Dinamica II
Lavoro di una forza costante

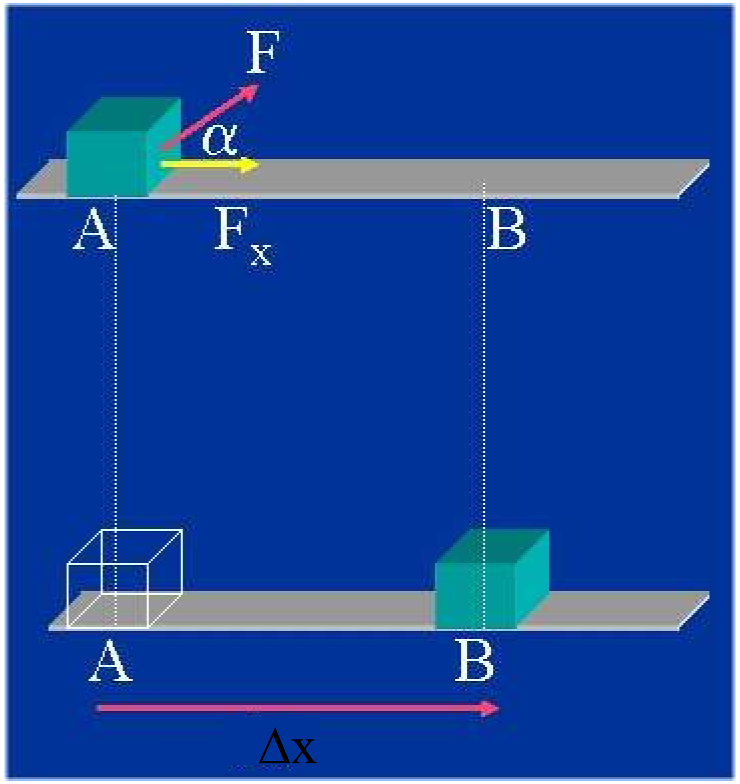
Se il punto di applicazione di una forza subisce uno spostamento ed esiste una componente della forza che sia parallela allo spostamento, la forza compie un lavoro.

Per semplicità consideriamo il caso particolare di una forza costante che produca moto in una dimensione.

Si definisce il **lavoro** compiuto da tale forza come **il prodotto della componente della forza lungo la direzione del moto per lo spostamento**.

In altri termini il lavoro è dato dal prodotto scalare della forza per lo spostamento.

$$L = F_x \Delta x = F\cos\alpha \, \Delta x = \mathbf{F} \bullet \Delta \mathbf{x}$$

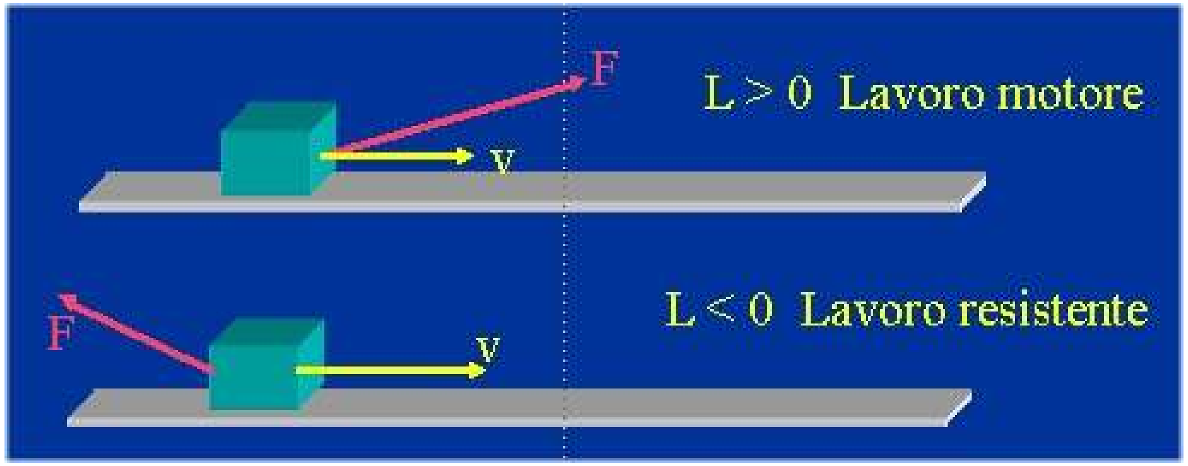


Unità di misura S.I. → joule (J)

$1\ J = 1\ N \cdot m = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

Lavoro di una forza costante

- Il lavoro è una grandezza **scalare.**
- Assume valori **positivi** se la forza favorisce il moto (angolo α acuto).
- Assume valori **negativi** se la forza ostacola il moto (angolo α ottuso).

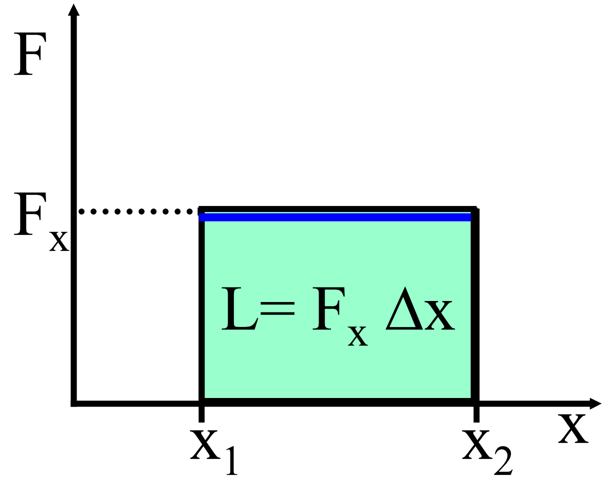


Il lavoro è nullo se:

