r)=\text{const.}$).

J densita' di corrente $\neq 0$, se $n(r) \neq 0$ $J_z = -D \frac{\partial n}{\partial z}$

$$J = iJ_x + jJ_y + kJ_z = -D\nabla(n)$$

D coefficiente di diffusione



D legato alla sezione d'urto di scattering e quindi al libero cammino medio

$$J_z = \frac{v}{6}n(z - \lambda_s) - \frac{v}{6}n(z + \lambda_s) = \frac{v}{6}[-2\lambda_s \frac{\partial n}{\partial z}] = -\frac{v\lambda_s}{3} \frac{\partial n}{\partial z} = -D \frac{\partial n}{\partial z}$$

il coefficiente di Diffusione D definito in termini di quantita' microscopiche.

Equazione di continuita'

$$\mathbf{J} = -D\nabla(n)$$

in un volumetto $dV = dx dy dz$

il flusso netto sara'

$$J_z dx dy - (J_z + dJ_z) dx dy = -\frac{\partial J_z}{\partial z} dx dy dz = -\frac{\partial J_z}{\partial z} dV$$

la variazione di flusso per unita' di volume sara'

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\left[\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}\right] = -\nabla \cdot \mathbf{J}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -D\nabla^2 n$$

Equazione di continuita' per diffusione di particelle in un mezzo senza creazione o distruzione di particelle

MA In un reattore si ha assorbimento,(distruzione),
e fissione,(creazione), di neutroni.

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_a = -\Sigma_a \Phi(r,t) \qquad \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_f = S(r,t)$$

la equazione di continuita' per la diffusione dei neutroni diventa

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\nabla^2 n(r,t) - \Sigma_a \Phi(r,t) + S(r,t)$$

se $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$

eq. di diffusione stazionaria

$$\frac{D}{v} \nabla^2 \Phi(r) - \Sigma_a \Phi(r) + S(r) = 0$$

con $\Phi(r) = vn(r)$ e velocita' media costante

Lunghezza di diffusione

Lunghezza di diffusione L: rms distanza percorsa dal neutrone dal punto di generazione nel Moderatore.

$$\text{per } r \rightarrow \infty, S(r) \rightarrow 0 \qquad L^2 = \frac{D}{v\Sigma_a(M)}$$

$$\nabla^2 \Phi(r) = \frac{v\Sigma_a(M)}{D} \Phi(r) = \frac{\Phi(r)}{L^2}$$

In un sistema a simmetria sferica

$$\nabla^2 \Phi = \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr}$$

ponendo $u(r) = r\Phi(r)$

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} - \frac{u(r)}{L^2} = 0$$

con soluzione generale $u(r) = ae^{(-r/L)} + be^{(+r/L)}$

Il flusso avrà soluzione

$$\Phi(r) = a \frac{e^{(-r/L)}}{r} + b \frac{e^{+r/L}}{r}$$

condizioni al contorno $\Phi(r) \rightarrow 0$ per $r \rightarrow \infty$ così $b = 0$

Distanza media percorsa dal neutrone dalla sua origine,
 $r=0$ e'

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^{\infty} r^2 \Phi(r) dV}{\int_0^{\infty} \Phi(r) dV} = \frac{\int_0^{\infty} r^3 e^{(-r/L)} dr}{\int_0^{\infty} r e^{(-r/L)} dr} = 6L^2$$

avendo assunto che la probabilità di trovare un neutrone alla distanza r
e' proporzionale a

$$\Phi(r) dV = \Phi(r) \cdot 4\pi r^2 dr$$

Equazione del reattore

Per un reattore OMOGENEO con flusso stazionario

$$\frac{D}{v} \nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) - \Sigma_a(\mathbf{C}) \Phi(\mathbf{r}) + S(\mathbf{r}) = 0$$

leakage

assorbimento

produzione

$$k_\infty = \frac{\int S(\mathbf{r}) dV}{\int \Sigma_a(\mathbf{C}) \Phi(\mathbf{r}) dV}$$

in reattore OMOGENEO
non c'è dipendenza da volume

$$k_\infty = \frac{S(\mathbf{r})}{\Sigma_a(\mathbf{C}) \Phi(\mathbf{r})}$$

quindi

$$\frac{D}{v} \nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) + (k_\infty - 1) \Sigma_a(\mathbf{C}) \Phi(\mathbf{r}) = 0$$

riscritta nella forma classica di *one-group equation*

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) + \frac{(k_\infty - 1)}{L_c^2} \Phi(\mathbf{r}) = \nabla^2 \Phi + B^2 \Phi = 0$$

per un flusso di neutroni che si muovono a velocità media termica

Dato $\Sigma_a(C) = \Sigma_a(F) + \Sigma_a(M)$

il fattore termico di utilizzazione $(1 - f) = \frac{\Sigma_a(C) - \Sigma_a(F)}{\Sigma_a(C)} = \frac{\Sigma_a(M)}{\Sigma_a(C)}$

$L_c^2 = (1 - f)L^2$ Lunghezza diffusione solo di neutroni termici, no slowing down

con la sostituzione $L_c^2 \rightarrow L_c^2 + L_s^2$

si tiene conto anche della lunghezza di diffusione di slowing down

La tabella riporta i valori medi di D, L^2 e L_s^2 per i tre moderatori

Moderatore	D(cm)	$L^2(\text{cm}^2)$	$L_s^2(\text{cm}^2)$
H ₂ O	0.16	8.1	27
D ₂ O	0.87	30000	131
Grafite	0.84	2650	368

Soluzioni dell'equazione del reattore

La soluzione dell'equazione del reattore lega i parametri base (k_{∞}, L_c) alle dimensioni del reattore per ottenere la criticita', imponendo le condizioni al contorno.

Geometria cubica

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -B^2 \Phi$$

con la condizione x, y, z indipendenti e separabili $\Phi = X(x)Y(y)Z(z)$

e imponendo $B^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

si cercano le soluzioni per

del tipo $X(x) = a \sin(\alpha x) + b \cos(\alpha x)$

e simili per $Y(y), Z(z)$

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \text{const} = -\alpha^2$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -\beta^2$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\gamma^2$$

Le condizioni al contorno $\Phi \rightarrow 0$ per $x = 0$ e $x = d$

richiedono $b = 0$ e $\alpha d = \pi$ ugualmente per Y e Z

si ricava $B^2 = 3\pi^2 / d^2$

e il volume del reattore

$$d^3 = 3\sqrt{3} \left(\frac{\pi}{B} \right)^3$$

Reattore a geometria sferica

L'equazione, in coordinate sferiche, con $\Phi(r) = \frac{u(r)}{r}$

diventa $\frac{d^2u}{dr^2} + B^2u = 0$

con soluzione
della forma

$$\Phi(r) = u(r)/r = a \sin(Br)/r + b \cos(Br)/r$$

con a e b costanti di integrazione.

Condizioni al contorno richiedono che il flusso si annulli sul
bordo della sfera, $r=B$, e per $r=0$

quindi $b=0$ e $B \cdot R = \pi$

Il volume del reattore sferico sarà

$$V = 4\pi R^3 / 3 = 130 / B^3$$

N.B. il raggio della sfera, R , come calcolato ha dimensioni di qualche % maggiori di quelle reali, perché il flusso al bordo non è ZERO in quanto c'è il riflettore che scatterà all'indietro i neutroni.

Calcolo del raggio di un reattore sferico

Dati:

Fuel: Uranio

Moderatore: Grafite

MF = 600

Arricchimento = 1.6%

Dalle tabelle so che

$$f = 0.834$$

$$L^2 = 2650 \text{ cm}^2$$

$$L_s^2 = 368 \text{ cm}^2$$

Ricavo $k_\infty = 1.654 \cdot 1 \cdot 0.749 \cdot 0.834 = 1.033$

$$B^2 = \frac{(k_\infty - 1)}{(1 - f)L^2 + L_s^2} = \frac{0.033}{0.166 \cdot 2650 + 368} = 4.08 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$$

il raggio sarà' $r = \frac{\pi}{B} = 494 \text{ cm} \approx 5 \text{ m}$

La potenza del reattore dipende dal flusso F e questo è determinato dalle condizioni di operazione del reattore.

Potenza di un reattore e consumo di materiale fissile

In condizioni ottimali il reattore deve essere in condizione di criticità, quindi con $k=1$, per avere una produzione stazionaria di potenza.

