

Esercitazioni per il Corso di Fisica

Elettrostatica e circuiti elettrici

Dr. Luca Pacher

pacher@to.infn.it

Corso di Laurea in Farmacia

A.A. 2020/2021

08/01/2021

Elettrostatica

Veramente semplice, per cominciare :

In un contenitore sono presenti 1.85 moli di ossigeno molecolare allo stato gassoso. Calcolare la carica elettrica totale del gas nel caso in cui :

- a) ogni atomo di ossigeno ha perso un elettrone*
- b) una molecola di ossigeno su un milione ha perso un elettrone*

- la carica elettrica è una quantità fisica **quantizzata** :

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

- l'ossigeno (atomo) ha **numero atomico** $Z = 8$, quindi un nucleo di $Z = 8$ protoni con carica $+e$ circondato da altrettanti elettroni con carica $-e$
- trattandosi di ossigeno molecolare O_2 tutto è raddoppiato: 16 protoni e 16 elettroni; complessivamente quindi la molecola è **neutra**
- ricordiamo anche che una "mole" di sostanza contiene "un numero di Avogadro" $N_A = 6.022 \times 10^{23}$ di "primitive" di quella sostanza, in questo caso molecole di ossigeno O_2 :

$$n = 1.85 \text{ mol } O_2 \quad \rightarrow \quad N = n N_A = 1.85 \text{ mol} \cdot 6.022 \times 10^{23} \frac{\text{molecole } O_2}{\text{mol}}$$

Per avere un **carica totale non nulla** il gas deve subire un processo di **ionizzazione**, ovvero gli atomi o le molecole del gas devono perdere uno o più elettroni.

- a) nel caso in cui ogni **atomo** di ossigeno perda un elettrone, la carica risultante è $+e$ per ogni atomo di ossigeno, quindi $+2e$ per molecola, allora complessivamente :

$$\begin{aligned} Q_a &= n N_A (+2e) = \\ &= (1.85 \text{ mol}) \cdot \left(6.022 \times 10^{23} \frac{\text{molecole } O_2}{\text{mol}} \right) \cdot \left(2 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{C}}{\text{molecola}} \right) \\ &= 3.6 \times 10^5 \text{ C} \end{aligned}$$

Si tratta questo di **un risultato puramente accademico**, una carica elettrica così grande è difficilmente realizzabile. In media la carica elettrica trasportata da un fulmine al suolo è di 10-20 C, con massimi di 100-150 C.

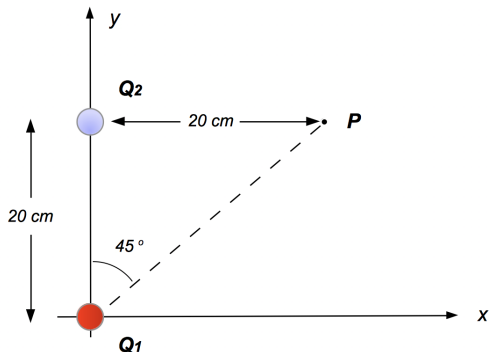
b) molto più realistico invece il caso in cui solo una piccola frazione di molecole perda un elettrone, ad esempio supponendo che una molecola ogni milione di molecole perda un elettrone la carica complessiva è di $+e$ ogni 10^6 molecole di ossigeno, quindi :

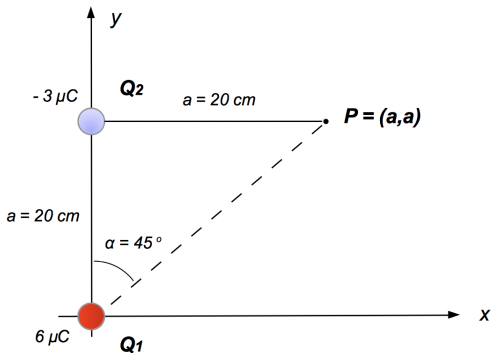
$$\begin{aligned} Q_b &= n N_A e \times 10^{-6} = \\ &= (1.85 \text{ mol}) \cdot \left(6.022 \times 10^{23} \frac{\text{molecole } O_2}{\text{mol}} \right) \cdot \left(\frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{10^6 \text{ molecole } O_2} \right) \\ &= 178 \text{ mC} \end{aligned}$$

