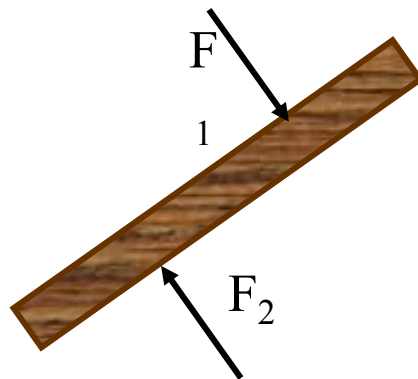


Dinamica II

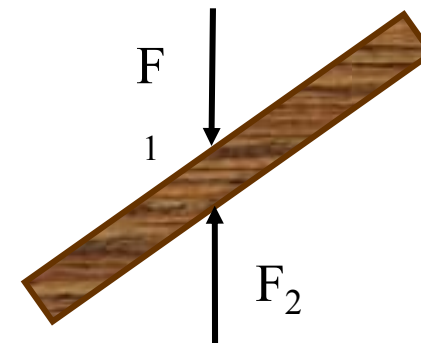
Equilibrio statico di un corpo esteso

Se **una particella** è in **equilibrio statico**, cioè se è ferma e resta ferma, la **forza risultante** che agisce su di essa deve essere **nulla**.

Nel caso di **un corpo esteso**, per esempio una bacchetta, la condizione che la **forza risultante sia nulla è necessaria, ma non sufficiente**, perché **il corpo può ruotare** anche se **forza risultante che agisce su di esso è nulla**.



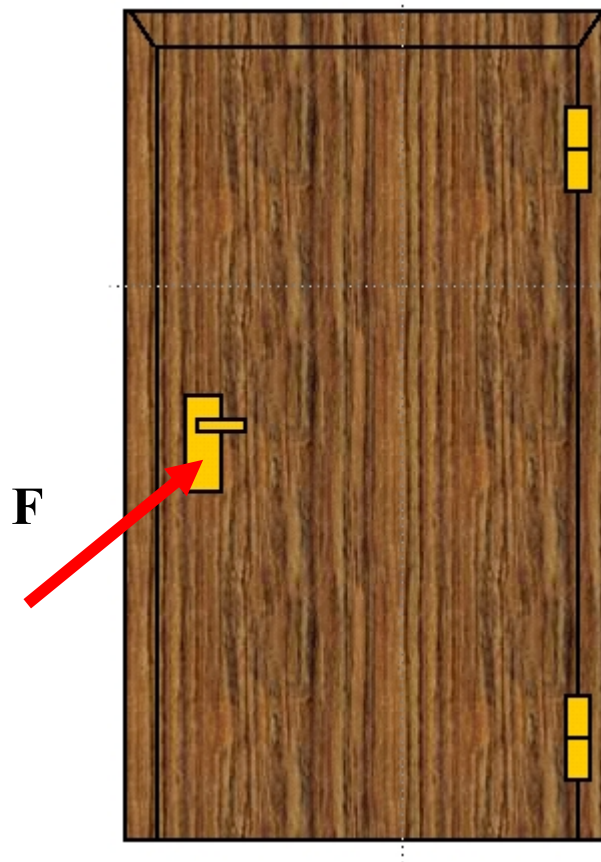
(a) Le due forze F_1 e F_2 sono uguali ed opposte, ma la bacchetta **non è in equilibrio statico**, perché queste forze tendono a farla ruotare in senso orario.



(b) In questo caso, le due forze hanno la stessa retta d'azione e quindi non provocano la rotazione della bacchetta.

Equilibrio statico di un corpo esteso

Per i corpi estesi, oltre al modulo e alla direzione orientata della forza, è quindi importante anche il **punto di applicazione**.