Dopo una fase iniziale in cui $k > 1$, per poter arrivare alla criticità, k viene mantenuto attorno al valore critico, fino a che il rapporto M/F è tale da assicurare la reazione a catena di fissione.

Parametri importanti sono:

- **potenza generata**
- **rating, cioè potenza per unità di massa**
- **consumo di fuel**

I parametri dipendono

- dalla massa totale di materiale fissile
- dalla sezione d'urto neutronica
- dal flusso generato

La probabilita' di reazione per unita' di tempo per N nuclei vale

$$R = N\Phi\sigma = MN_A\Phi\sigma / A$$

M = massa materiale fissile

N_A = *n*. Avogadro

A = *n*. massa dei nuclei interagenti

Per la reazione di fissione si calcola la R_f
e se ogni reazione di fissione libera una quantita'
di energia utile E

$$P = R_f E$$

Per calcolare la potenza, il rating ed il consumo di un
reattore bisogna conoscere:

- la massa di materiale fissile
- il flusso neutronico
- le sezioni d'urto
- e l'energia rilasciata

Calcolo per un reattore con:

- 150 T Uranio naturale

- flusso $10^{13} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$

- $\sigma_f(^{235}\text{U})=579 \text{ b}$

- $\sigma_c(^{235}\text{U})=110 \text{ b}$

$$N(^{235}\text{U}) = \frac{1.5 \cdot 10^5 \cdot 0.0072 \cdot 6.022 \cdot 10^{26}}{238.03} = 2.73 \cdot 10^{27}$$

$$\begin{aligned} P &= N(^{235}\text{U})\Phi\sigma \cdot E \\ &= 2.73 \cdot 10^{27} \cdot 10^{17} \cdot 579 \cdot 10^{-28} \cdot 200 \\ &= 3.16 \cdot 10^{21} \text{ MeV} \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 507 \text{ MW} \end{aligned}$$

la potenza per unita' di massa = 3.4 MW/t di Uranio

Il consumo di fuel, e quindi di ^{235}U , dipende dalla xsect di assorbimento $\sigma_a = 680 \text{ b}$. Il numero totale di nuclei di ^{235}U fissionati per secondo e'

$$N(^{235}\text{U})\Phi\sigma_a = 2.73 \cdot 10^{27} \cdot 680 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{17} = 1.86 \cdot 10^{19} \text{ s}^{-1}$$

in un anno $\sim 3 \cdot 10^7 \text{ s}$ il N di nuclei fissionati e' $\sim 5.9 \cdot 10^{26}$
circa 1/5 del totale di nuclei fissionabili iniziale.

Cinetica del reattore

k deve fluttuare attorno al valore critico lentamente

Reattività $k-1=d_k=q$

se $q>0$, in un tempo pari alla vita media dei prompt neutrons, $t_p=t_s+t_d$, il numero di neutroni aumenta di nq e la variazione sarà

t_s = tempo medio di termalizzazione
 t_d = tempo medio di diffusione

$$\frac{dn}{dt} = \frac{nq}{t_p} \rightarrow n(t) = n_0 e^{qt/t_p}$$

$$t_s \ll t_d \rightarrow t_p \approx t_d = \lambda_a / v$$

$$\lambda_a = 1 / \Sigma_a(C)$$

e nel core

$$\Sigma_a(C) = \Sigma_a(F) + \Sigma_a(M)$$

$$t_p \approx 1 / (v \Sigma_a(C)) = (1-f) / (v \Sigma_a(M))$$

che significa tempi dell'ordine di 10^{-3} s.

Neutroni Ritardati

In un processo di fissione esistono una frazione d di neutroni che sono emessi dopo un tempo di parecchi secondi, $d \approx 0.0065$.

Il n. di neutroni, conseguenza di $q > 0$, deve essere ricalcolato in quanto il termine esponenziale deve tener conto di 2 termini: uno dipendente dai neutroni prompt e uno per i neutroni ritardati.

$$n(t) = n_0 \left[\frac{d}{d-q} e^{\left(\frac{qt}{(d-q)\tau}\right)} - \frac{q}{d-q} e^{\left(\frac{-(d-q)t}{t_p}\right)} \right]$$

Dato che sempre $q < d$, la variazione di $n(t)$ sarà governata da $\tau \approx 12.5$ s, il tempo medio di ritardo e' notevolmente piu' lungo del t_p .

Per $q \ll d$ il primo termine domina $n(t) \sim n_0 e^{\left(\frac{qt}{(d-q)\tau}\right)}$

Calcolo: Quanto aumenta il flusso neutronico in un reattore con $\beta=0.9$, se $k=1.001$.

$$\rho(M)=1600 \text{ kg m}^3 \quad \Sigma_a(M) = \rho\sigma_a / Am_u = (1600 \cdot 0.0045 \cdot 10^{-28}) / 12m_u = 0.036\text{m}^{-1}$$

per neutroni termici $v=2200 \text{ m s}^{-1} \rightarrow t_p \approx 10^{-3} \text{ s}$.

$$n(t) = n_o e^{qt/t_p} = n_o e^{0.001 \cdot 10 / 0.001} = n_o e^{10} \approx n_o \cdot 22000$$

in 10 s si ha un aumento di piu' di 4 ordini di grandezza !!

MA ci sono i neutroni ritardati : $d = n_d/n_f \approx 0.0065$

FONDAMENTALE : $q < d$, anzi $\ll d$

$$n(t) \sim n_o e^{qt/(d-q)\tau}$$

in questo modo la rate di crescita sara' governata da dal tempo medio dei neutroni delayed, $\tau \approx 12.5 \text{ s}$.

$$n(t) \sim n_o e^{0.001 \cdot t / 0.0055 \cdot \tau} \approx n_o e^{t/70}$$

la rate sara' solo di $\approx 2.7 / 70 \text{ s}$

GESTIBILE

Il genitore del delayed neutro si chiama delayed neutro precursor.

Ci sono molti prodotti di fissione che portano all'emissione di delayed neutro. Si sono individuati 20 nuclidi, ma molti altri debbono essere scoperti, perche' e' importante conoscere lo yield dei neutroni ritardati e la rate con cui vengono prodotti.

Si sono classificati 6 gruppi di delayed neutron in base alla vita media.

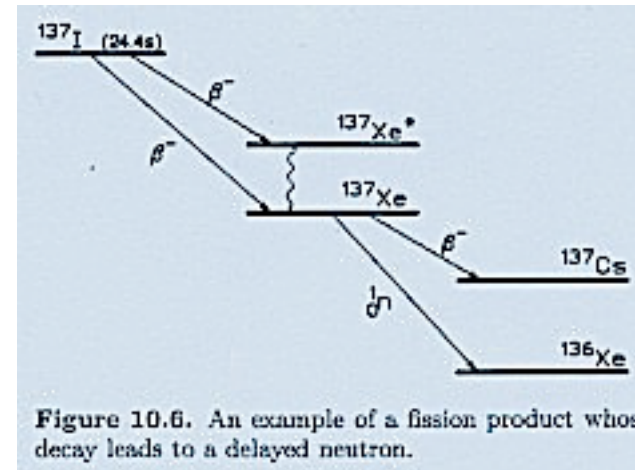


Figure 10.6. An example of a fission product whose decay leads to a delayed neutron.