Esercizio 2

Un esempio di **calcolo di campo elettrico** per una **distribuzione discreta** di cariche elettriche (e anche un ripasso sui vettori) :

Due cariche elettriche fisse di valore $6\mu\text{C}$ e $-3\mu\text{C}$ sono poste lungo l'asse y a distanza 20 cm come in figura. Determinare il campo elettrico risultante nel punto $P = (20\text{ cm}, 20\text{ cm})$.





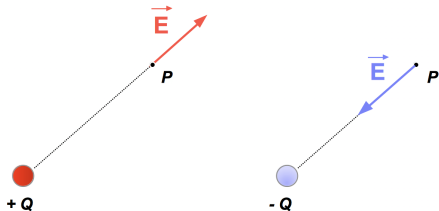
Come al solito, per prima cosa traduciamo in linguaggio matematico il testo del problema aiutandoci anche con un buon disegno :

- chiamiamo $Q_1 = 6 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -3 \mu\text{C}$ le due cariche elettriche
- chiamiamo $a = 20 \text{ cm}$ la distanza tra le due cariche lungo l'asse y
- il punto P nel quale si vuole calcolare il campo elettrico si trova quindi alle coordinate (a, a) e forma un angolo $\alpha = 45^\circ$ con la congiungente l'origine

Ricordiamo poi la definizione di **campo elettrico** :

- un sistema di cariche elettriche "*perturba*" lo spazio circostante in tutti i punti
- per valutare il **campo elettrico** in un certo punto si pone una **carica di prova** q_o in quel punto
- la carica di prova deve essere "*piccola*" in modo da non perturbare il campo generato dalle cariche di partenza
- sulla carica di prova agisce allora una **forza elettrica** \mathbf{F}
- si definisce allora come "*campo elettrico*" il rapporto tra la forza esercitata e il valore della carica di prova

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_o}$$



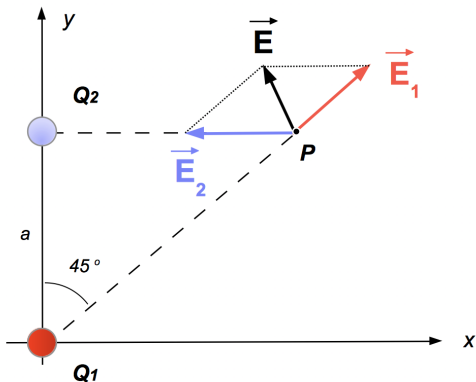
Nel caso di una **carica elettrica puntiforme** di valore Q il campo elettrico è **radiale** e ha **modulo** :

$$|\mathbf{E}| = k \frac{Q}{r^2} \quad , \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9875 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \approx 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

Infatti :

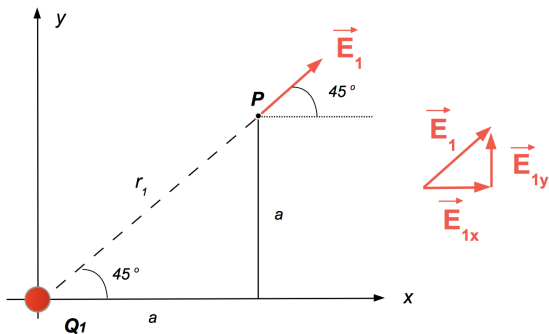
$$|\mathbf{F}| = k \frac{Q q_0}{r^2} \quad \rightarrow \quad \mathbf{E} = \frac{|\mathbf{F}|}{q_0} = \frac{k \frac{Q \cancel{q_0}}{r^2}}{\cancel{q_0}} = k \frac{Q}{r^2}$$

Il campo elettrico **NON dipende dalla carica di prova**, ma solo dalla carica Q che genera il campo !