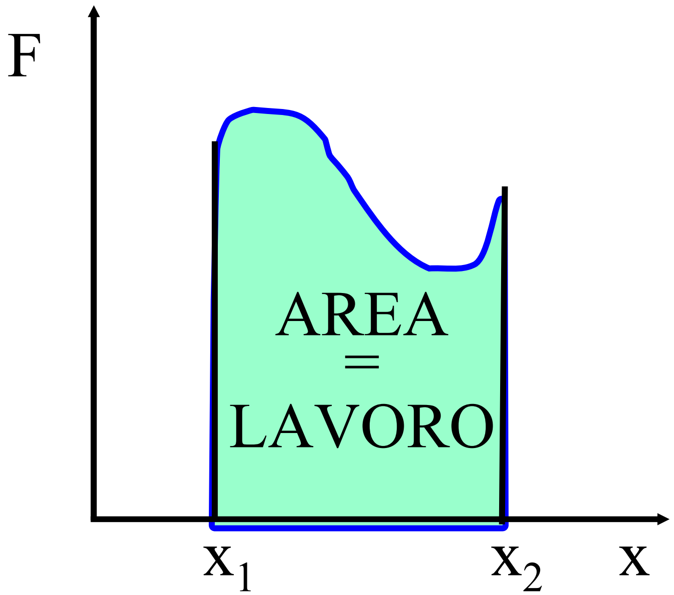
- **F = 0: non agiscono forze;**
- **$\Delta x = 0$: la forza non genera moto;**
- **F è perpendicolare allo spostamento Δx: $\cos\alpha = \cos 90° = 0$.**

Interpretazione grafica

Il lavoro compiuto da una forza costante si interpreta graficamente come **l'area sotto il grafico di F_x** (componente della forza nella direzione del moto x) in funzione di x. Questa interpretazione geometrica può essere estesa al caso di forze non costanti.

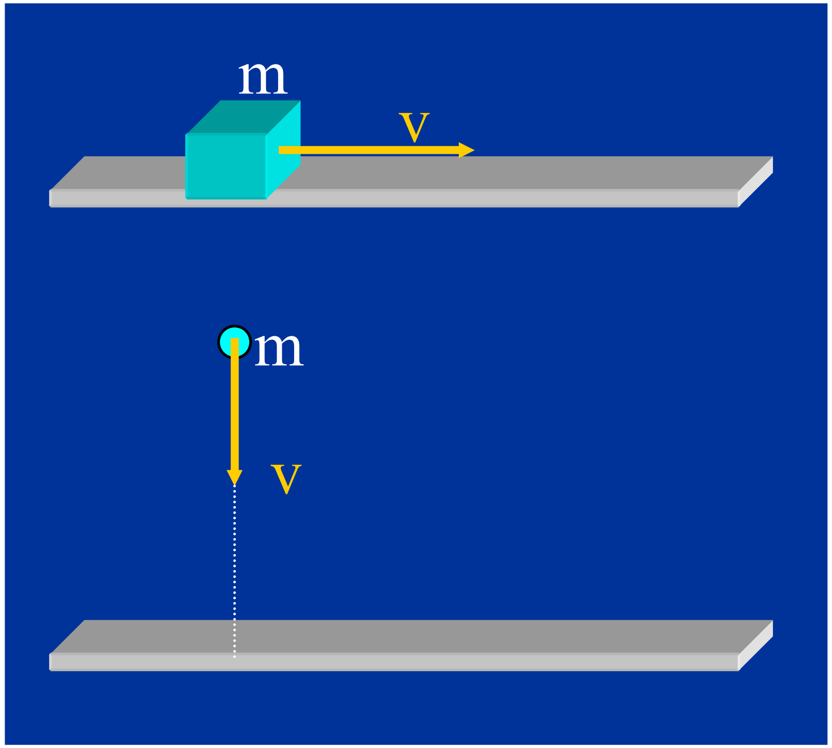


Il lavoro compiuto da una forza non costante è uguale **all'area della figura delimitata dall'asse x, dalla curva** che rappresenta l'andamento della forza e dalle parallele all'asse delle ordinate condotte per gli estremi dello spostamento.



Energia cinetica

Cos'è l'energia? La capacità di compiere un lavoro.



- **L'energia cinetica** è una forma di energia legata al movimento.
- Consideriamo un corpo di massa m che si muova, in un certo istante, con velocità di modulo v.
- Definiamo **energia cinetica E_c** del corpo, il semiprodotto della sua massa per il quadrato della sua velocità:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

S.I. $kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = N \cdot m = J$

Teorema dell'energia cinetica

Il lavoro totale compiuto dalla forza risultante che agisce su un corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo

$$L = F_x \Delta x = m a_x \Delta x$$

definizione di lavoro

II principio della dinamica

Per una forza costante l'accelerazione è costante e si può mettere in relazione la distanza percorsa con la velocità iniziale e quella finale:

$$v^2_{finale} = v^2_{iniziale} + 2a_x \Delta x \rightarrow a_x \Delta x = \frac{1}{2}\left(v^2_{finale} - v^2_{iniziale}\right)$$

$$L = \frac{1}{2} m\left(v^2_{finale} - v^2_{iniziale}\right) = E_{c,finale} - E_{c,iniziale} = \Delta E_c \Rightarrow \boxed{\mathbf{L = \Delta E_c}}$$

Il teorema dell'energia cinetica ha validità generale ed è **applicabile anche nel caso di una forza risultante non costante** e non conservativa

Esempio

Quanta strada fa un corpo di massa 10 Kg lanciato su un piano con velocità v_0 =10 m/s che ha cofficente di attrito dinamico 0,2 ?

$$L = \frac{1}{2} m\left(v^2_{finale} - v^2_{iniziale}\right) = E_{c,finale} - E_{c,iniziale} = \Delta E_c$$

$$L = \frac{1}{2} m\left(v^2_{finale} - v^2_{iniziale}\right)$$

$$L = -\mu_d N \Delta x$$

$$-\mu_d N \Delta x = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$-\mu_d mg \Delta x = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$-0,2 \cdot 10 \cdot 9,8 \cdot \Delta x = -\frac{1}{2} 10 \cdot 10^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{50}{0,2 \cdot 9,8} \approx 25\, m$$

Energia potenziale gravitazionale

L'energia potenziale è l'energia posseduta da un corpo in virtù della sua **posizione**. Un masso poggiato in cima ad una roccia ha energia potenziale gravitazionale. Se gli si dà una spinta, esso rotola giù aumentando la sua velocità e quindi la sua energia cinetica: mentre il masso cade **la sua energia potenziale si converte in energia cinetica**.