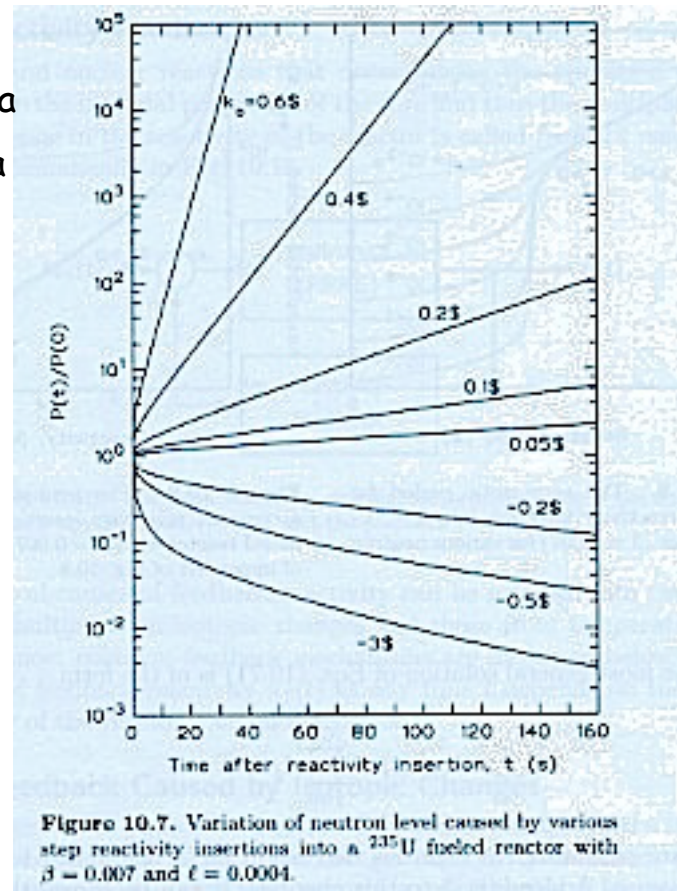
Group	^{235}U		^{233}U		^{239}Pu	
	Half-life (s)	fraction β_i	Half-life (s)	fraction β_i	Half-life (s)	fraction β_i
1	55.7	0.00021	55.0	0.00022	54.3	0.00007
2	22.7	0.00142	20.6	0.00078	23.0	0.00063
3	6.22	0.00127	5.00	0.00066	5.60	0.00044
4	2.30	0.00257	2.13	0.00072	2.13	0.00068
5	0.610	0.00075	0.615	0.00013	0.618	0.00018
6	0.230	0.00027	0.277	0.00009	0.257	0.00009
total	-	0.0065	-	0.0026	-	0.0021

La frazione beta del d.n. e' maggiore per ^{235}U , ma in un reattore di potenza l' ^{238}U si converte in ^{239}Pu e col tempo la fissione del Pu diventa importante per cui il basso valore di beta RENDE il reattore piu' sensibile alle variazioni de criticita' (difficile da controllare, meno neutroni ritardati).

La variazione del livello dei neutroni, causa una variazione della potenza del reattore. La reattività ρ e' misurata in termini della frazione β dei neutroni delayed in unita' dette "dollar" i.e. $k(\$+) = \rho / \beta$, con $\rho = \delta k / k$.

La figura, mostra come varia la potenza di un reattore a ^{235}U , quando cambia la reattivita' mediante

In condizioni stazionarie la reattivita' varia attorno al valore ZERO. Problema importante e' il transiente quando la reattivita' viene cambiata in seguito all'INSERZIONE di REATTIVITA' , dovuta all'inserzione di nuovo materiale fissile o alla riduzione di moderatore. Il tempo impiegato dal reattore a cambiare la reattivita' di un fattore e e' detto periodo del reattore.



Reactivity feedback

L'energia e l'le reazioni nucleari che avvengono durante l'attività di un reattore nucleare modificano le proprietà del materiale del CORE così il fattore k .

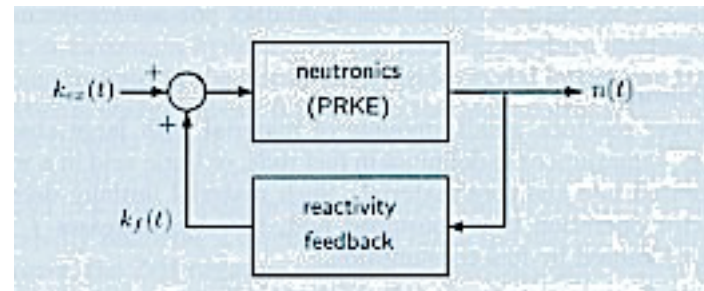
Si ha il *reactivity feedback*.

Le cause del reactivity feedback si possono raggruppare in due categorie:

- reattività risultante dalla variazione isotopica
- reattività risultante dalla temperatura

La variazione isotopica può essere dovuta a:

- Fuel burnup
- Fuel breeding
- Fission product poisons
- Burnable poisons



La variazione per la Temperatura:

- Cambio nella concentrazione atomica
- Cambio nella distribuzione dell'Energia dei neutroni
- Cambio nelle interazioni risonanti
- Cambio in geometria

Avvelenamento del reattore

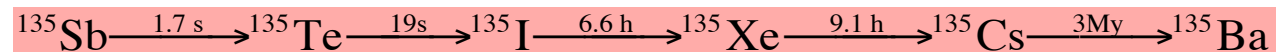
Un reattori in funzione produce una grande quantita' di frammentidi fissione , principalmente Xenon e Samario che hanno grande xsect di cattura neutronica.

Veleni del reattore -> frammenti con grande xsect di cattura

I veleni si accumulano, k diminuisce, diminuisce la criticita' e il reattore diventa *subcritico*.

Per riportare il reattore in stato critico, si riduce il rapporto M/C, togliendo gradatamente le barre di controllo, per compensare il flusso neutronico e riportare alla criticita'.

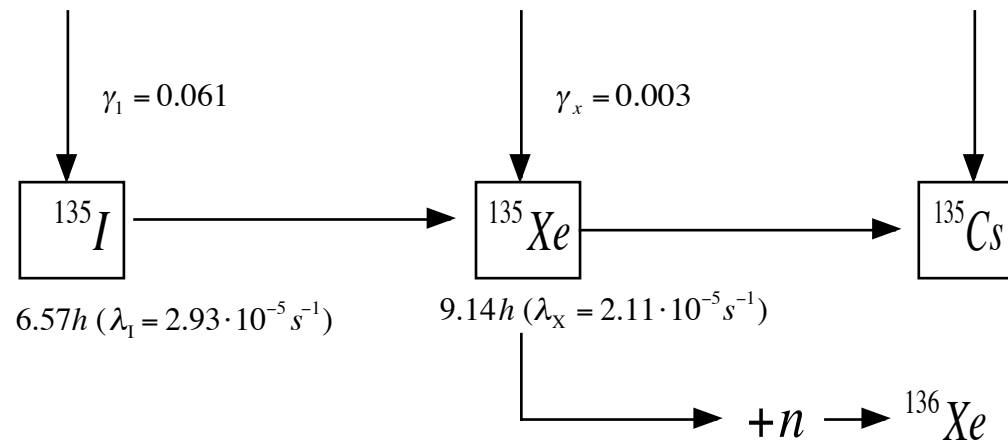
Lo Xenon si forma direttamente nella fissione del ^{235}U (yield 0.2%) o come decadimento del ^{135}I (yield=6.4%).



Lo Xe ha una xsect di cattura di $2.7 \cdot 10^6$ b, che riduce di molto il k.

Quando non si puo' piu' compensare il reattore va in shut down

Durante le operazioni del reattore sia il ^{135}I che il ^{135}Xe sono in equilibrio perche' la rate di produzione eguaglia quasi la rate di decadimento (I e Xe) e cattura (Xe).



Per il ^{135}I

$$\gamma_I \Sigma_f \Phi = \lambda_I N_I$$

Per il ^{135}Xe

$$\lambda_I N_I + \gamma_X \Sigma_f \Phi = \lambda_X N_X + N_X \sigma_c \Phi$$

$$\sigma_c = 2.75 \cdot 10^6 \text{ b}$$

macro xsect
del poison

In condizioni di equilibrio N_X

$$N_X = \frac{(\gamma_I + \gamma_X) \Sigma_f \Phi}{(\lambda_X + \sigma_c \Phi)}$$

Il fattore di utilizzazione termico f cambia perché lo Xe, con la sua grande σ_{c} di cattura ne riduce il valore.

$$f = \frac{\Sigma_a(F)}{\Sigma_a(C)} \quad e \quad f' = \frac{\Sigma_a(F)}{\Sigma_a(C) + N_X \sigma_c}$$

termine dovuto
al *poison*

La variazione di reattività sarà $q_X = \frac{k' - k}{k'} = \frac{f' - f}{f'}$

$$\frac{q_X}{f} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f'} = -\frac{N_X \sigma_c}{\Sigma_a(F)} = -\frac{(\gamma_I + \gamma_X) \Sigma_f \Phi \sigma_c}{(\lambda_X + \sigma_c \Phi) \Sigma_a(F)}$$

ma
$$\frac{\eta}{\nu} = \frac{\Sigma_f}{\Sigma_a(F)}$$

sostituendo
$$\frac{q_X}{f} = -\frac{(\gamma_I + \gamma_X) \eta}{(1 + \lambda_X / \sigma_c \Phi) \nu}$$

da cui si ricava la % di riduzione del k causa la presenza del veleno

Prendendo ad es.