- il campo elettrico è una grandezza **vettoriale del campo elettrico** (la forza elettrica è un vettore, la carica elettrica uno scalare, il rapporto tra forza e carica elettrica è quindi un vettore)
- per determinare il **campo elettrico risultante** dobbiamo fare la **somma vettoriale** dei vettori campo elettrico generati dalle cariche Q_1 e Q_2 :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = (E_{1x} + E_{2x}) \mathbf{i} + (E_{1y} + E_{2y}) \mathbf{j}$$



Cominciamo con il valutare il **vettore** campo elettrico \mathbf{E}_1 :

- rispetto alla carica Q_1 il punto $P = (a, a)$ si trova a **distanza**

$$r_1 = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$$

- il **modulo** del vettore campo elettrico \mathbf{E}_1 valutato a questa distanza vale quindi

$$|\mathbf{E}_1| = k \frac{Q_1}{r_1^2} = k \frac{Q_1}{2a^2}$$

Ricordando i valori di seno e coseno per un angolo di 45°

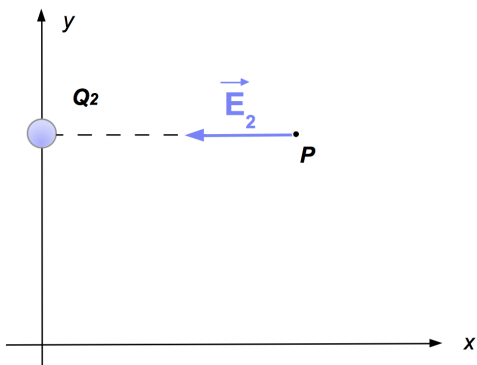
$$\cos(45^\circ) = \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

possiamo allora scomporre il vettore \mathbf{E}_1 come :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}_{1x} + \mathbf{E}_{1y} = |\mathbf{E}_1| \cos(45^\circ) \mathbf{i} + |\mathbf{E}_1| \sin(45^\circ) \mathbf{j} \\ &= k \frac{Q_1}{2a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{j} \right) = \frac{\sqrt{2} k Q_1}{4a^2} (\mathbf{i} + \mathbf{j})\end{aligned}$$

Come atteso, essendo l'angolo di 45° le due componenti sono uguali :

$$\rightarrow E_{1x} = E_{1y} = \frac{\sqrt{2} k Q_1}{4a^2}$$



Il vettore campo elettrico \mathbf{E}_2 generato dalla carica Q_2 e valutato sempre nel punto P ha invece **solo componente orizzontale** di modulo :

$$|\mathbf{E}_2| = k \frac{Q_2}{r_2^2} = k \frac{Q_2}{a^2} \rightarrow \mathbf{E}_2 = k \frac{Q_2}{a^2} \mathbf{i} \quad \text{con} \quad Q_2 < 0$$

Il vettore campo elettrico risultante si ottiene infine sommando componente per componente :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = (E_{1x} + E_{2x}) \mathbf{i} + (E_{1y} + \cancel{E_{2y}}) \mathbf{j}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = E_{1x} + E_{2x} = \frac{\sqrt{2} k Q_1}{4 a^2} + k \frac{Q_2}{a^2} = \frac{k}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{4} Q_1 + Q_2 \right) \\ E_y = E_{1y} = \frac{\sqrt{2} k Q_1}{4 a^2} \end{array} \right.$$

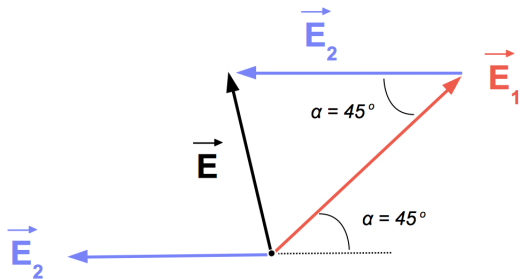
$$\rightarrow \boxed{\mathbf{E} = \frac{k}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{4} Q_1 + Q_2 \right) \mathbf{i} + \frac{\sqrt{2} k Q_1}{4 a^2} \mathbf{j}}$$