L'energia potenziale gravitazionale E_p di un corpo di massa m a una certa quota h è data da:

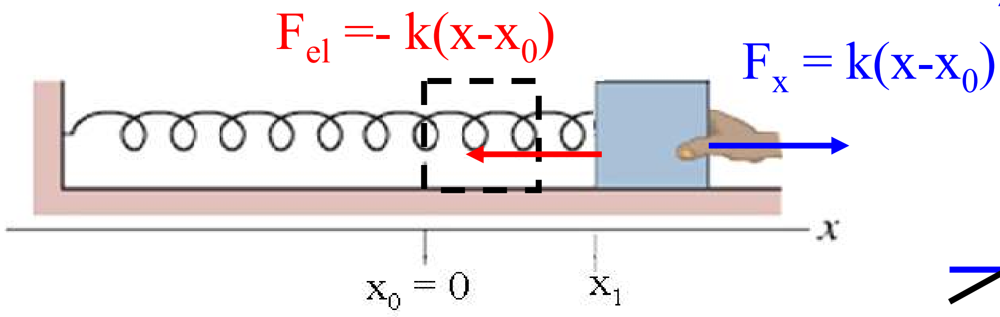
$$\boxed{E_p = mgh}$$

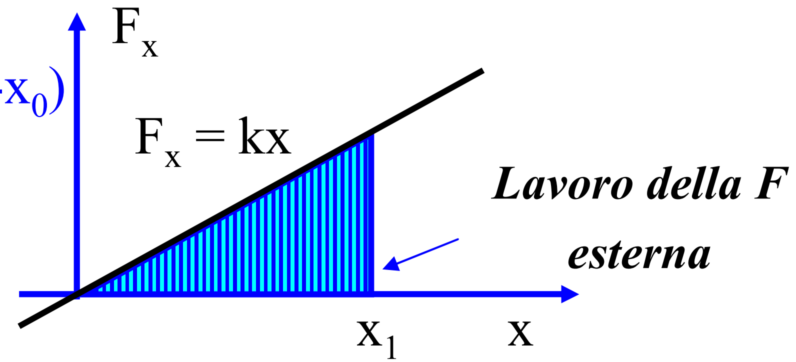
Si noti che il valore di E_p dipende dal punto rispetto al quale si misura h, che è arbitrario; quindi ciò che importa è solo la **variazione** dell'energia potenziale.

Uno scalatore compie lavoro nell'aumentare la sua energia potenziale gravitazionale.

Energia potenziale di una molla

Per allungare o accorciare una molla devo applicare una forza esterna F_{ext} eguale e contraria alla F_{el} (di richiamo) della molla. La F_{ext} compie lavoro per accorciare o allungare una molla. Tale lavoro è immagazzinato nella molla sotto forma di energia potenziale.



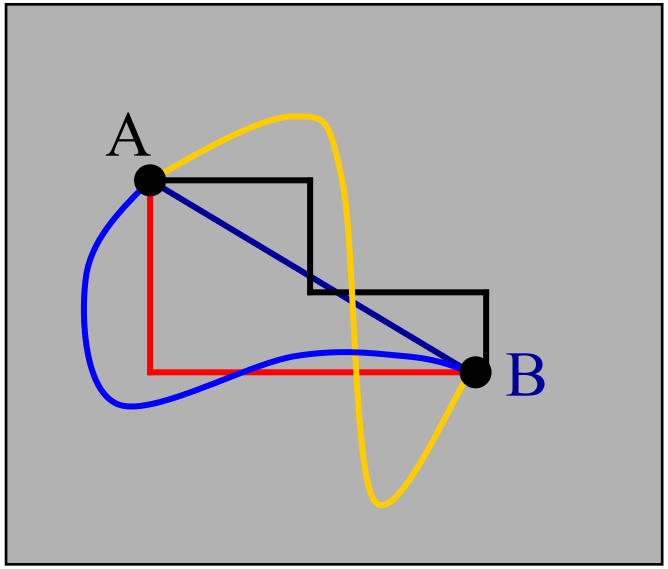


Per allungare la molla bisogna quindi applicare una forza $F_x = k(x\text{-}x_0)$; in particolare per spostarla dal punto $x_0 = 0$ al punto x_1 dobbiamo compiere il lavoro indicato dall'area tratteggiata in figura. Questo lavoro è dato da:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}(x_1)(kx_1) = \frac{1}{2}kx_1^2 \xrightarrow{\text{in generale}} E_{p,molla} = \frac{1}{2}kx^2}$$

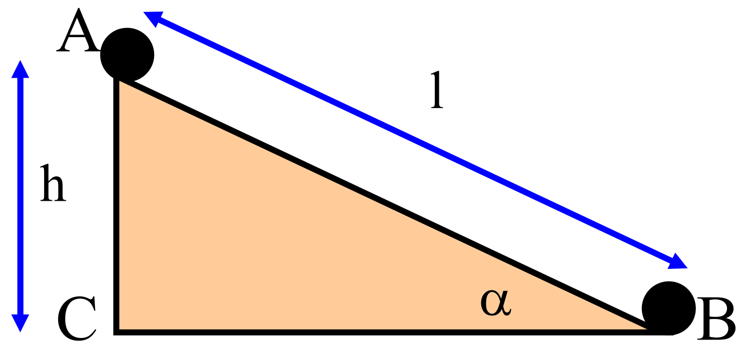
Forze conservative

- Un corpo si trova nel punto A; sotto l'azione di una forza **F** esso si **sposta dal punto A al punto B.**
- Esistono più percorsi che uniscono i due punti.
- Il lavoro compiuto da **F** generalmente dipende dal particolare percorso, ma in alcuni casi esso **dipende solo dalle posizioni iniziale e finale**.
- In questo caso si parla di **forze conservative**.
- La **forza elastica** di una molla ideale e la **forza di gravità** sono due esempi di forze conservative.
- Esempi di forze **non conservative** **(dissipative)** **sono le forze di attrito.**