$$\eta = 1.33$$

$$\nu = 2.42$$

$$\Phi = 10^{14} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$f = 0.9$$

$$\frac{\lambda_X}{\Phi \sigma_c} = \frac{2.11 \cdot 10^{-5}}{10^{14} \cdot 2.75 \cdot 10^6 \cdot 10^{-24}} = 0.077$$

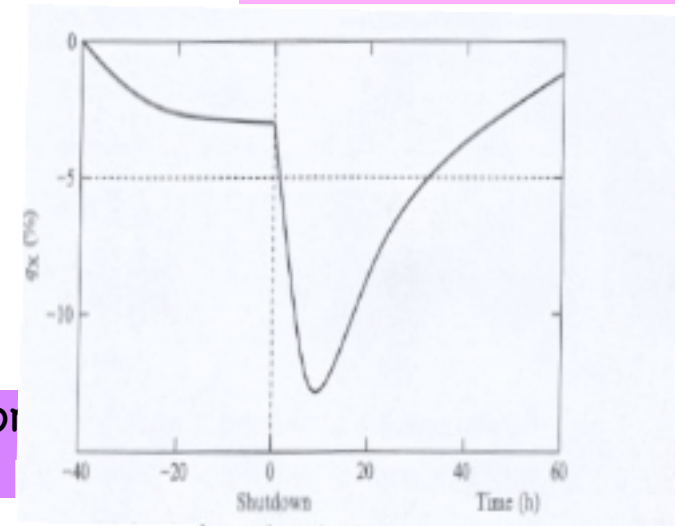
$$\frac{q_X}{f} = -\frac{0.064 \cdot 1.33}{1.077 \cdot 2.42} = -0.033 \quad \text{da cui } q_X \approx -0.03$$

il *veleno* riduce k di circa il 3%.

Togliendo le barre di controllo, che assorbono neutroni, si riesce a compensare la riduzione di flusso in modo da mantenere $k \sim 1$.

Quando non si puo' piu' compensare il reattore va in shutdown

Il restart avviene solo dopo che la maggior parte del *veleno* non sia decaduto.



prima dello shutdown -->|<-- dopo shutdown

Nuclear Power

I reattori nucleari producono grandi quantità di energia termica via le reazioni a catena di fissione senza rilascio di CO₂ con poco consumo di carburante.

I maggiori impieghi sono per la produzione di energia elettrica e propulsione di navi.

Produzione di energia elettrica

Reattori di potenza sono una importante sorgente di energia elettrica, sfruttando il vapore prodotto dall'energia termica per alimentare dei turbo-generatori.

Efficienza di conversione

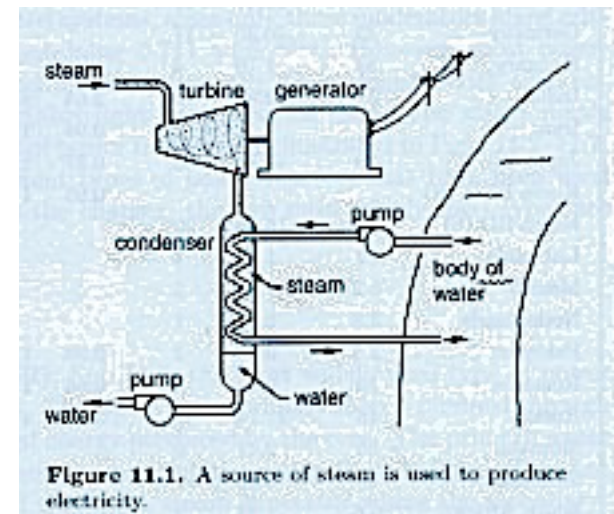
Dalla termodinamica, la massima efficienza di conversione di una macchina a calore

è la **efficienza di Carnot**

$$\eta = \frac{T_{in} - T_{out}}{T_{in}}$$

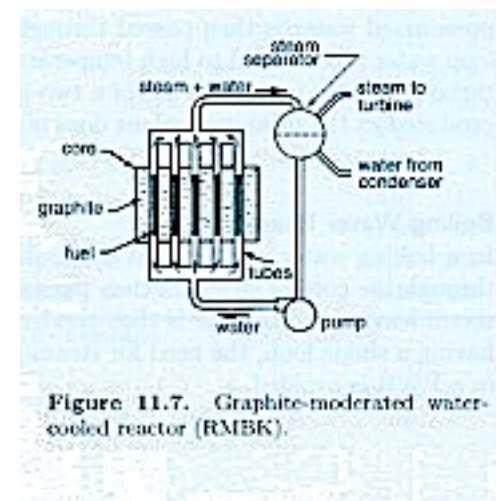
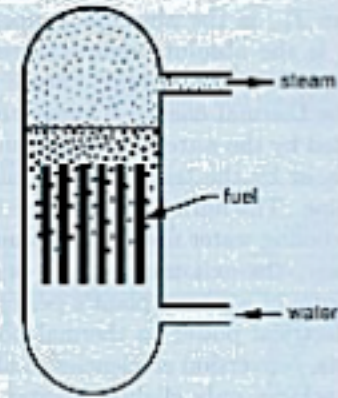
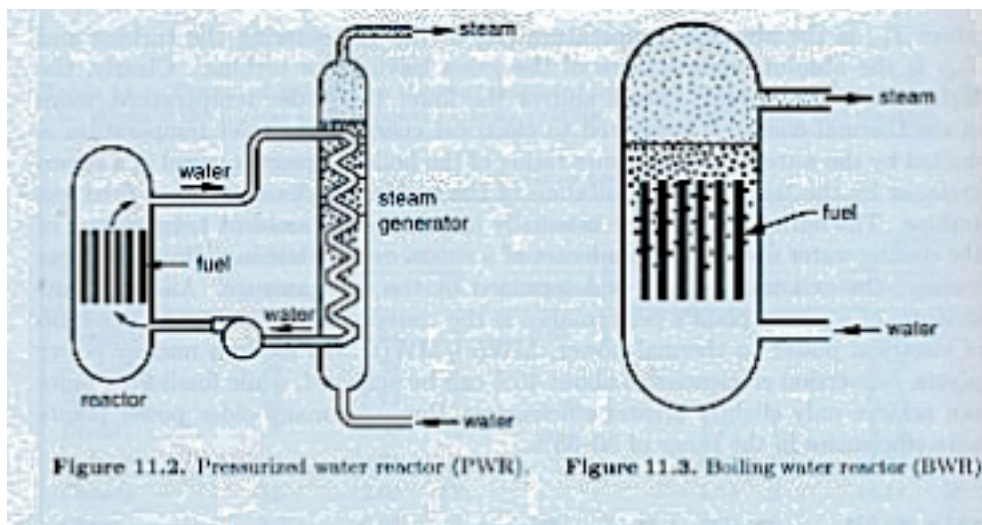
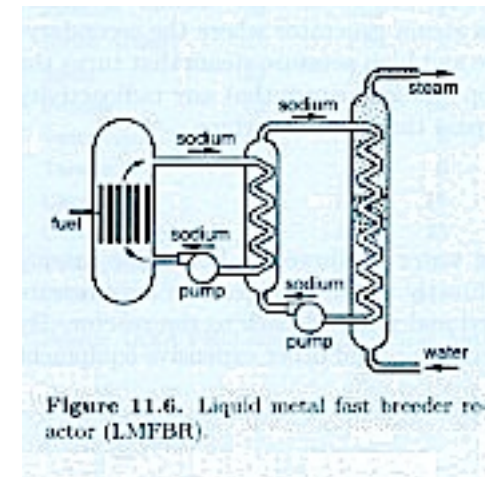
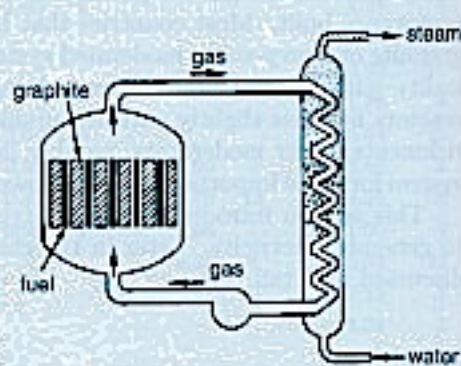
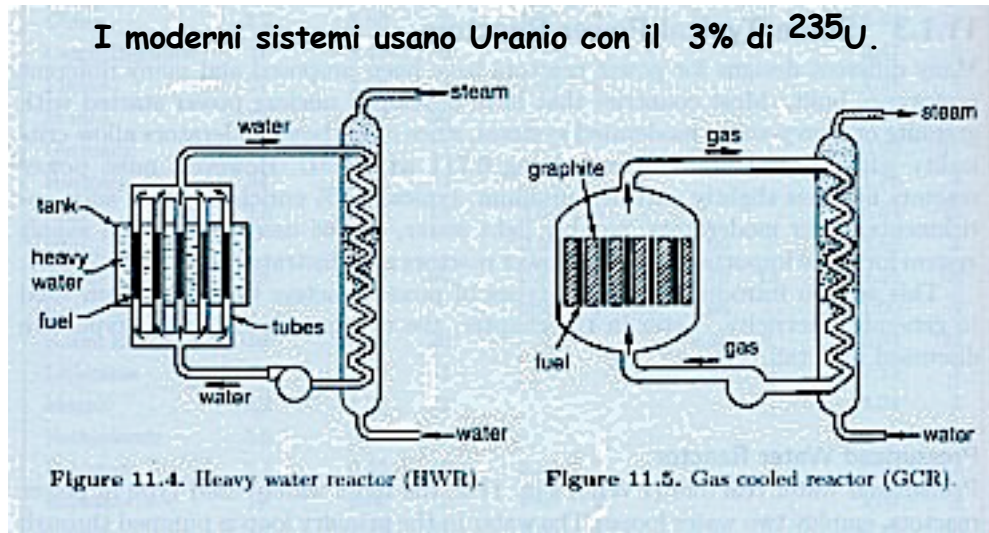
T_{in}, T_{out} = Temperatura assoluta gas entrante (in) ed uscente (out)