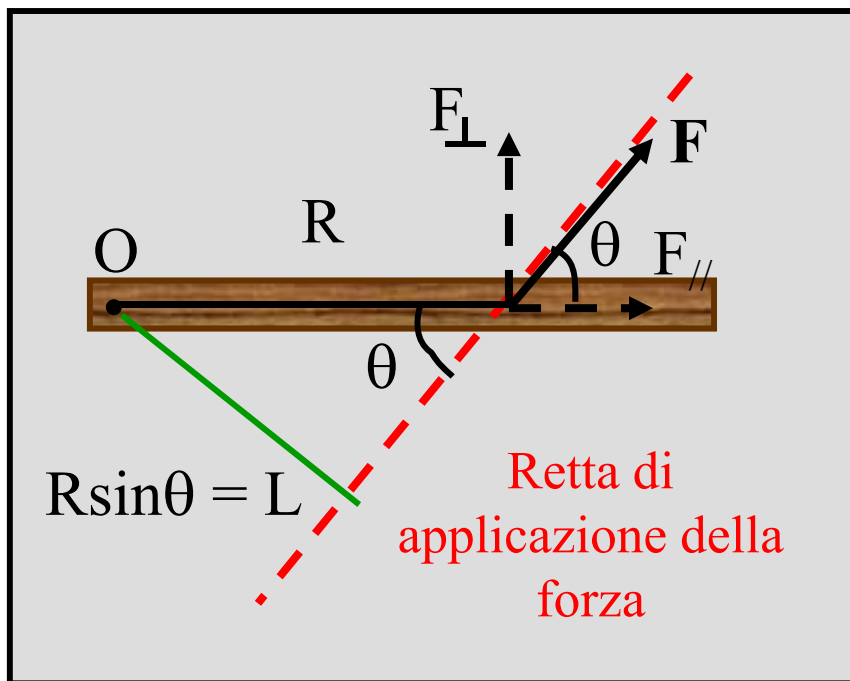


Esempio: Per **aprire** una pesante **porta** si spinge in un punto il più **lontano** possibile dai **cardini**. Nessuna forza, per quanto intensa, riuscirà ad aprirla se esercitata in un punto appartenente alla retta passante per i cardini.

Momento di una forza

La grandezza che misura l'efficacia di una forza nel produrre la rotazione è chiamata **momento della forza M**. Il momento di una forza può essere **orario** oppure **antiorario**, a seconda del senso di rotazione che tende a produrre: in tal caso viene considerato rispettivamente **negativo** (rotazione oraria) o **positivo** (rotazione antioraria).

Nell'esempio illustrato in figura, il momento della forza **F** è dato da:



$$M = F R_{\perp} = (F \sin \theta) R = F (R \sin \theta) = FL$$

R è la **distanza** tra il punto di applicazione della forza e il punto O , in cui la sbarra è fissata.

L è il **braccio** della forza.

Il momento è dato dal prodotto della forza per il braccio.

Condizioni per l'equilibrio

*“Perché un corpo sia in **equilibrio statico**, il momento risultante delle forze calcolato rispetto ad un punto qualsiasi, in senso orario, deve essere uguale al momento risultante in senso antiorario”*

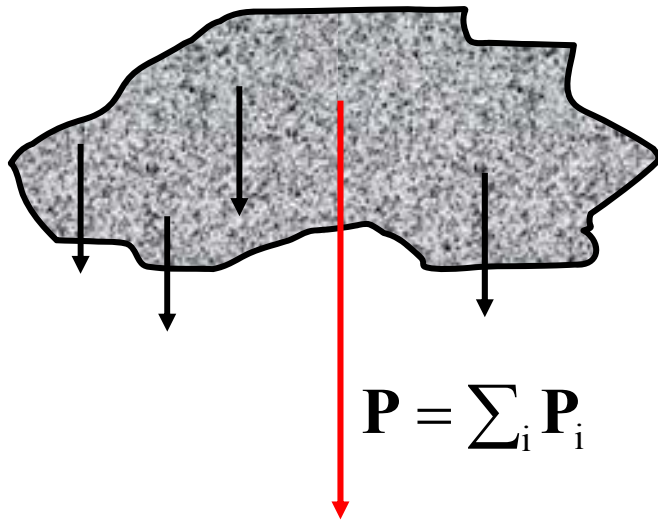
Se chiamiamo **positivi** i momenti di forza che hanno **senso antiorario** e **negativi quelli con senso orario**, questa condizione equivale a dire che la somma algebrica dei momenti delle forze rispetto a un punto qualsiasi deve essere nulla.