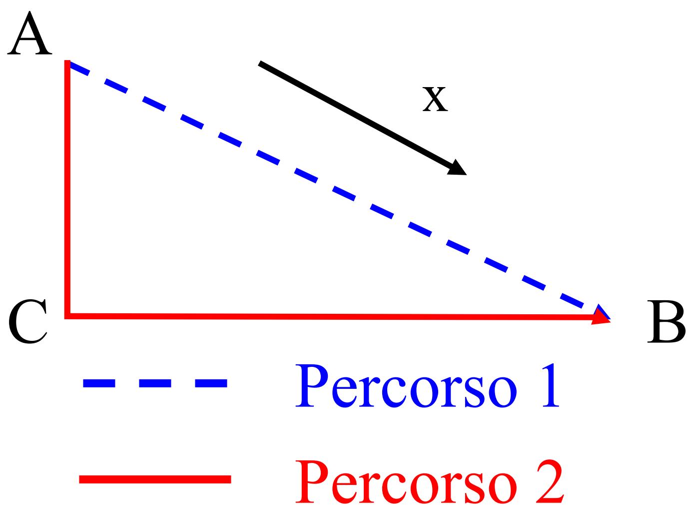
Forze conservative

Verifichiamo che la forza peso è una forza conservativa.



Percorso 1: Un corpo di massa m scivola lungo un piano inclinato privo di attrito sotto l'azione della forza peso. Il lavoro da essa compiuto è:

$$L_{AB} = F_{\text{nella direzione di AB}} \overline{AB} = (m\, g \operatorname{sen} \alpha) l =$$
$$= mg(l \operatorname{sen} \alpha) = mgh$$



Percorso 2: Immaginiamo adesso che il corpo cada verticalmente da A a C e poi sia spostato orizzontalmente da C a B.

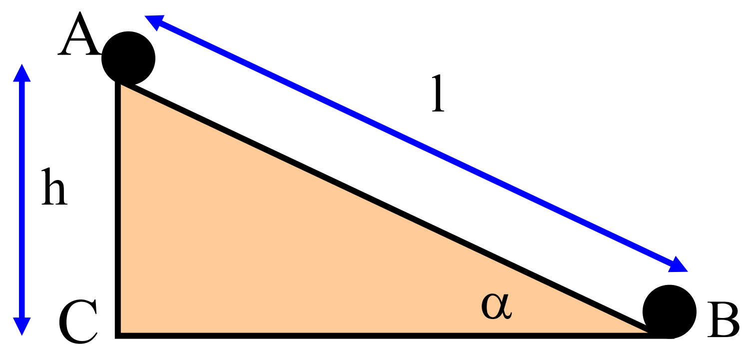
$$L = L_{AC} + L_{CB} =$$
$$= F_{\text{nella direzione di AC}} \overline{AC} + F_{\text{nella direzione di CB}} \overline{CB} =$$
$$= mgh + 0 = mgh$$

Allo stesso risultato si perviene attraverso un qualunque percorso a scalini o anche curvilineo.

Lavoro svolto dalla forza di gravità

Nell'esempio precedente abbiamo visto che il lavoro svolto dalla forza peso per spostare il corpo dalla posizione A alla posizione B è dato da:

$$L_{AB} = mgh$$



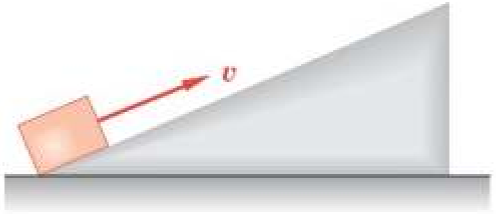
Supponiamo di scegliere un sistema di riferimento come mostrato in figura. In tal caso:

$$\left.\begin{array}{l} E_p(A) = mgh_A = mgh \\ E_p(B) = mgh_B = 0 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = 0 - mgh = -mgh = -L_{AB}$$

Il lavoro compiuto dalla forza peso è cioè uguale alla **diminuzione dell'energia potenziale gravitazionale**. Come già osservato, il risultato ottenuto è **indipendente dal sistema di riferimento** scelto per misurare la quota y.

ESEMPIO



Un punto di massa m si trova alla base di un piano inclinato. Se la velocità iniziale è v_A ed è diretta come in figura, qual è l'altezza rispetto alla base della posizione in cui il punto si ferma?

Il lavoro compiuto per alzare il punto dall'altezza z_A all'altezza z_B:

$$W = -\Delta E_p = -mg(z_B - z_A) = -mgh_B$$

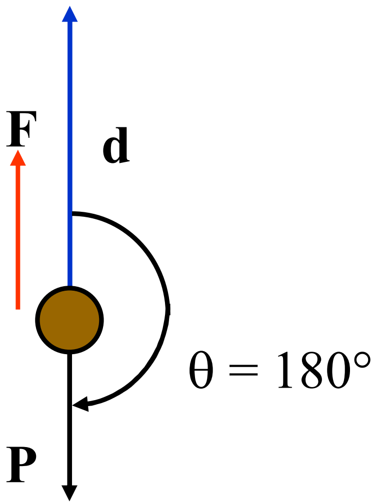
Per il teorema dell'energia cinetica: $W = -mgh_B = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \quad \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 - mgh_B$

Il corpo riesce a salire poiché possiede una certa energia cinetica. Si ferma quanto la sua energia cinetica è nulla ovvero quando v_B=0. Dalla relazione precedente si ricava dunque la quota a cui si ferma:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - mgh_B = 0 \qquad \Rightarrow h_B = \frac{v_A^2}{2g}$$

Esercizio

Nella competizione di sollevamento pesi alle Olimpiadi del 1996 Andrej Chemerkin stupì il mondo sollevando, dal pavimento fin sopra la testa, a circa 2 m di altezza, un peso di 2548 N (massa = 260 kg).
(a) Quanto lavoro L_g è stato fatto dalla forza gravitazionale sull'attrezzo durante il sollevamento? (b) Quanto lavoro è stato compiuto sull'attrezzo dalla forza di Chemerkin durante lo spostamento?