Numericamente (usiamo anche $a = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$, $Q_1 = 6 \mu\text{C} = 6 \times 10^{-6} \text{ C}$ e $Q_2 = -3 \mu\text{C} = -3 \times 10^{-6} \text{ C}$) otteniamo per le **componenti** :

$$\begin{cases} E_x = \frac{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}{(0.2 \text{ m})^2} \left(\frac{\sqrt{2} \cdot 6}{4} - 3 \right) \times 10^{-6} \text{ C} = -197.7 \text{ kV/m} \\ E_y = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}{(0.2 \text{ m})^2} \cdot 6 \times 10^{-6} \text{ C} = 477.3 \text{ kV/m} \end{cases}$$

mentre il **modulo del vettore campo elettrico risultante** vale :

$$|\mathbf{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(-197.7)^2 + (477.3)^2} \text{ kV/m} = \boxed{516.6 \text{ kV/m}}$$



Per verificare la correttezza del nostro risultato proviamo a ricalcolare il **modulo del vettore campo elettrico risultante** usando invece il prodotto scalare tra vettori, infatti :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad \rightarrow \quad |\mathbf{E}|^2 &= |\mathbf{E}_1|^2 + |\mathbf{E}_2|^2 + 2 \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \\ &= |\mathbf{E}_1|^2 + |\mathbf{E}_2|^2 + 2 |\mathbf{E}_1| |\mathbf{E}_2| \cos \alpha \end{aligned}$$

ATTENZIONE alla scelta dell'angolo !

Ricordando i risultati già ottenuti in precedenza :

$$|\mathbf{E}_1| = k \frac{Q_1}{2a^2} \quad , \quad |\mathbf{E}_2| = k \frac{Q_2}{a^2}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow |\mathbf{E}|^2 &= \left(k \frac{Q_1}{2a^2}\right)^2 + \left(k \frac{Q_2}{a^2}\right)^2 + 2 \left(k \frac{Q_1}{2a^2}\right) \left(k \frac{Q_2}{a^2}\right) \cos(45^\circ) \\ &= \frac{k^2}{a^4} \left(\frac{Q_1^2}{4} + Q_2^2 + \cancel{2} \frac{Q_1 Q_2}{2} \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} \right) \end{aligned}$$

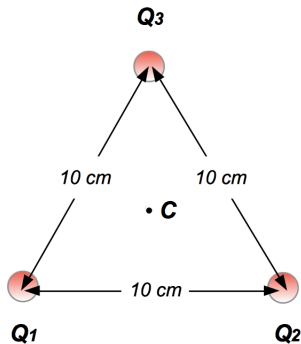
Numericamente :

$$\begin{aligned} |\mathbf{E}| &= \left(\frac{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}{(0.2 \text{ m})^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{6^2}{4} + (-3)^2 + \frac{6 \cdot (-3)}{2} \sqrt{2} \right) \times 10^{-6} \text{ C} \\ &= 516.6 \text{ kV/m} \end{aligned}$$

Esercizio 3

Simile al precedente, ma per il calcolo di un **potenziale elettrostatico** in un punto :

Calcolare il potenziale elettrostatico al centro di un triangolo equilatero di lato 10 cm supponendo che in ogni vertice sia presente una carica puntiforme di valore 0.5 pC