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

$$\sum \mathbf{M} = 0$$

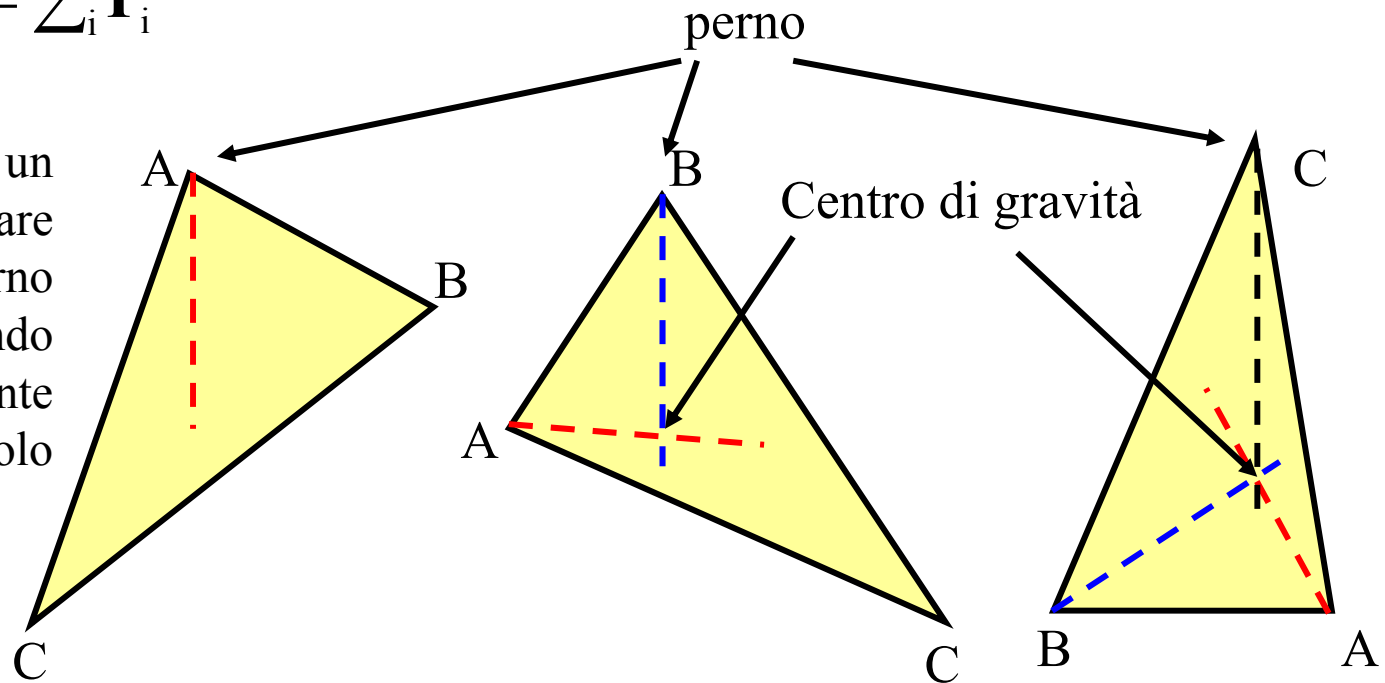
**CONDIZIONI PER L'EQUILIBRIO
STATICO DI UN CORPO ESTESO**

Centro di gravità



I pesi P_i di tutte le particelle che costituiscono un corpo possono essere sostituiti con il peso totale P del corpo, **applicato nel centro di gravità**, che è il punto rispetto al quale il momento risultante delle forze P_i è nullo.

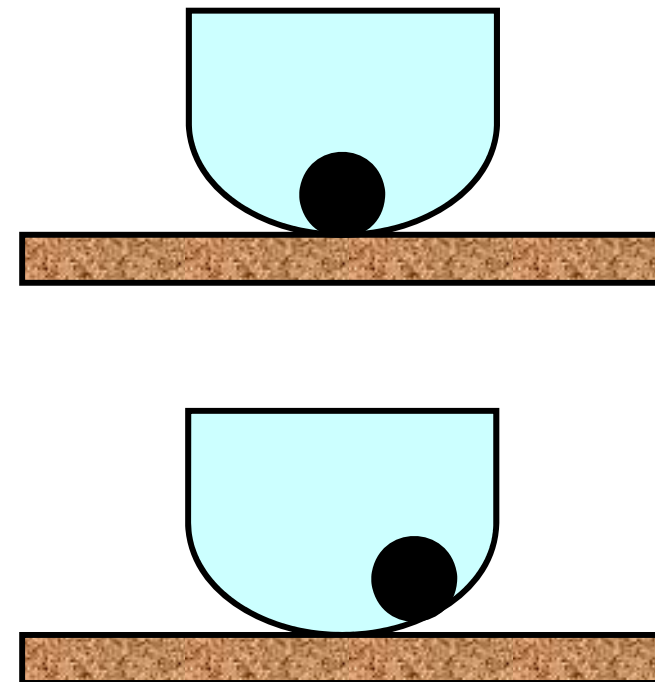
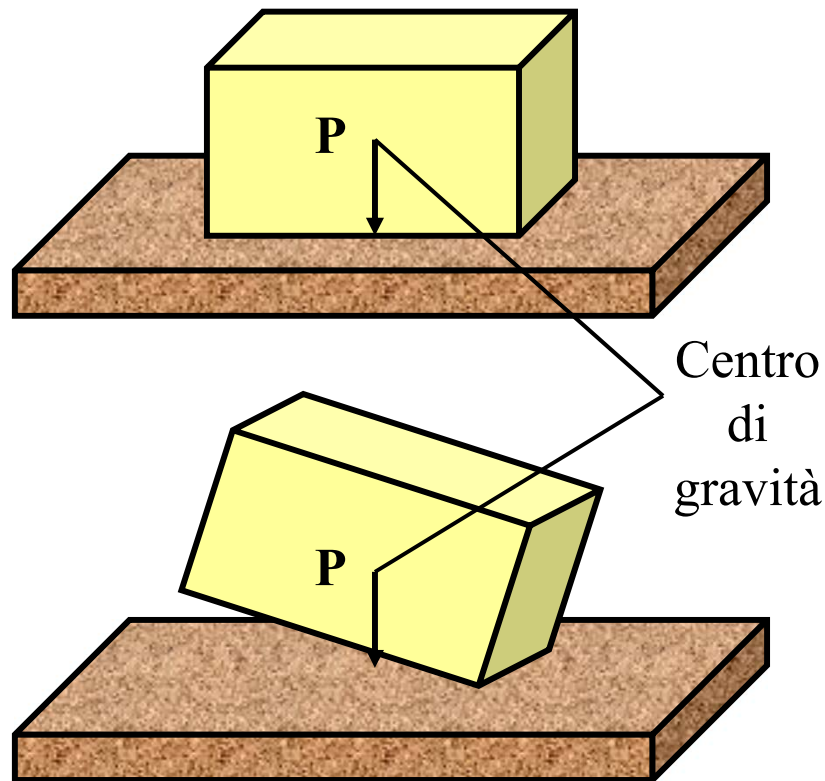
Il **centro di gravità** di un corpo si può determinare sospendendolo ad un perno in punti diversi e tracciando la retta verticale passante per il perno (in triangolo punto incontro mediane)