$P = mg = 2548$ N

$L_g = \mathbf{P} \bullet \mathbf{d} = mg\, d \cos\theta =$

$= (2548 \text{ N})(2 \text{ m})(\cos 180°) = -5096$ J

Il lavoro compiuto da Chemerkin, che ha esercitato sull'attrezzo una forza **F** diretta nello stesso verso dello spostamento, è uguale ed opposto al lavoro L_g:

$$L_{CHEMERKIN} = +5096 \text{ J}$$

Conservazione dell'energia meccanica

Si può dare una **definizione generale della funzione energia potenziale** E_p **associata ad una forza conservativa**; E_p è definita in modo che il lavoro compiuto da una forza conservativa sia uguale alla diminuzione della funzione energia potenziale:

$$L = -\Delta E_p$$

Secondo il teorema dell'energia cinetica il lavoro totale compiuto da tutte le forze che agiscono su un corpo è uguale alla **variazione di energia cinetica** del corpo. Se le forze che compiono lavoro sono di tipo conservativo, allora il lavoro compiuto è uguale anche alla diminuzione dell'energia potenziale. Quindi:

$$L = -\Delta E_p = \Delta E_c \rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta(E_c + E_p) = 0$$

ossia

$$E_c + E_p = \text{costante}$$

Se le sole forze che compiono lavoro sono conservative, l'energia meccanica totale (cioè la somma di energia cinetica ed energia potenziale) del sistema **resta costante**.

Forze non conservative

• La **forza di attrito** è detta ***non conservativa***, o ***dissipativa*,** perché il lavoro compiuto dall'attrito dissipa l'energia meccanica, trasformandola in energia termica.

• Un altro tipo di forza non conservativa è quella connessa a **grandi deformazioni di un corpo.** Se per esempio una molla viene allungata oltre il suo limite elastico, essa si deforma permanentemente e il lavoro compiuto nell'allungamento non viene recuperato quando la molla viene lasciata libera. Di nuovo, il lavoro compiuto nel deformare la molla viene dissipato in energia termica: la molla diventa più calda.

• Il lavoro compiuto da forze non conservative dipende, in generale, da parametri diversi dalle posizioni iniziale e finale del corpo. Può dipendere per esempio dalla velocità del corpo, dallo spazio totale percorso o dal particolare percorso seguito.

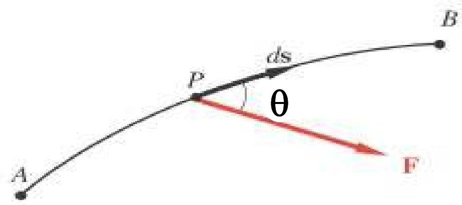
• **Non è possibile definire una funzione energia potenziale per una forza non conservativa.**

Lavoro (con integrali)

Se il punto di applicazione di una forza subisce un certo spostamento ed esiste una componente della forza che sia parallela allo spostamento, **la forza compie un lavoro**.

Si consideri un punto che si muove su una generica traiettoria e sia **F** la risultante delle forze che agiscono sul punto. Si definisce ***lavoro della forza F***, compiuto durante lo spostamento dalla posizione A a B, la quantità *scalare*:

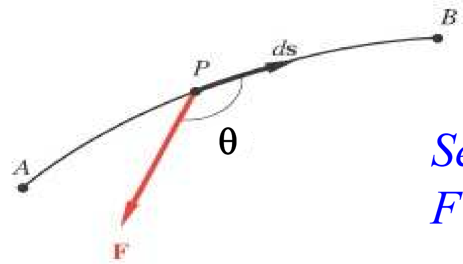
$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B F\cos\theta ds = \int_A^B F_T ds$$



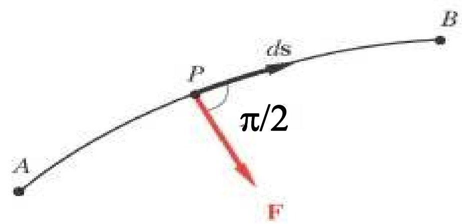
Se $\theta < \pi/2, \Rightarrow \cos\theta > 0 \Rightarrow$ *Lavoro* ***positivo***

Se $\theta > \pi/2, \Rightarrow \cos\theta < 0 \Rightarrow$ *Lavoro* ***negativo***

Se $\theta = \pi/2, \Rightarrow \cos\theta = 0 \Rightarrow$ *Lavoro* ***nullo***



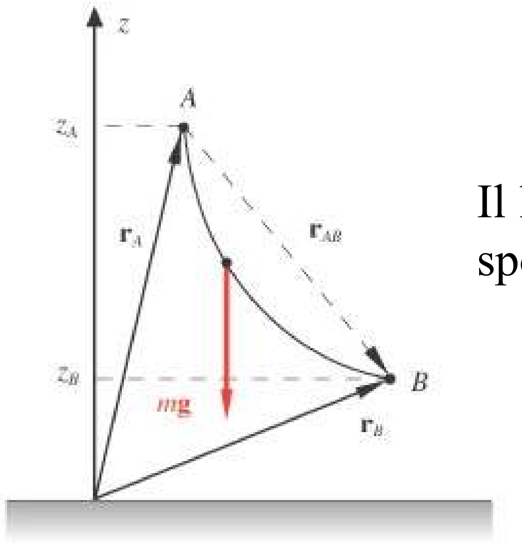
*Se **F** è ortogonale alla traiettoria,*
F è puramente centripeta e non compie lavoro



Dimensioni $[W] = [F][L]$ Unità di misura $J = N \cdot m$

$J = \text{joule}$

Il joule è l'unità di misura del lavoro



Lavoro della forza peso

Il lavoro compiuto dalla forza peso mg (costante) per un generico spostamento da A a B.

$$W = \int_A^B \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s} = \mathbf{F}\cdot\int_A^B d\mathbf{s} = \quad \mathbf{mg}\cdot(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) = \mathbf{mg}\cdot\mathbf{r}_{BA}$$

$$\mathbf{mg}\cdot\mathbf{r}_{BA} = (\mathbf{mg})_z\cdot(\mathbf{r}_{BA})_z = -mg(z_B - z_A)$$

mg ha una sola componente non nulla ed è diretta lungo z (verso opposto), dunque nel prodotto scalare compare la sola componente z:

$$W = -mg(z_B - z_A) = -(E_{p,B} - E_{p,A}) = -\Delta E_p$$

dove si è indicato con $E_p = mgz$

In questo passaggio è stata definita la funzione E_p di z : ***Energia potenziale della forza peso*** che ha la seguente proprietà:

Il lavoro è uguale all'opposto della variazione di questa funzione durante lo spostamento tra A e B e pertanto non dipende dalla particolare traiettoria che collega A e B.