La forza elettrica è una **forza conservativa**, questo significa che il **lavoro** per spostare una carica di prova lungo un certo percorso non dipende dal percorso in sè ma è esprimibile come variazione di una certa funzione scalare che in analogia al caso meccanico chiamiamo **energia potenziale elettrica** :

$$W_{AB} = -\Delta U = U_A - U_B$$

Come abbiamo definito il campo elettrico in termini di rapporto tra forza e carica di prova, definiamo il **potenziale elettrico** come rapporto tra energia potenziale e carica di prova :

$$V = \frac{U}{q_0}$$

In questo modo il **lavoro** è esprimibile come prodotto tra una carica e una **differenza di potenziale** :

$$W_{AB} = -q \Delta V$$

Nel caso di un **campo elettrico uniforme** avete visto a lezione che esiste una relazione tra campo elettrico e potenziale elettrico :

$$|\mathbf{E}| = \frac{\Delta V}{\Delta S}$$

Questo è vero in generale anche nel caso di campi elettrici non uniformi, infatti il "potenziale" è una **funzione scalare delle coordinate**

$$V = V(x, y, z)$$

per cui noto il potenziale posso **calcolare il campo elettrico** come

$$\mathbf{E} = \left(-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\nabla V$$

dove il simbolo ∇ si chiama "**gradiente**" (come se fosse un vettore, ma le componenti sono le **derivate parziali**) :

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

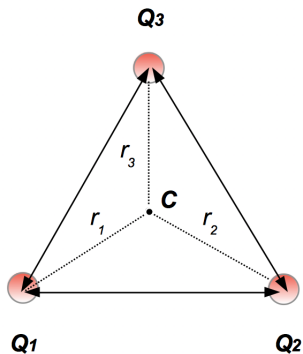
Il caso più semplice ovviamente è quello di una **carica puntiforme** di valore Q per la quale data la simmetria radiale del campo elettrico si ha :

$$V(r) = k \frac{Q}{r}$$

Infatti derivando :

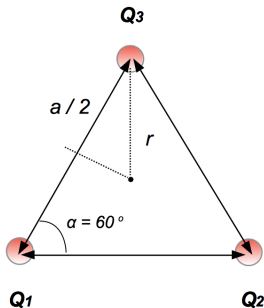
$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \right] = -\frac{1}{r^2} \quad \rightarrow \quad E(r) = -\frac{dV}{dr} = k \frac{Q}{r^2}$$

in perfetta analogia a quanto succede per la forza gravitazionale o quella elastica.



La soluzione al problema è quindi immediata perchè essendo il potenziale elettrico una funzione **scalare** (un numero) e non un vettore, il potenziale risultante per una distribuzione discreta di cariche è dato dalla **somma dei singoli potenziali** :

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{k Q_1}{r_1} + \frac{k Q_2}{r_2} + \frac{k Q_3}{r_3}$$



Data la simmetria del problema e supposte le tre cariche uguali

$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$ il calcolo diventa immediato :

$$r_1 = r_2 = r_3 = r \quad \rightarrow \quad V = 3 \frac{kQ}{r}$$

Ricaviamo ancora il centro del triangolo equilatero a partire dal valore noto del lato che indichiamo con a :

$$\frac{a/2}{r} = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad r = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

Numericamente :

$$\begin{aligned} V &= 3 \frac{kQ}{r} = \frac{3\sqrt{3}kQ}{a} \\ &= \frac{3\sqrt{3} \cdot (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \cdot (0.5 \times 10^{-12} \text{ C})}{0.1 \text{ m}} = \boxed{233.8 \text{ mV}} \end{aligned}$$

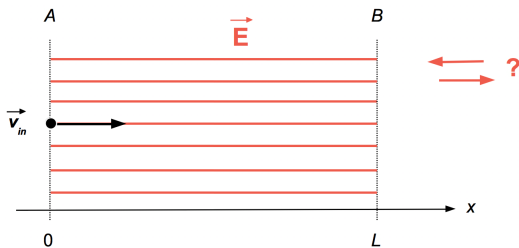
Sul **moto di una carica** all'interno di un **campo elettrico uniforme** :

In un fascio di elettroni ciascuna particella si muove con velocità iniziale pari a 6×10^6 m/s. Questi elettroni viaggiano lungo l'asse x attraverso un campo elettrico uniforme fino a fermarsi dopo aver percorso una distanza di 10 cm.