Per gli impianti di produzione di energia importante è l'efficienza di conversione, i.e. il rapporto tra potenza elettrica e potenza termica MW(e)/MW(t). Nel caso dei moderni reattori si raggiunge il 40%, mentre le centrali a carbone è un po' più



Reattori di potenza sono stati sviluppati e costruiti, in generale, con sistemi basati su grafite e D_2O , perche' solo questi moderatori permettono di arrivare alla criticita' con Uranio naturale.

I moderni sistemi usano Uranio con il 3% di ^{235}U .



Il ciclo del carburante nucleare

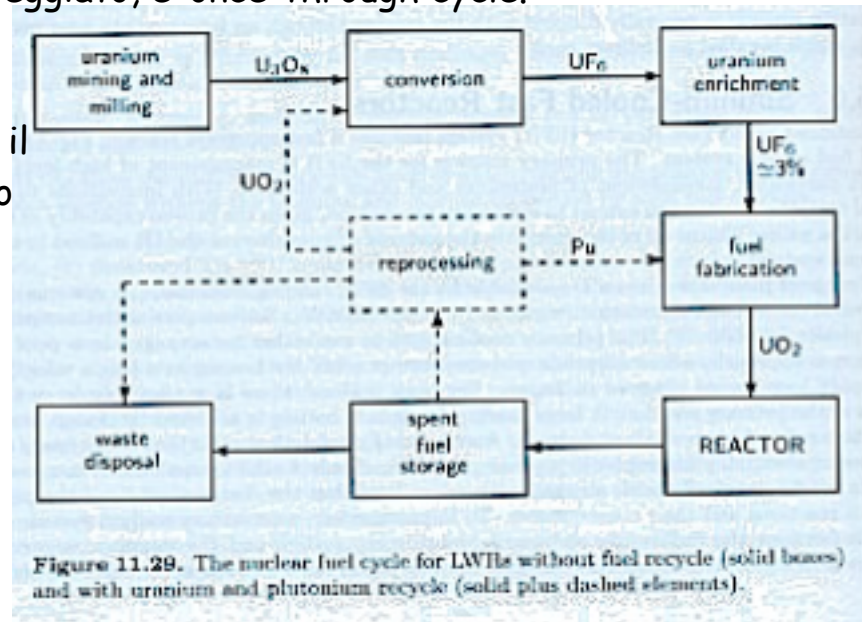
La preparazione del "fuel" nucleare dalla miniera al suo impiego nel reattore e' detto **nuclear fuel cycle**.

Il ciclo come da figura, senza il box tratteggiato, e' once-through cycle.

Questo tipo di ciclo e' quello attuato nella maggior parte dei paesi che hanno centrali nucleari tipo LWR, perche' evita il passaggio del reprocessing, che e' costoso e in cui si separa il Pu che potrebbe venire usato militarmente.

Table 11.6. The annual material requirements and production (in kg) for a typical 1000 MW(e) PWR. Source: Lamarsh and Baratta [2001].

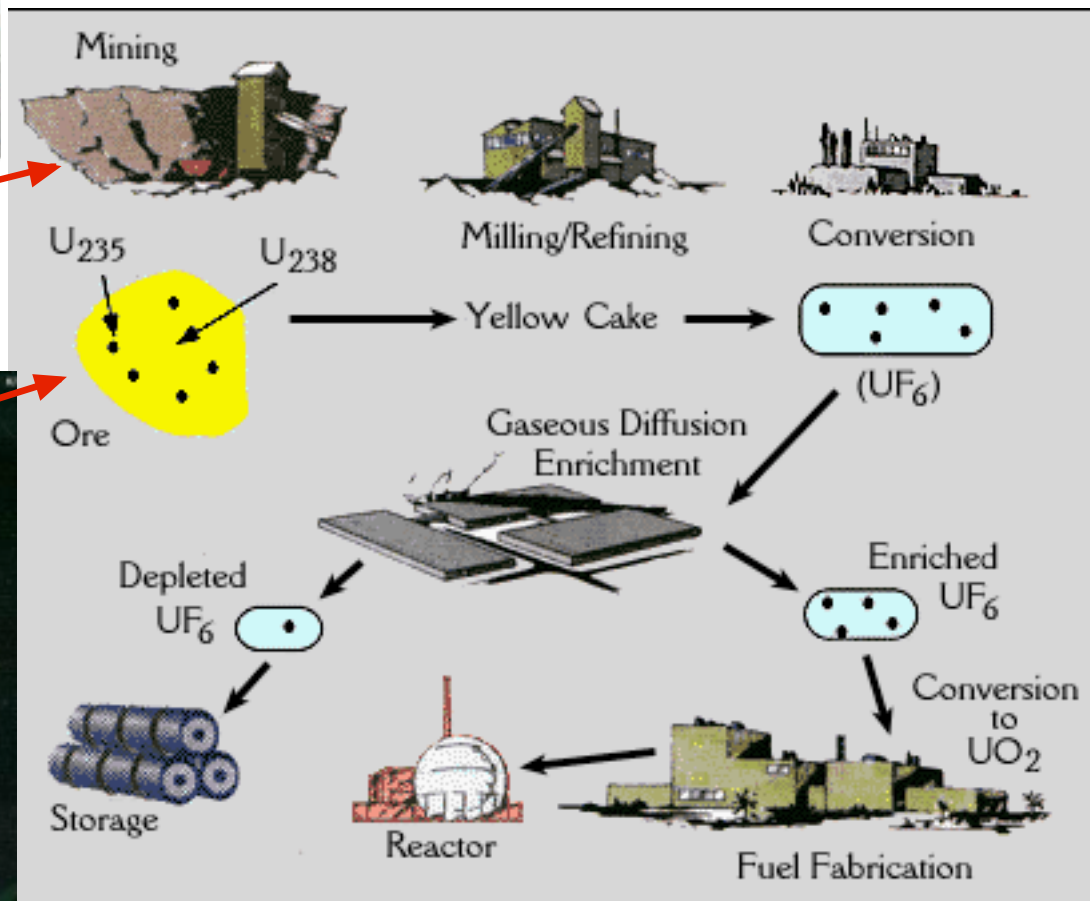
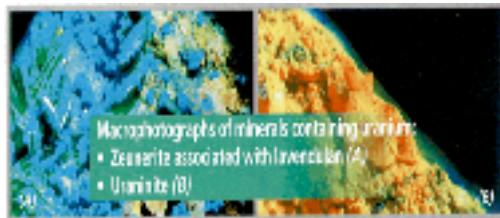
Mining/Milling output:	
U in U_3O_8	150,047
Conversion output:	
U in UF_6	149,297
Enrichment output:	
^{235}U	821
^{238}U	27,249
U tails (0.2%)	121,227
Reactor Output:	
^{235}U	220
total U	25,858
Pu (fissile)	178
total Pu	246
total U+Pu	26,104
fission products	873