Equilibrio stabile

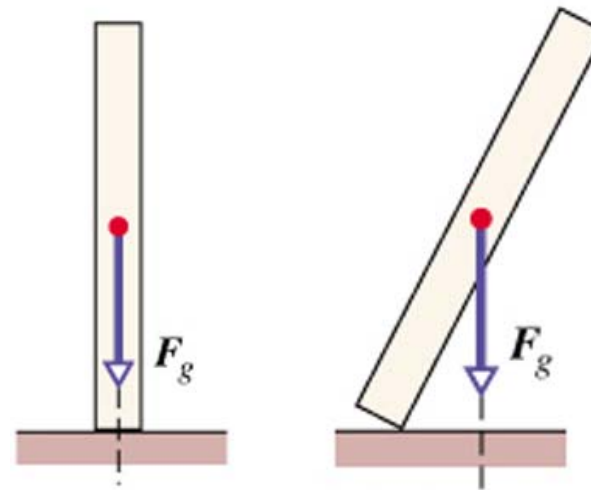
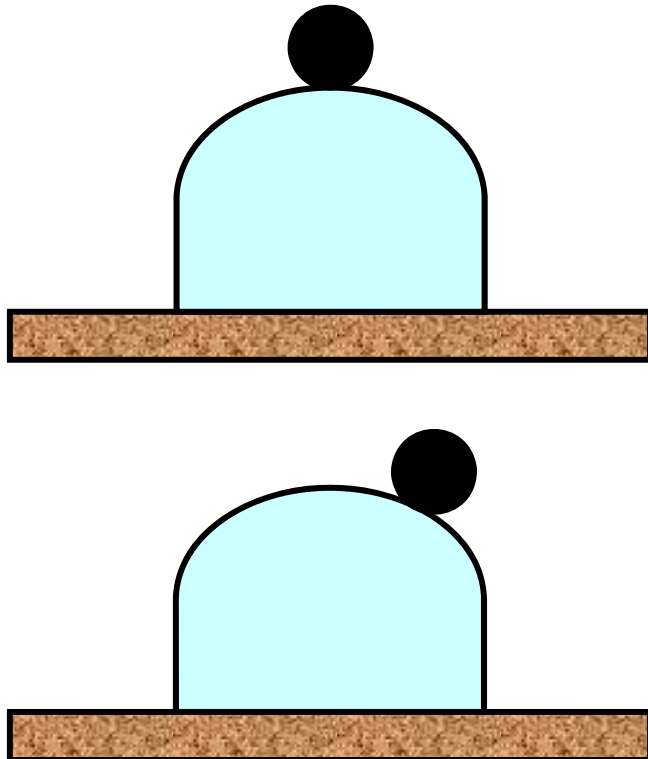
L'equilibrio di un corpo può essere di tre tipi: **stabile**, **instabile** o **indifferente**.

L'equilibrio **stabile** si ha se le forze o i momenti di forza risultanti che insorgono a causa di un **piccolo spostamento** del corpo spingono il corpo indietro verso la sua **posizione di equilibrio**.



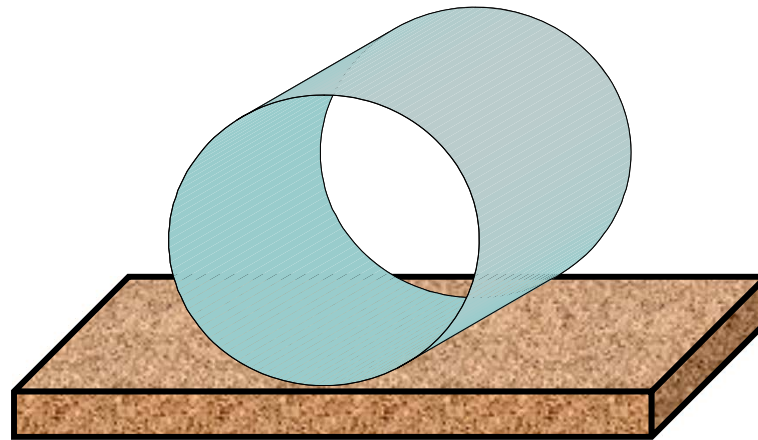
Equilibrio instabile

L'equilibrio **instabile** si ha se le forze o i momenti di forza risultanti che insorgono a causa di un **piccolo spostamento** del corpo spingono il corpo **lontano** dalla **sua posizione iniziale**.