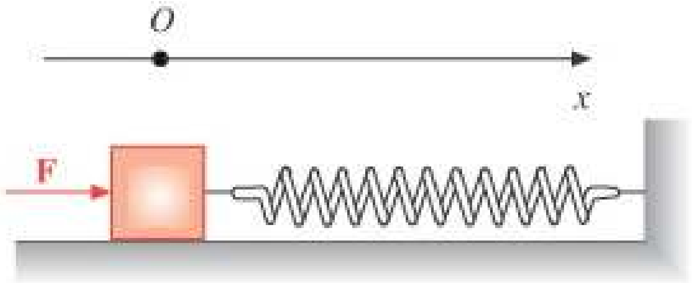
Conservazione dell'energia meccanica

Abbiamo già visto che se **le sole forze che compiono lavoro** su un sistema **sono conservative,** allora **l'energia meccanica totale** (cioè la somma di energia cinetica ed energia potenziale) del sistema **resta costante**.

$$\boxed{E_c + E_p = \text{costante}}$$

Se sul sistema compiono lavoro anche forze non conservative, allora il lavoro svolto da queste ultime è uguale alla variazione dell'energia meccanica totale del sistema.

$$\boxed{L_{nc} = \Delta(E_c + E_p) = \Delta E_{tot}}$$



Lavoro di forza elastica

per uno spostamento sull'asse x lavoro fatto da molla vale:

$$W_{A\to B} = \int_A^B \mathbf{F} \bullet d\mathbf{s} = \int_A^B -kx\vec{i} \cdot dx\vec{i} = \int_A^B -kxdx = -\left(\frac{1}{2}\mathrm{k}x_B^2 - \frac{1}{2}\mathrm{k}x_A^2\right)$$

$$\mathrm{W}_{\mathrm{A\to B}} = -(\mathrm{E}_{\mathrm{p,B}} - \mathrm{E}_{\mathrm{p,A}}) = -\Delta \mathrm{E}_{\mathrm{p}}$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$ ***Energia potenziale elastica***

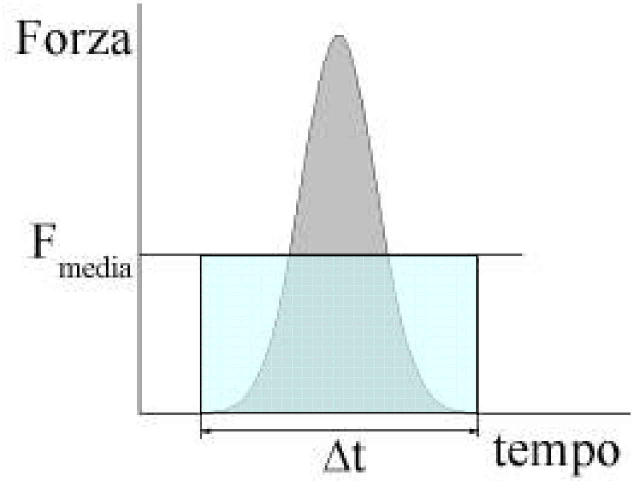
E' stata cosi definita E_p: ***Energia potenziale della forza elastica***, funzione solo della posizione x che ha la proprietà:

Il lavoro è uguale all'opposto della variazione della funzione E_p e dipende esclusivamente dalla posizione iniziale e finale.

Se il punto si muove verso il centro della forza ⇨ W >0, E_p diminuisce

Se il punto si allontana dal centro ⇨ W <0, E_p aumenta

Quantità di moto



In figura è mostrato il grafico di una tipica forza esercitata da un corpo su un altro in un urto, in funzione del tempo. La forza aumenta bruscamente, raggiungendo un valore elevato mentre i corpi si toccano, e poi torna a zero.

Nella maggior parte delle applicazioni si può sostituire questa forza variabile con la forza media F_{media}, considerata costante nell'intervallo di tempo Δt.

Per la seconda legge della dinamica, la forza media che agisce su un corpo è uguale al prodotto della massa per l'accelerazione media:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} \qquad \mathbf{F}_{media} = m\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

L'**impulso** di una forza è definito come il prodotto della forza media per l'intervallo Δt.

$$\text{impulso} = \mathbf{F}_{media}\Delta t = m\Delta\mathbf{v} = \Delta(m\mathbf{v})$$

Il **prodotto della massa di un corpo per la sua velocità** è la **quantità di moto p** del corpo:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Conservazione della quantità di moto

La quantità di moto **p** è una grandezza vettoriale che si può pensare come misura della difficoltà che si incontra a fermare un corpo.

Unità di misura: 1 N · s = 1 kg · m ·s^{-1}

Dall'equazione si vede che l'impulso di una forza è uguale alla variazione di **p**.

$$dp = Fdt$$

Si può dimostrare che:

Se la risultante delle forze esterne che agiscono su un sistema è nulla, la quantità di moto totale del sistema rimane costante.

Questo risultato è noto come **principio di conservazione della quantità di moto.**

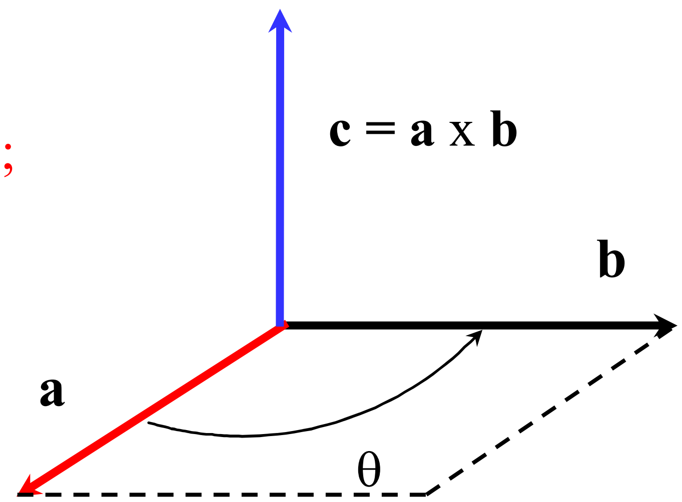
Prodotto vettoriale

Il prodotto vettoriale è un'operazione che associa a due vettori **a** e **b** un terzo vettore **c** = **a** × **b**, che ha le seguenti caratteristiche:

- il modulo di **c** è dato da:

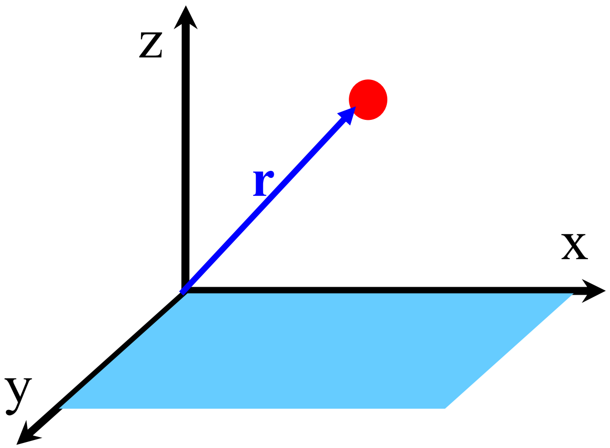
$$|\mathbf{c}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \operatorname{sen}\theta$$

- **c** è perpendicolare sia al vettore **a** che al vettore **b**;
- il verso è dato dalla regola della mano destra.



Momento angolare

Il **momento angolare l**, detto anche momento della quantità di moto, di una particella rispetto all'origine O del sistema di riferimento è una grandezza vettoriale definita come:



$$\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m(\mathbf{r} \times \mathbf{v})$$

dove **r** è il vettore che individua la posizione della particella e **p** è la sua quantità di moto.

Unità di misura: 1 J · s = 1 kg · m^2 ·s^{-1}

Per un sistema isolato, il momento angolare rimane costante.

Questo risultato è noto come **principio di conservazione del momento angolare.**

Potenza

Data un forza **F** che svolge un lavoro L in un intervallo di tempo Δt, la potenza P sviluppata da tale forza è data da:

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}}$$

La potenza è pertanto legata alla rapidità con cui si compie un lavoro.

Si supponga che una forza **F** agisca su un corpo che percorre una distanza Δs in un certo intervallo di tempo Δt. Il lavoro compiuto dalla forza è $F_s \Delta s$, dove F_s è la componente della forza nella direzione del moto. La potenza sviluppata è:

$$P = \frac{F_s \Delta s}{\Delta t} = F_s \frac{\Delta s}{\Delta t} = F_s \frac{ds}{dt} = F_s v$$

dove v è la velocità media del corpo.

Unità di misura: watt (W)

$$\mathbf{1\ W = 1\ J/s = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}}$$

Esempio

Che potenza deve sviluppare motore di seggiovia che trasporta 2400 persone all’ora superando un dislivello di 500 m. Supponiamo la massa delle persone di circa 70 Kg

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{W}{\Delta t}$$

Lavoro W=F.Δy con F forza peso, quindi costante, e Δy spazio parallelo a forza peso

$$W = mg \cdot 2400 \cdot 500 = 70 \cdot 9.8 \cdot 2400 \cdot 500$$

P= W/Δt

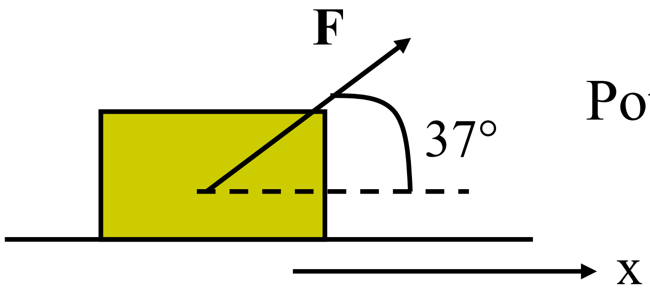
$$P = 70 \cdot 9.8 \cdot 2400 \cdot 500 / 3600 = 70 \cdot 9.8 \cdot 2 \cdot 500 / 3$$

.

=228670 W =229 KW

Esercizio

Un blocco di massa 100 kg è trascinato alla velocità costante di 5 m/s su un pavimento orizzontale da una forza di 122 N diretta con angolo di 37° sopra il piano orizzontale. Qual è la **potenza** sviluppata da tale forza?



$$\text{Potenza} = \frac{\text{lavoro svolto dalla forza}}{\text{tempo durante cui è svolto il lavoro}} = \frac{L}{\Delta t}$$

Il lavoro è uguale al prodotto scalare della forza per lo spostamento, o, in altri termini, al prodotto della componente della forza nella direzione dello spostamento (in questo caso la direzione x) per lo spostamento stesso. Quindi:

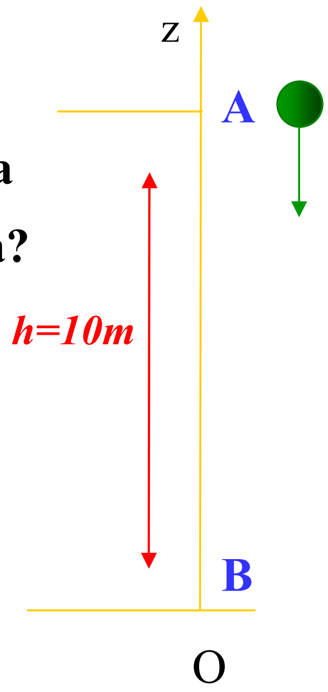
$$\text{Potenza} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{F_x \Delta x}{\Delta t} = F_x v = |\mathbf{F}| \cos\theta \, v =$$

$$= 122\text{N} \cdot \cos 37° \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 487 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 487 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 487 \text{ W}$$

Esercizio Conservazione energia meccanica

Un corpo di massa m=10 kg, è lasciato cadere con velocità iniziale nulla da un'altezza di 10 m. Quanto vale la velocità poco prima che raggiunga terra?