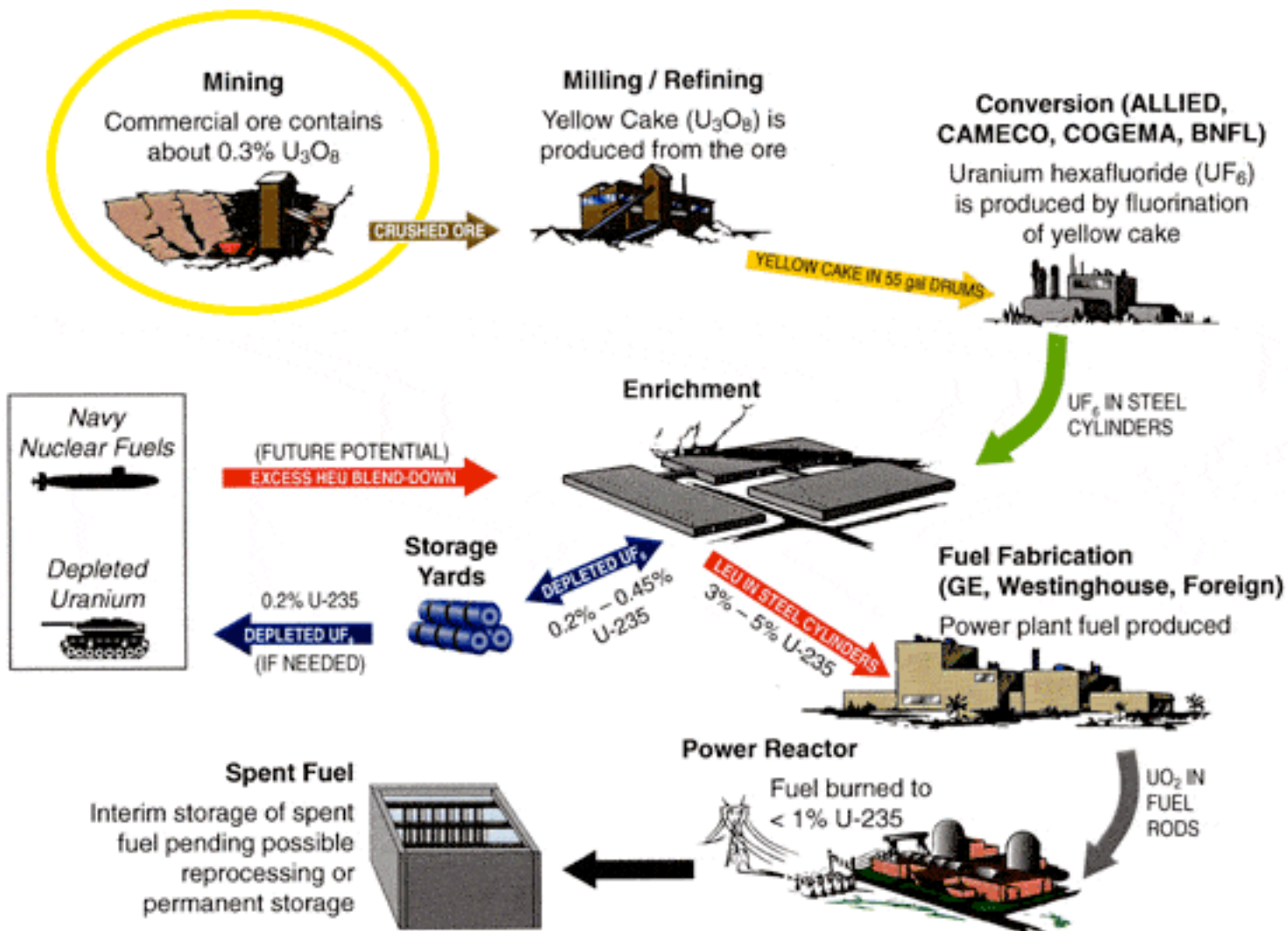


Il minerale estratto viene macinato per ottenere il "yellow coke" che contiene l'80% di U_3O_8

La conversione in UF_6 , che e' gassoso a relativamente bassa temperatura e pressione, serve per lo step successivo di arricchimento.

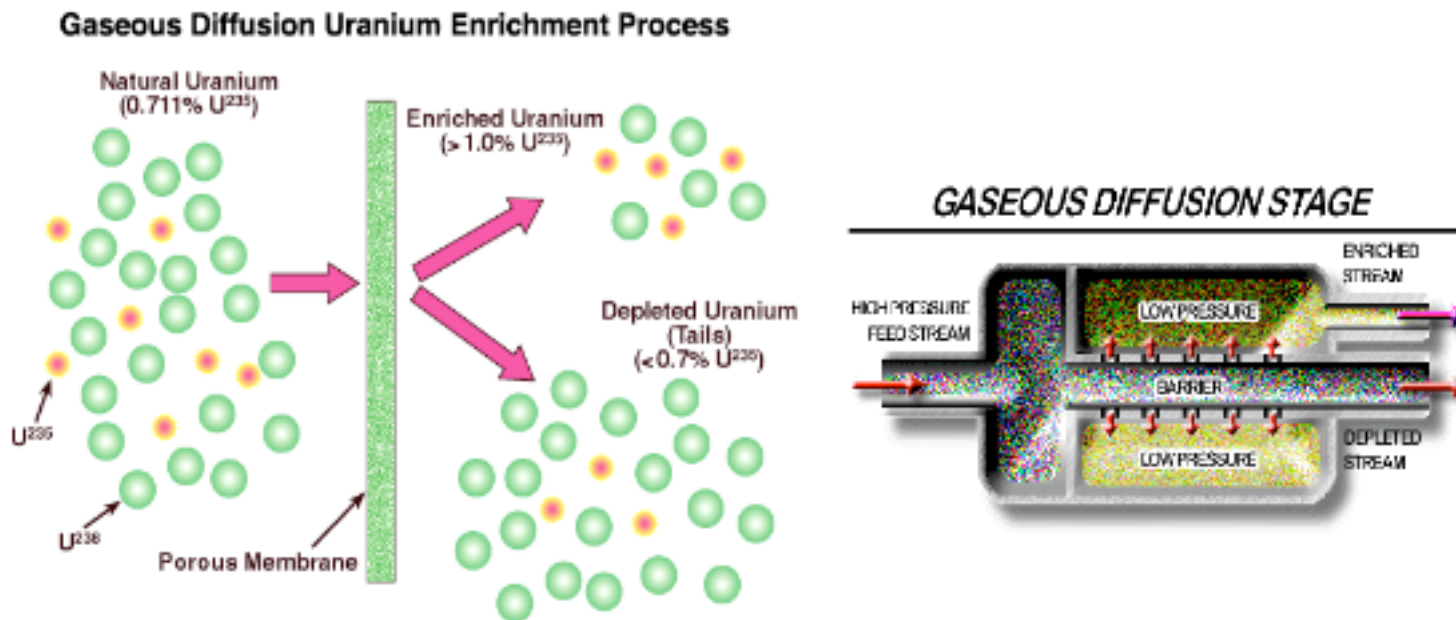
Il ciclo del fuel nucleare





Arricchimento dell'uranio

Due sono i principali modi di arricchire il fuel:
diffusione gassosa e centrifugazione



La rate di effusione di un gas attraverso la parete porosa e' **inversamente proporzionale alla radice quadrata della sua massa**. Molecole piu' leggere effondono piu' velocemente di quelle pesanti

Diffusione gassosa

Questo metodo fu il primo ad essere usato e si è arrivati ad un livello di >90% di ^{235}U , per uso civile fino al 3%.