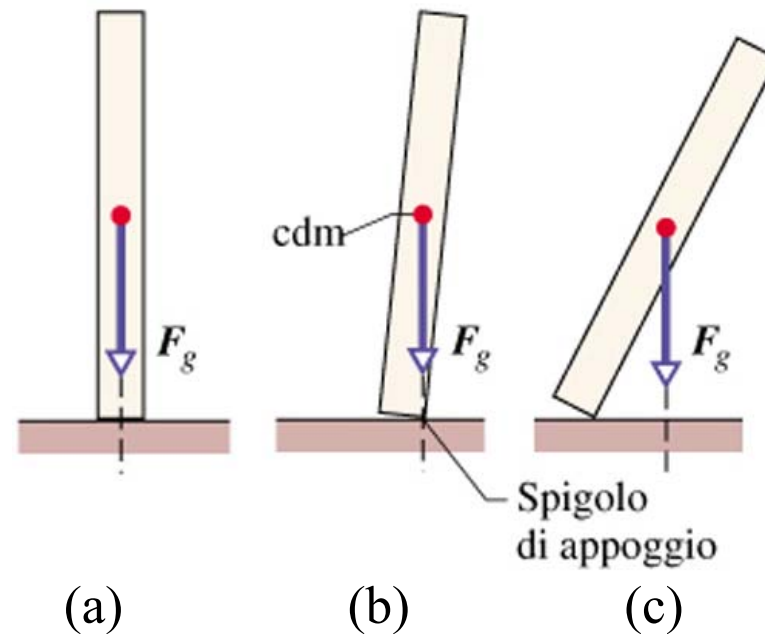
Equilibrio indifferente

L'equilibrio **indifferente** si ha quando, in seguito ad un **piccolo spostamento** del corpo, non vi sono forze o momenti di forza risultanti che tendano a riportarlo verso la sua posizione iniziale o ad allontanarlo da essa.