Determinare :

- a) modulo e direzione orientata del campo elettrico richiesto per fermare gli elettroni in questi 10 cm*
- b) il tempo di arresto degli elettroni*

Può essere utile ricordare che la massa di un elettrone vale $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg.



Formalizziamo il testo del problema aiutandoci anche con un disegno :

- trattiamo ogni singolo elettrone come una carica puntiforme di cui conosciamo carica e massa :

$$q_e = -e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad , \quad m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

- scegliamo come **sistema di riferimento** un asse x orizzontale come in figura
- la **velocità iniziale** degli elettroni è data dal problema, $v_{in} = 6 \times 10^6 \text{ m/s}$
- sappiamo anche che dopo aver percorso una distanza $L = 10 \text{ cm}$ gli elettroni **si fermano**, quindi che $v_{fin} = 0$
- sappiamo che il frenamento avviene ad opera di un **campo elettrico uniforme** da determinare

Alcune considerazioni aggiuntive :

- osserviamo che la velocità iniziale degli elettroni è **ordini di grandezza inferiore alla velocità della luce** !

$$v_{in} = 6 \times 10^6 \text{ m/s} \ll c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Si tratta di elettroni **NON relativistici**, quindi non abbiamo bisogno di applicare la **Relatività Speciale** di Einstein !

- dal momento che il fascio di elettroni **non subisce deflessione** verso l'alto o verso il basso concludiamo subito che le **linee del campo elettrico** sono **parallele al vettore velocità**, quindi all'asse x

Possiamo allora risolvere facilmente il problema **ragionando in termini energetici** utilizzando risultati noti della **Meccanica del punto** :

- gli elettroni **rallentano fino a fermarsi**, quindi su di essi agisce una **forza elettrica opposta alla direzione del moto**
- il campo elettrico quindi **compie lavoro** per frenare gli elettroni
- il **teorema dell'energia cinetica** (teorema delle forze vive) studiato in Meccanica resta sempre valido, quindi il lavoro lo possiamo calcolare come **variazione di energia cinetica**

$$W_{AB} = \Delta E_k$$

- essendo elettroni **non relativistici** possiamo utilizzare per l'energia cinetica l'espressione classica

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} m_e v^2} \quad \rightarrow \quad E_{k,in} = \frac{1}{2} m_e v_{in}^2 \quad , \quad E_{k,fin} = 0$$

Il lavoro vale quindi :

$$W_{AB} = \Delta E_k = E_{k,fin} - E_{k,in} = -\frac{1}{2} m_e v_{in}^2 < 0$$

che correttamente è **negativo** (lavoro frenante).

D'altra parte sappiamo che la forza elettrica è una **forza conservativa**, quindi il lavoro può essere anche calcolato in termini di **variazioni di energia potenziale** :

$$W_{AB} = -\Delta U = -q_e \Delta V$$

Otteniamo quindi il valore della **differenza di potenziale** da applicare :

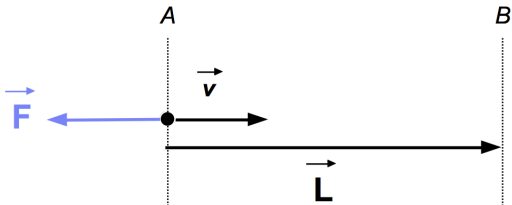
$$W_{AB} = -\frac{1}{2} m_e v_{in}^2 = -q_e \Delta V \quad \rightarrow \quad \Delta V = \frac{1}{2} \frac{m_e v_{in}^2}{q_e}$$

Otteniamo così il valore del **modulo del campo elettrico** come :

$$|\mathbf{E}| = \left| \frac{\Delta V}{\Delta x} \right| = \left| \frac{m_e v_{in}^2}{2 q_e L} \right|$$

Numericamente :

$$|\mathbf{E}| = \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (6 \times 10^6 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \cdot (0.1 \text{ m})} \approx 10^3 \text{ V/m} = \boxed{1 \text{ kV/m}}$$



Notare come nel calcolo precedente abbiamo utilizzato ovunque il valore assoluto per non fare confusione sul segno (direzione) del campo elettrico.