Per separare gli isotopi dell'Uranio, questi vengono incorporati in una molecola come UF_6 che è gassoso a non elevate temperature, ma con il Fluoro ^{19}F è l'unico isotopo stabile, per cui la differenza di massa tra $^{235}\text{UF}_6$ e $^{238}\text{UF}_6$ è solo dovuta alla diversità di massa degli isotopi dell'Uranio.

Le membrane usate sono generalmente di nickel o un particolare acciaio, debbono essere abbastanza porose da lasciare passare le molecole, ma non fluire il gas. La diffusione gassosa avviene mediante il passaggio da una cella ad un'altra separata dalla membrana.

Il gas è forzato in una cella, le molecole più leggere sono più veloci e quindi hanno più probabilità di attraversare la membrana e quindi arricchire il gas che si raccoglie nella seconda cella.

Il processo richiede diversi stage di diffusione, perché essendo la differenza di massa piccola l'arricchimento per ogni stage è piccolo.

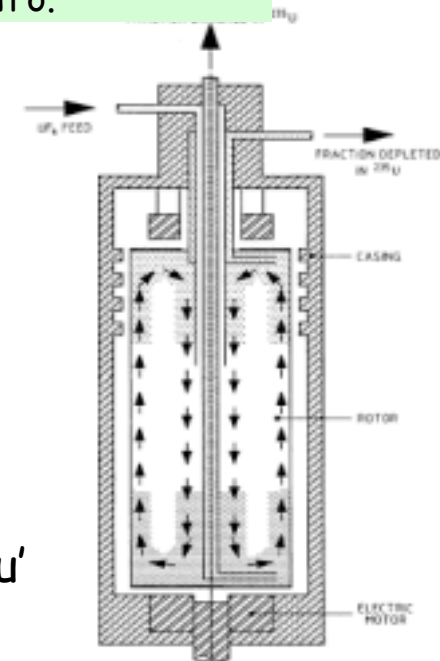
Pratica usata in USA, Francia, Argentina.

Centrifugazione

Il processo di arricchimento dell'Uranio mediante centrifugazione usa un grande numero di cilindri ruotanti interconnessi in cascata. Il gas UF_6 è immesso nel cilindro e fatto ruotare a grande velocità. La rotazione crea una grande forza centrifuga che sposta le molecole più pesanti (con ^{238}U) verso il bordo del cilindro, mentre quelle più leggere (con ^{235}U) tendono a concentrarsi verso il centro.

La parte impoverita di ^{235}U viene riciclata in una turbina dello stadio precedente, mentre la parte arricchita di ^{235}U viene immessa nello stadio successivo.

Uno stadio di arricchimento con centrifuga è più efficiente che uno stadio a diffusione



Altri metodi di arricchimento

Separazione aerodinamica

Sfrutta il fatto che un isotopo è più leggero, una miscela di H e UF₆ è fatta circolare forzatamente in tubi o fori, l'isotopo più leggero si trova a circolare verso l'esterno e viene separato. Metodo poco economico.

Separazione elettromagnetica

gas di Uranio ionizzato, viene fatto circolare in un ciclotrone e deviato da un campo magnetico (principio dello spettrometro di massa). Vantaggio è che si separa tutto in un colpo, ma poco economico.

Separazione isotopica con laser

Questa tecnica usa la piccola differenza nei livelli energetici degli elettroni del ²³⁵U e ²³⁸U causata dalla differenza di massa dei nuclei.

Per un particolare livello energetico la differenza, isotope shift, è pari a 10 nm, per luce di lunghezza d'onda di $5027.3 \cdot 10^{-8}$ cm.

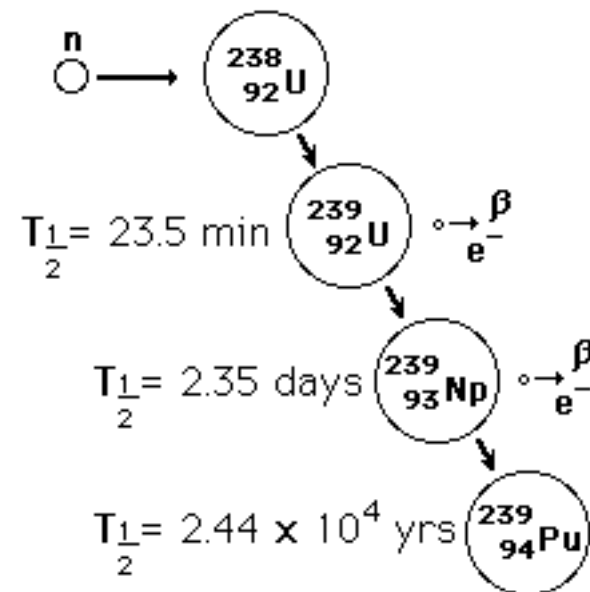
La procedura consiste nell'eccitare lo isotopo ²³⁵U, poi di ionizzarlo e quindi raccoglierlo elettrostaticamente. metodo in fase di estensivo R&D.

Fast Breeder Reactor

Sotto certe condizioni i neutroni da fissione possono produrre "fuel" in piu' da isotopi altrimenti non fissionabili.

La reazione piu' comune di "breeding" e quella con il ^{239}Pu da ^{238}U .

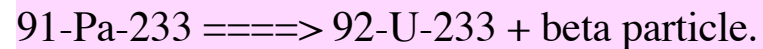
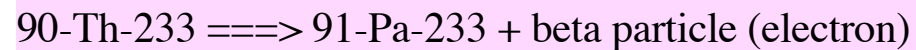
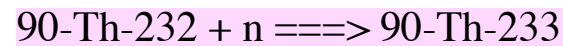
Il bombardamento del ^{238}U con neutroni causa una sequenza di 2 decadimenti β con produzione di Pu.
L'ammontare del Pu prodotto dipende dal "breeding ratio" : rapporto tra il Pu prodotto ed il materiale fissile (^{235}U) necessario a produrlo.
Il goal e' di arrivare a 1.4, partendo da uno yield di 2.4 neutroni per processo di fissione del ^{235}U .



Il tempo necessario per un reattore di produrre abbastanza fuel per un secondo reattore e' il **doubling time**. Attualmente il doubling time e' di qualche dcina d'anni.

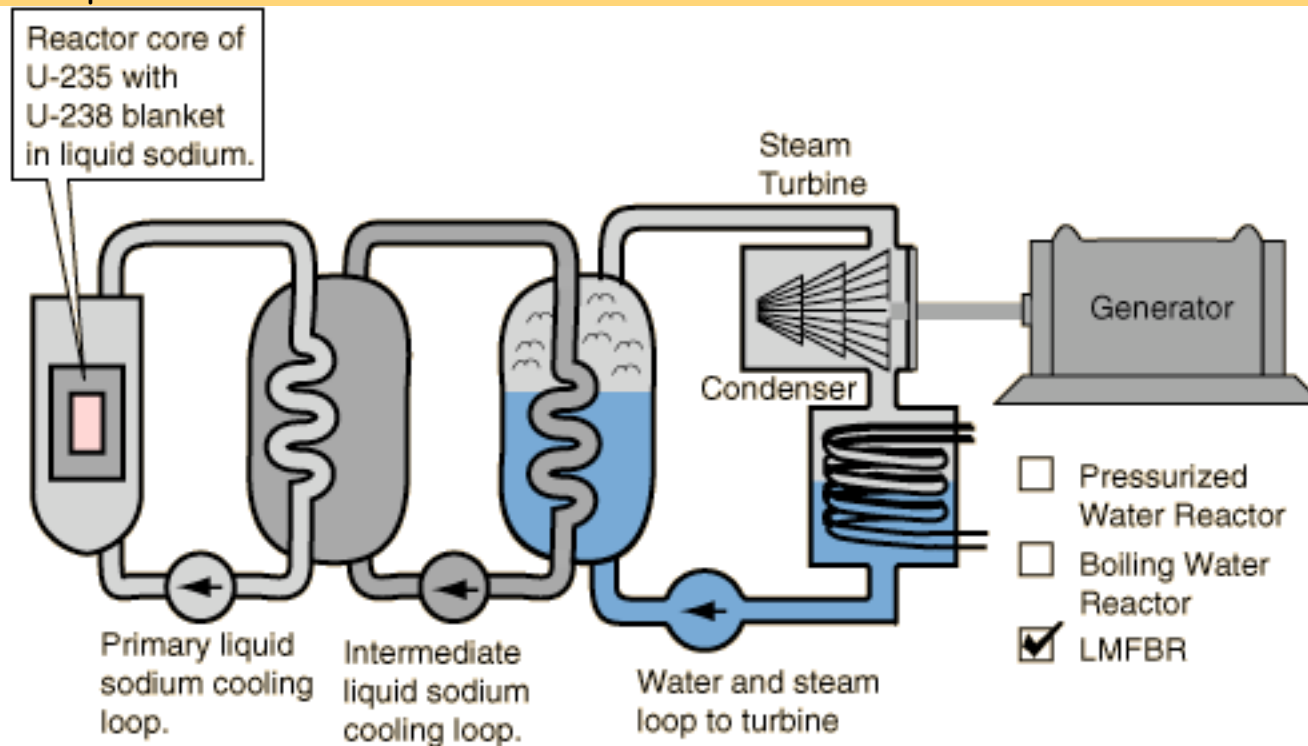
Oltre ad ^{235}U e ^{239}Pu l'altro nuclide fissile e' l' ^{233}U .