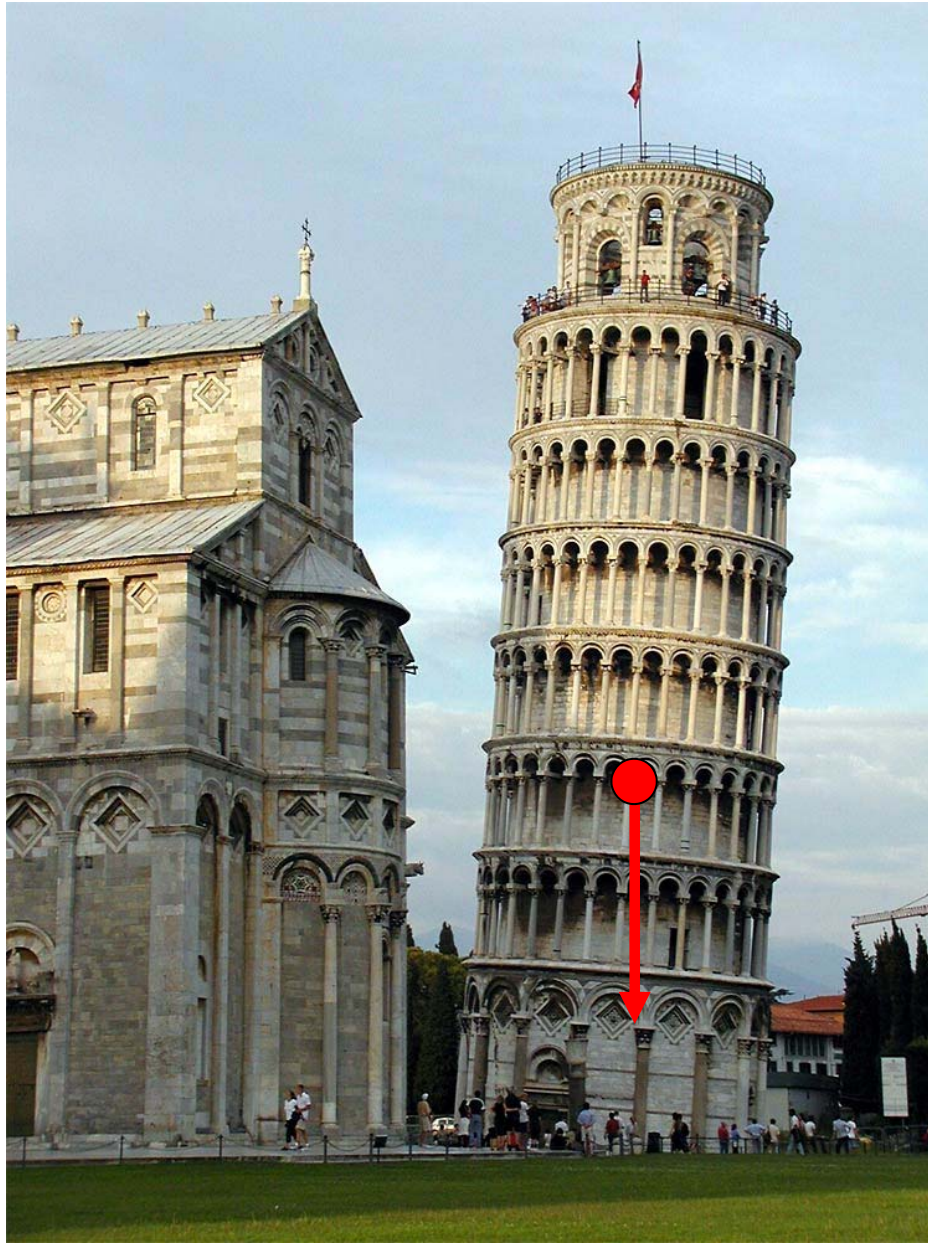


Se si ruota leggermente il cilindro, esso è di nuovo in equilibrio.

Stabilità e centro di gravità



La **stabilità dell'equilibrio è relativa**. Se la bacchetta in (a) viene **ruotata poco**, come in (b), essa ritorna nella sua posizione di equilibrio iniziale, purché la proiezione verticale del **centro di gravità si trovi entro la base di appoggio**. Se la rotazione è maggiore, come in (c), la proiezione verticale del centro di gravità è **al di fuori della base d'appoggio** e la bacchetta cade.



Macchine semplici

Una macchina semplice è un dispositivo che ha lo scopo di trasformare una **forza in entrata in una forza maggiore in uscita**

A volte il vantaggio può essere anche solo quello di invertire il verso della forza (carrucole) o di rendere possibili alcune azioni (pinze)

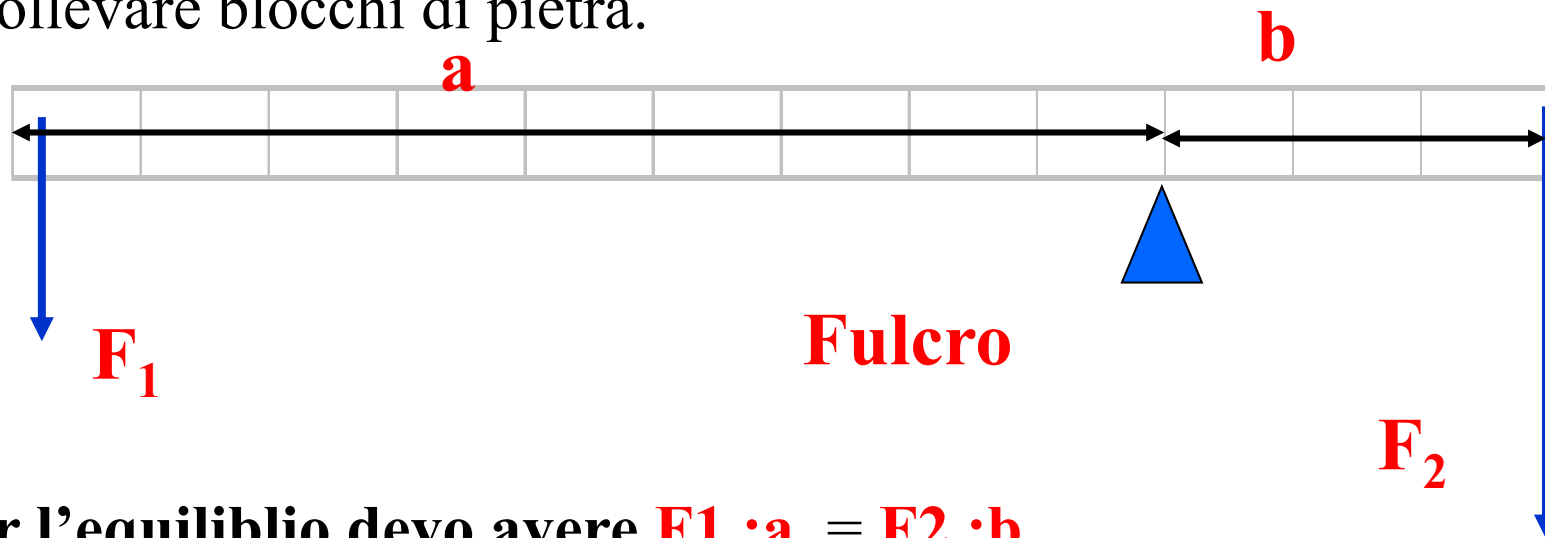
Esempi di macchine semplici sono **le leve, i piani inclinati e i sistemi di carrucole.**

Il **vantaggio A** di una macchina semplice è definito come il rapporto tra la forza in uscita e la forza in entrata.

$$A = \frac{\text{forza in uscita}}{\text{forza in entrata}} = \frac{\text{Resistenza}}{\text{Potenza}}$$