Dal teorema di conservazione dell'energia meccanica: $E_m = E_k + E_p = \text{cost}$



$$\Downarrow$$

$$E_{p,A} - E_{p,B} = E_{k,B} - E_{k,A}$$

$$\Downarrow$$

$$mgz_A - mgz_B = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

z_A=h=10 m v_A=0

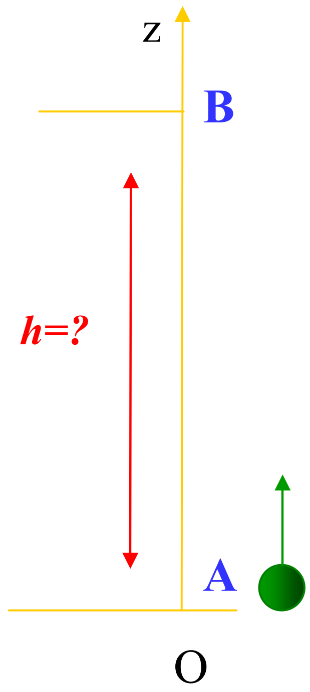
$=0$, perché $z_B = 0$ $=0$, perché $v_A = 0$

z_B=0 v_B=?

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 10} = 14\frac{m}{s}$$

Esercizio Conservazione energia meccanica

Un corpo di massa m=10 kg, da terra viene tirato verso l'alto con velocità v=14 m/s. Che altezza raggiunge?



Sol.:

Dal teorema di conservazione dell'energia meccanica: $E_m = E_k + E_p = \text{cost}$

$$\Downarrow$$

$$E_{p,A} - E_{p,B} = E_{k,B} - E_{k,A}$$

$$\Downarrow$$

$z_A=0$ $v_A=14\text{m/s}$

$z_B=?$ $v_B=0$

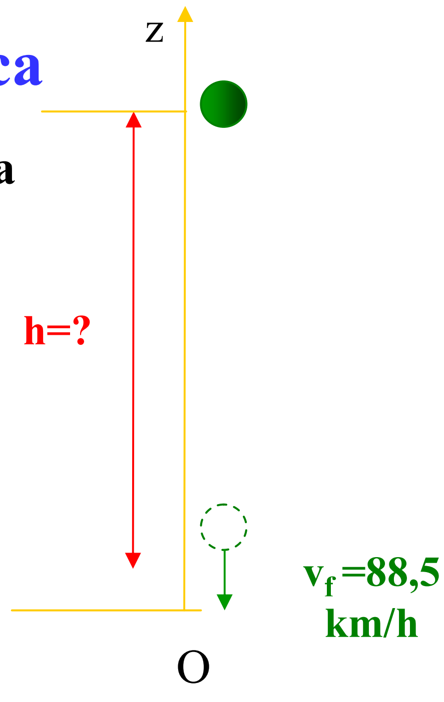
$$\underbrace{mgz_A}_{=0} - mgz_B = \underbrace{\frac{1}{2}mv_B^2}_{=0} - \frac{1}{2}mv_A^2$$

=0, perché $z_A = 0$ =0, perché $v_B = 0$

$$mgz_B = \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow z_B = \frac{v_A^2}{2g} \Rightarrow z_B = \frac{14^2}{2 \cdot 9.8} = 10\text{m}$$

Esercizio Conservazione energia meccanica

Da che altezza deve cadere un corpo di m=1300 kg per avere una velocità finale di 88,5 km/h?



$$v_f = 88{,}5\frac{km}{h} = 88{,}5\frac{1000}{3600}\frac{m}{s} = 24{,}58\frac{m}{s}$$

Dal teorema di conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{p,in} + E_{k,in} = E_{k,f} + E_{p,f}$$

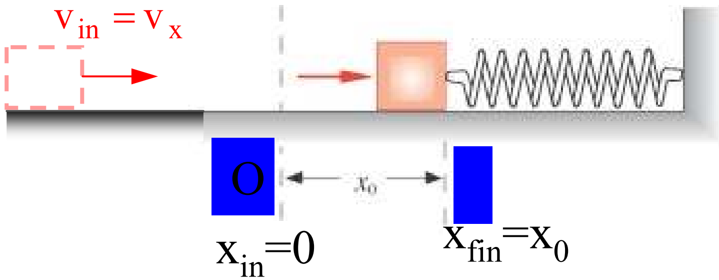
$$\Downarrow$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$h = \frac{v_f^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{24{,}58^2}{2 \cdot 9.8} = 30{,}8m$$

Esercizio Conservazione energia meccanica

Un corpo di massa m=10kg viaggia con velocità v_x=14m/s contro una molla, sapendo che K= 7000N/m, di quanto si deforma, la molla (spostamento x_0 dal punto di riposo)?



Dal teorema di conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{p,in} + E_{k,in} = E_{k,f} + E_{p,f}$$

$$\frac{1}{2}Kx_{in}^2 + \frac{1}{2}mv_{in}^2 = \frac{1}{2}Kx_{fin}^2 + \frac{1}{2}mv_{fin}^2$$

=0, perché $x_{in} = 0$

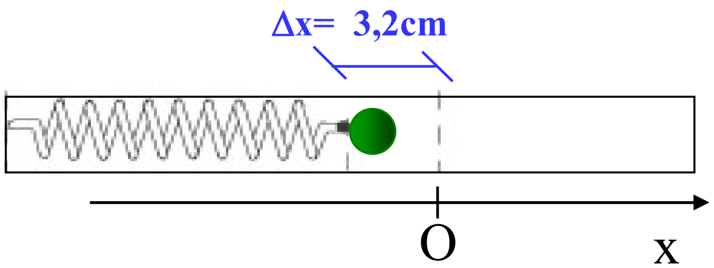
=0, perché $v_{fin} = 0$

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}Kx_0^2 \Rightarrow x_0^2 = \frac{mv_x^2}{K} = \frac{10 \cdot 196}{7000} = 0{,}28 \quad x_0 = 0{,}52\text{m}$$

Inizialmente l'energia potenziale elastica è nulla

Nello stato finale l'energia cinetica è nulla. Tutta l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale elastica

Esercizio Conservazione energia meccanica



La molla di un fucile è compressa di Δx=3,2cm e spara un proiettile di massa m=12 g. Sapendo che la costante elastica della molla è di k=750 N/m, determinare con quale velocità esce il proiettile

$$\left(\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2\right)_{in}=\left(\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2\right)_{fin} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{k}{m}}\Delta x$$

=0, perché $x_{fin} = 0$

=0, perché $v_{in} = 0$

$$v=\sqrt{\frac{750}{12\cdot 10^{-3}}}0{,}032=8\frac{m}{s}$$