Per determinare il **verso delle linee di campo elettrico** possiamo ragionare ad esempio in termini di forza, spostamento e lavoro, infatti :

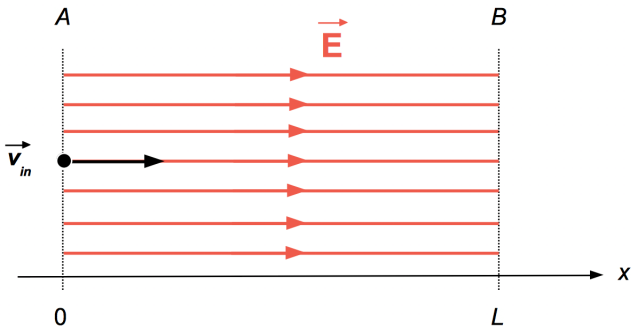
- il **vettore** forza elettrica è opposto alla direzione del moto, infatti il lavoro è negativo

$$W_{AB} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L} < 0$$

- il vettore forza elettrica lo si ottiene come prodotto tra la carica dell'elettrone e vettore campo elettrico

$$\mathbf{F} = q_e \mathbf{E}$$

Essendo q_e negativa concludiamo allora che le linee del campo elettrico hanno **lo stesso verso dello spostamento** :



Per il calcolo del **tempo di arresto** possiamo infine utilizzare risultati noti della **Cinematica del punto**, infatti :

- il campo elettrico è costante, quindi è costante anche la forza elettrica che frena gli elettroni
- si tratta quindi di un **moto lineare uniformemente decelerato**
- possiamo **ricavare l'accelerazione** utilizzando ad esempio la relazione che lega quadrati delle velocità, accelerazione e spazio percorso nel MUA,

$$\cancel{v_{fin}^2} - v_{in}^2 = 2 a L \quad \rightarrow \quad a = -\frac{v_{in}^2}{2L} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-v_{in}}{\Delta t}$$

da cui il **tempo di arresto** degli elettroni come

$$\Delta t = \frac{2L}{v_{in}} = \frac{2 \cdot 0.1 \text{ m}}{6 \times 10^6 \text{ m/s}} = \boxed{33 \text{ ns}}$$

Alcuni semplici esercizi su corrente elettrica e circuiti

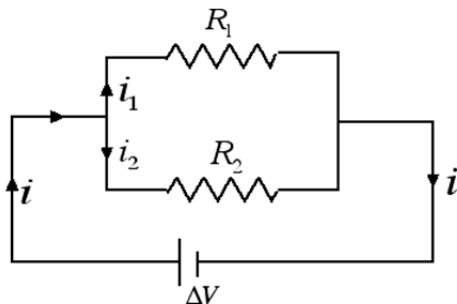
Esercizio 5

Un circuito formato da due resistenze $R_1 = 6 \Omega$ e $R_2 = 4 \Omega$ disposte in parallelo è alimentato da una batteria che eroga una differenza di potenziale di 30 V.

Calcolare :

- le correnti che attraversano le due resistenze*
- la potenza complessiva dissipata per effetto Joule dal circuito*





- dal momento che le resistenze sono **in parallelo** la caduta di tensione è la stessa ai capi di entrambe le resistenze e pari a 30 V
- ogni resistenza segue la **legge di Ohm** $V = RI$, quindi possiamo immediatamente calcolare **le correnti** che attraversano le due resistenze :

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{30 \text{ V}}{6 \Omega} = 5 \text{ A} \quad , \quad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{30 \text{ V}}{4 \Omega} = 7.5 \text{ A}$$