Solo l' ^{235}U si trova in natura in quantita' apprezzabile, gli altri due sono prodotti attraverso il processo di breeding da nuclidi fissionabili quali ^{238}U e il ^{232}Th .



Un reattore breeder ^{239}Pu e' chiamato un reattore breeder fast e il cooling ed il trasferimento di calore e' con metallo liquido: principalmente Na, meno con Litio.

Il fuel e' ^{235}U arricchito, >15-30%, circondato da rivestimento di ^{238}U , "blanket". Non c'e' moderatore perche' i neutroni fast sono piu' efficaci nel trasmutare U in Pu. Con la concentrazione al 15-30% la xsect di fissione e' sufficiente a mantenere la reazione a catena. L' H_2O non va bene come coolant perche' rallenterebbe i neutroni, mentre il Na e' OK anche per trasferimento di calore.



NUCLEAR REACTORS

BURNER (THERMAL)

slow

yes

small

low

greater
separations
easier

0.7 → 2%

BREEDER (FAST)

fast

no

large

high

similar

more difficult

40 → 70%

- neutrons -

- moderator -

- density of
fissile nuclei -

- operating temp -

- bomb physics -

design, O & M

fuel utilization
efficiency

Tutti i reattori producono materiale fissile, ma un breeder reactor produce piu' materiale fissile di quanto consuma. Il breeding ratio B e' definito come il rapporto tra il n. di nuovi atomi fissili formati per atomo di fuel consumato.

$B=1$, fuel rimpiazzato, $B>1$ l'ammontare di fuel cresce, $B<1$ netta decrescita.

Essendo η il n. di neutroni prodotti per neutronw assorbito nel fuel, bsara' che allora 1 neutrone serve per matenere $k=1$, gli altri sono persi per cattura (C) e leakage (L), i rimanenti servono per breeding B

$$\eta = 1 + B + C + L$$

se $L+C \approx 0.2$ per neutroni termici solo ^{233}U ha possibilita' di avere $B>0$ in un breeder termico , mentre con neutroni veloci $B>0$ per tutti i nuclei fissili.

Table 10.6 Values of η for fissile nuclei.

Nucleus	Thermal neutrons (0.025 eV)	High-energy neutrons (0.5 MeV)
^{235}U	2.06	2.35
^{239}Pu	2.16	2.90
^{233}U	2.29	2.40

doubling time = tempo necessario per un reattore a produrre un eccesso di fuel pari al fuel iniziale.

$$\text{La rate di consumo di fuel} = n_F \sigma_a \Phi$$

$$\text{La rate di produzione di fuel} = B n_F \sigma_a \Phi$$

$$\text{La produzione netta di fuel} = \frac{dn_F}{dt} = (B - 1) n_F \sigma_a \Phi$$

$$\text{il doubling time} = T_D \cdot \frac{dn_F}{dt} = N_F \quad T_D = \frac{1}{(B - 1) \sigma_a \Phi}$$

$$\text{con } B = 1.3$$

$$\sigma_a = 1.2b$$

$$\Phi = 3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$T_D = 1.4 \cdot 10^9 \text{ s (44 y).}$$

Prodotti radioattive della fissione

I due frammenti nucleari sono ricchi in neutroni, quindi per raggiungere la condizione di isobari stabili decadono beta.

I prodotti di fissione e i loro decadimenti sono importanti per:

1) 10-15% energia di fissione rilasciata attraverso emissione β e γ .

Dopo shutdown del reattore il calore generato da questi processi di decadimento continua e decresce con una scala temporale caratteristica della vita media di decadimento dei prodotti.

2) Quando le due catene di decay si avvicinano alla stabilita' si hanno due fenomeni: l'energia del decadimento decresce e la vita media aumenta. I residui con vita media lunga $t_{1/2} \sim$ anni costituiscono le scorie piu' dannose dei reattori.

3) I prodotti della fissione, con grande σ_{cattura} , costituiscono il veleno del reattore.

4) Molti prodotti radioattivi hanno importanti applicazioni nel campo della ricerca ed industriale per cui l'estrazione dagli elementi di fuel spento e' l'unico modo per produrre questi isotopi.

L'energia totale via β -decay dai FF $\rightarrow \sim 19$ MeV, con valori che vanno da 5-6 MeV fino ad 1 MeV, per decay, man mano che si avvicina la stabilita'. $\langle E_\beta \rangle \sim 6-8$ MeV, perche' neutrino si porta via il 0.6--0.7 dell energia totale.

L'emissione β favorisce decadimenti con energia maggiore, quindi i nuclei figli hanno basse energie di eccitazione che rilasciano via γ decay. $\langle E_\gamma \rangle$ rilasciata dai FF nella catena di decay $\rightarrow \sim 7$ MeV

Potenza per fissione depositata da β e γ decay, per $t=1-10^6$ s.

$$\beta(t) = 1.26t^{-1.2} \text{ MeV / s ; } \quad \gamma(t) = 1.40t^{-1.2} \text{ MeV}$$

L'energia residua di un RN dopo lo s-d dipende da: livello di potenza e dalla durata di attivita'

Se un RN ha operato per un tempo T , la potenza emessa al tempo t dopo lo s-d da β e γ e'

$$P(t) = 4.10 \cdot 10^{11} [t^{-0.2} - (t + T)^{-0.2}] \text{ MeV / s}$$

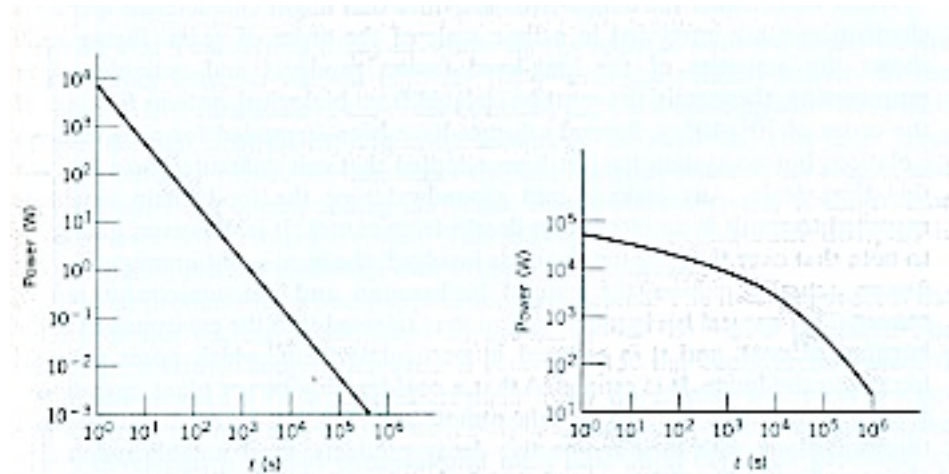


Figure 13.29 (Left) Power deposited from β or γ decays of radioactive fission products per second of reactor operation for a 1-MW reactor (3.1×10^{16} fissions/s). (Right) Total radioactive decay heat from a 1-MW reactor at time t following shutdown, after the reactor has been operating for $T = 8$ h. Note that the decay power remains at or above 1% of the reactor power for a time of order 1 h after the shutdown. For power reactors, scale both figures upward by a factor of 1000.

per Watt del livello di potenza originale. Ad es. se 10^3 MW bisogna moltiplicare per 10^9 .