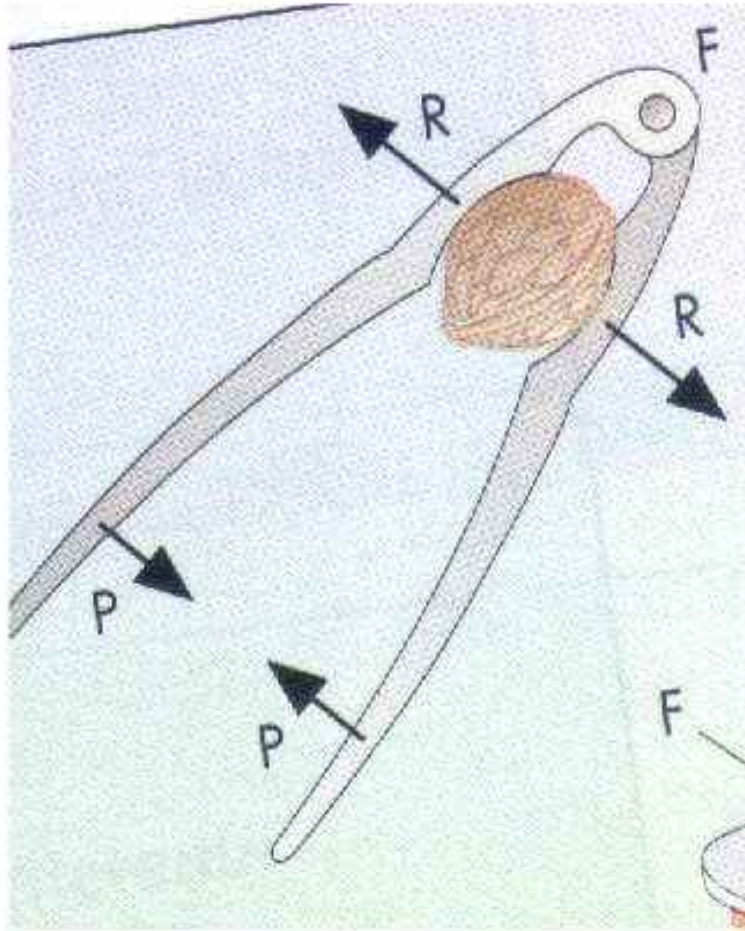
la leva di I genere

Le leve (v disegno) sono vantaggiose quando $F_1(P)$ è **minore di $F_2(R)$** perchè il braccio F_1 è maggiore del braccio di F_2 . Serve per sollevare pesi maggiori di quello che si riuscirebbe normalmente. Sono svantaggiose nel caso contrario e indifferenti se $F_1 = F_2$
Esempio: altalena su cui stanno persone con masse diverse. La più leggera si siede più lontano o palanchino per sollevare blocchi di pietra.



Per l'equilibrio devo avere $F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$

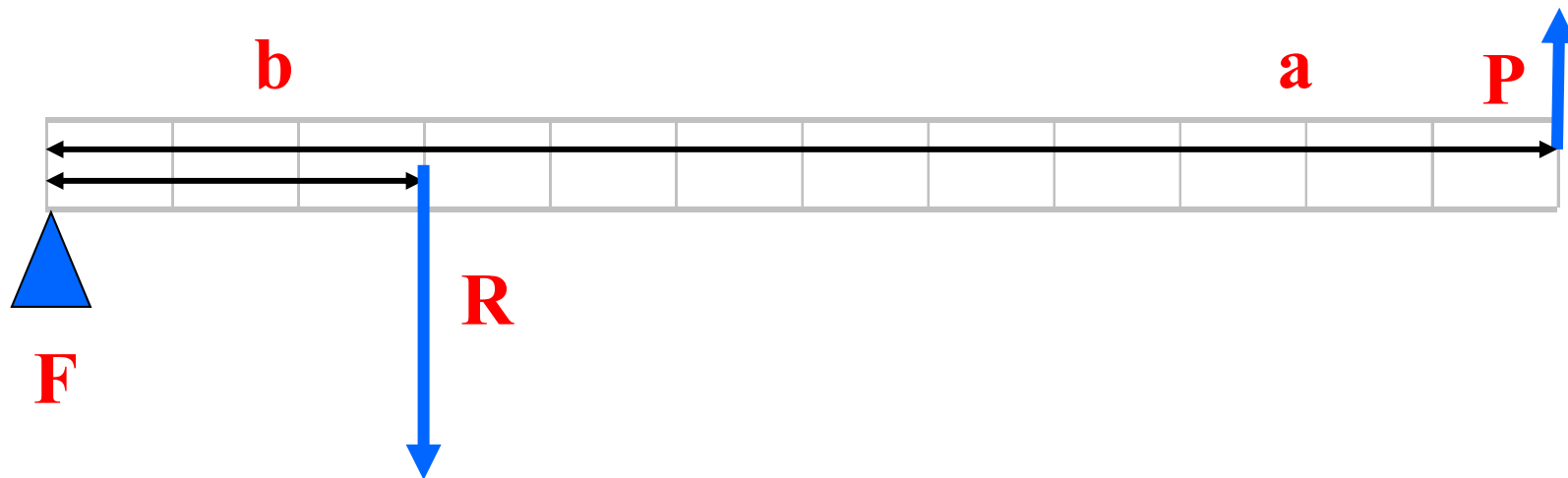
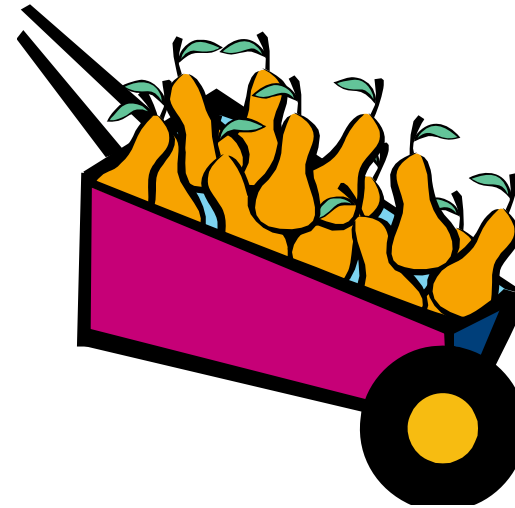
Leve di secondo genere



