LOGARITMI

Il **logaritmo** in base *b* di un numero *a*, indicato con $\log_b a$, è definito come il numero tale che, se portato a esponente nella potenza di base *b*, fornisce come risultato il numero *a*. Il risultato del logaritmo in base *b* di *a*

$$\log_b a = c$$

è quindi il numero *c* tale che

$$b^c = a$$

Il logaritmo è definiti solo per valori della base *b* > 1. Poichè una potenza con base positiva è sempre un numero positivo, i logaritmi di base positiva devono avere come argomento un numero positivo, ovvero l'argomento della del logaritmo deve essere *a* > 0.

Le regole utili nei calcoli che coinvolgono logaritmi sono le seguenti:

- **log 1 = 0** (deriva dal fatto che $b^0=1$ per qualunque base b)
- $\mathbf{\log (a_1 \cdot a_2) = \log a_1 + \log a_2}$
- $\mathbf{\log (a_1/a_2) = \log a_1 - \log a_2}$
- $\mathbf{\log a^n = n \cdot \log a}$

I logaritmi più utilizzati sono quelli a base 10 (**logarimi decimali**, indicati con $\mathbf{\log_{10}}$ o semplicemente **log**), e quelli a base *e* (**logaritmi naturali**, indicati con **ln**). Si ricorda che ***e*** è il **numero di Eulero** (***e* = 2,7182818…**), una costante di particolare importanza in matematica. I logaritmi decimali sono utilizzati per calcoli che coinvolgono numeri espressi in notazione scientifica o per definire alcune unità di misura (il pH è un'unità di misura definita come il logaritmo di base 10 di una concentrazione ionica, il dB è l'unità di misura del livello di sensazione sonora definita come logaritmo di base 10 dell'intensità sonora). I logaritmi naturali sono utilizzati in molti calcoli matematici.

Il logaritmo in base 10 di un numero *x* fornisce un valore vicino all'ordine di grandezza di *x*; applicato su una potenza di 10 fornisce un numero la cui parte intera è il valore dell'esponente. Esempi di logaritmi decimali di potenze di dieci sono riportati nella tabella seguente:

x	$\log_{10} x$

$10^{-3} = 0{,}001$	**-3**
$10^{-2} = 0{,}01$	**-2**
$10^{-1} = 0{,}1$	**-1**
$10^{0} = 1$	**0**
$10^{1} = 10$	**1**
$10^{2} = 100$	**2**
$10^{3} = 1000$	**3**

I logaritmi sono utilizzati per comprimere scale molto dilatate. Ad esempio, nella tabella seguente sono rappresentati nella prima colonna dei numeri che variano di diversi ordini di grandezza, nella seconda i corrispondenti logaritmi decimali:

x	***log_{10} x***
0,0045	-2,34
0,031	-1,51
0,77	-0,11
3,87	0,59
98,1	1,99
498,6	2,70
6904,1	3,84

12.1 Funzioni esponenziali

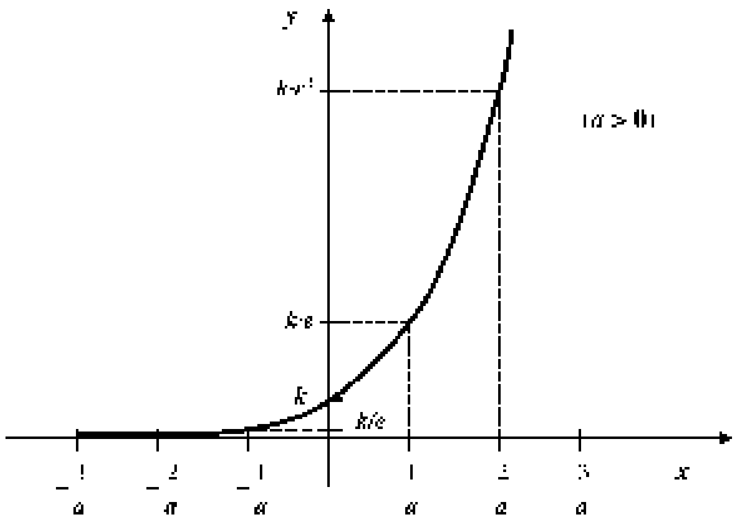
Una funzione esponenziale è una funzione che può essere espressa nella forma seguente:

$$y = k \cdot e^{\pm ax}$$

dove *e* è il numero di Eulero (*e* = 2,7182818…) e *a* > 0. Poichè una potenza con esponente nullo è sempre pari a 1, la costante *k* rappresenta il valore della variabile dipendente corrispondente a *x* = 0 (nella rappresentazione cartesiana *k* è la coordinata del punto di intersezione della funzione con l'asse delle ordinate).
L'andamento della funzione esponenziale dipende dal segno dell'esponente.
Nel caso di esponente positivo, la funzione esponenziale

$$y = k \cdot e^{ax},$$

ha come rappresentazione nel piano cartesiano, nel caso in cui k>0, la curva della figura seguente.

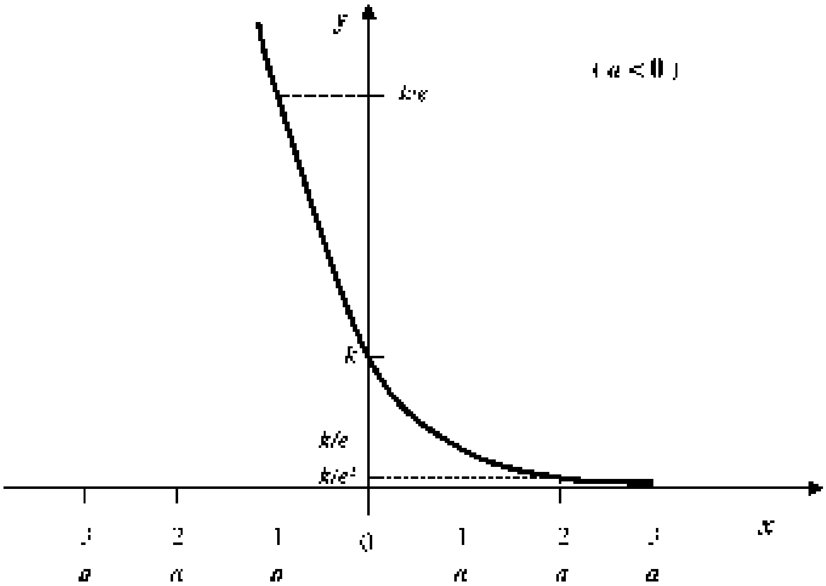


Quando la variabile indipendente assume il valore *x=1/a*, la variabile dipendente assume il valore *y=k·e*, cioè varia di un fattore pari a *e* rispetto al valore corrispondente a *x*=0.
Al valore *x=2/a* corrisponde un valore di *y* pari a $k \cdot e^2$, ad un valore di *x=n/a* corrisponde un valore della variabile dipendente $y = k \cdot e^n$. In una funzione esponenziale con *a*>0, ad ogni incremento lineare della variabile indipendente pari a 1/a corrisponde un aumento della variabile dipendente di un fattore pari a *e* (***incremento esponenziale***).

Una funzione esponenziale con esponente negativo

$$y = k \cdot e^{-ax}$$

nel caso in cui k > 0 ha come rappresentazione nel piano cartesiano la curva seguente:



Ad un valore $x=1/a$ corrisponde un valore $y=k/e$, per il valore $x=2/a$ la variabile dipendente assume il valore $y=k/e^2$. Ad ogni incremento della variabile dipendente pari a $1/a$ corrisponde un decremento della variabile indipendente di un fattore $1/e$ (**decremento esponenziale**).