- per il calcolo della **potenza totale dissipata** dobbiamo invece determinare la **corrente totale** erogata dal generatore di tensione
- per fare questo **riduciamo le due resistenze** ad un'unica **resistenza equivalente**,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \rightarrow \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \Omega \cdot 4 \Omega}{6 \Omega + 4 \Omega} = 2.4 \Omega$$

da cui

$$V = R_{eq} I \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{30 \text{ V}}{2.4 \Omega} = 12.5 \text{ A}$$

- osserviamo ancora che il risultato numerico ottenuto è consistente con la **legge di Kirchoff per le correnti** :

$$I_1 + I_2 = I \quad \text{infatti} \quad 5 \text{ A} + 7.5 \text{ A} = 12.5 \text{ A}$$

La **potenza dissipata** dal circuito è data infine da prodotto tra tensione e corrente :

$$P = V I = (30 \text{ V}) \cdot (12.5 \text{ A}) = 375 \text{ W}$$

Notare come avremmo potuto ottenere **lo stesso risultato** anche utilizzando la tensione erogata dal generatore e la resistenza equivalente, infatti :

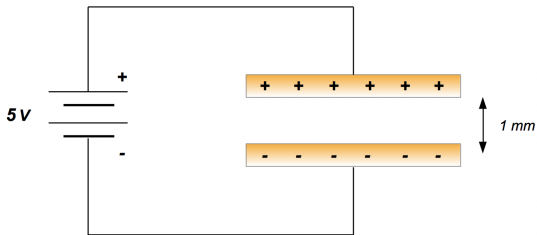
$$P = V I = V \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{(30 \text{ V})^2}{2.4 \Omega} = 375 \text{ W}$$

Oppure ancora attraverso la resistenza equivalente e la corrente totale :

$$P = V I = (R_{eq} I) I = R_{eq} I^2 = (2.4 \Omega) \cdot (12.5 \text{ A})^2 = 375 \text{ W}$$

Un condensatore elettrico a facce piane parallele di capacità $2 \mu\text{F}$ è collegato ad una batteria che eroga una differenza di potenziale di 5 V . Le armature del condensatore sono poste ad una distanza di 1 mm e tra le armature vi è il vuoto. Calcolare :

- la carica immagazzinata nel condensatore*
- l'energia totale immagazzinata nel condensatore*
- il valore del campo elettrico tra le due armature*
- la superficie delle armature*



Dal testo del problema sappiamo che il circuito proposto è formato da un condensatore di capacità $C = 2 \mu\text{F}$ collegato in parallelo ad una batteria di 5 V.

Ricordando la definizione di capacità possiamo calcolare subito la **carica immagazzinata** :

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \rightarrow \quad Q = C \Delta V = (2 \times 10^{-6} \text{ F}) \cdot (5 \text{ V}) = 10 \times 10^{-6} \text{ C} = 10 \mu\text{C}$$

Per il calcolo dell'**energia immagazzinata** ricorriamo invece alla formula :

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \cdot (2 \times 10^{-6} \text{ F}) \cdot (5 \text{ V})^2 = 25 \times 10^{-6} \text{ J}$$

Tra le armature del condensatore si forma poi un **campo elettrico uniforme**.
Detta $d = 1 \text{ mm}$ la distanza tra le armature del condensatore il **modulo** del campo elettrico vale :

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{5 \text{ V}}{10^{-3} \text{ m}} = 5 \text{ kV/m}$$

Ricaviamo infine la **superficie totale** A di ogni armatura a partire dall'espressione della capacità per un condensatore a facce piane parallele :

$$C = \epsilon \frac{A}{d} \quad \rightarrow \quad A = \frac{C d}{\epsilon}$$

dove assumendo il vuoto tra le armature useremo

$$\epsilon_o = \frac{1}{4 \pi k} = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 = 8.85 \text{ pF/m}$$

Numericamente :

$$A = \frac{C d}{\epsilon_o} = \frac{(2 \times 10^{-6} \text{ F}) \cdot (10^{-3} \text{ m})}{8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 256 \text{ m}^2$$

Ma allora... come fa un tipico condensatore di elettronica a non essere più grande di un dito ? :-)