- Hanno il fulcro all'estremità.
- Hanno la resistenza fra il fulcro e la potenza.
- Sono sempre vantaggiose.
- $a > b$ quindi $P < R$.

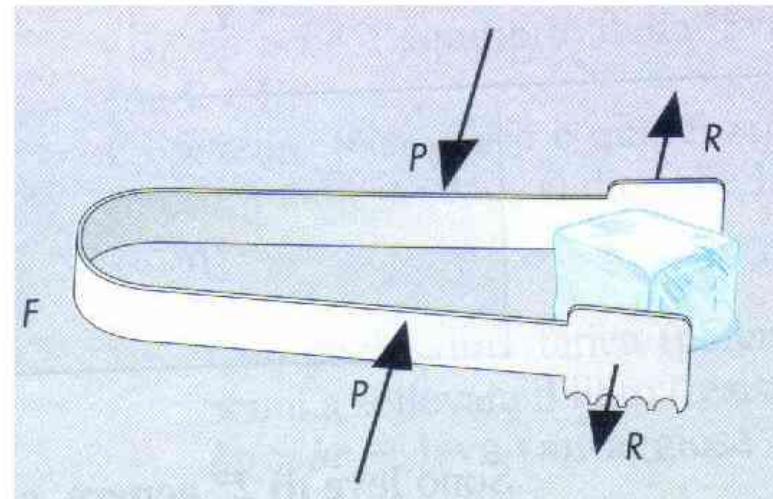
Leve di secondo genere

- Hanno la **resistenza** fra il **fulcro** e la **potenza**.
- Esempi: lo schiaccianoci, la carriola, il trolley, il piede.

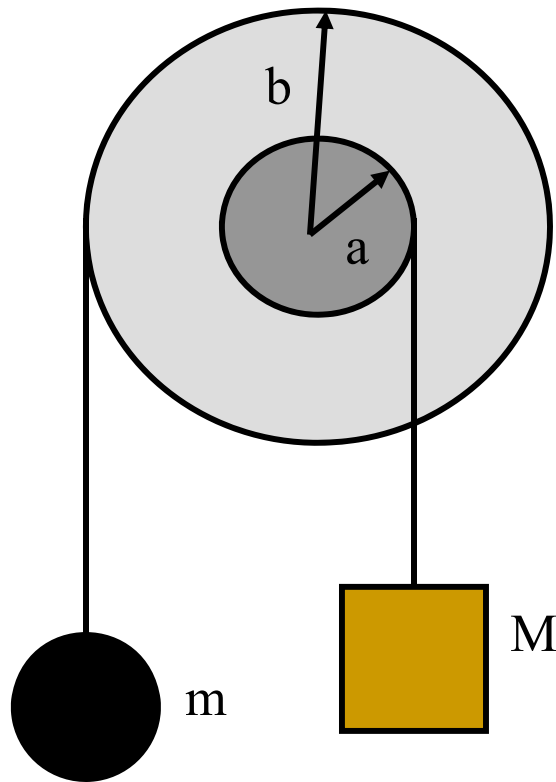


Leve di terzo genere

- Queste leve sono sempre **svantaggiose**, ma sono molto usate perché permettono di **afferrare** e manipolare con precisione **oggetti** anche **molto piccoli**.
- Hanno la potenza fra il fulcro e la resistenza.
- Esempi: gli aghi, la canna da pesca, il **braccio**, le **molle** per il **camino**, le pinze per il **ghiaccio** e pinzette per il restauro



Un esempio di macchina semplice



Determinare la massa m che equilibri M .

a = raggio interno = 1 cm

b = raggio esterno = 6 cm

$M = 12$ kg

I momenti delle due forze peso si devono equilibrare

$$F_1 = M \cdot g = 12 \cdot 9,8 = 117,6 \text{ N}$$

Rispetto al fulcro (il centro della ruota), il momento è:

$$M_1 = M \cdot g \cdot a = 1,176 \text{ N} \cdot \text{m}$$

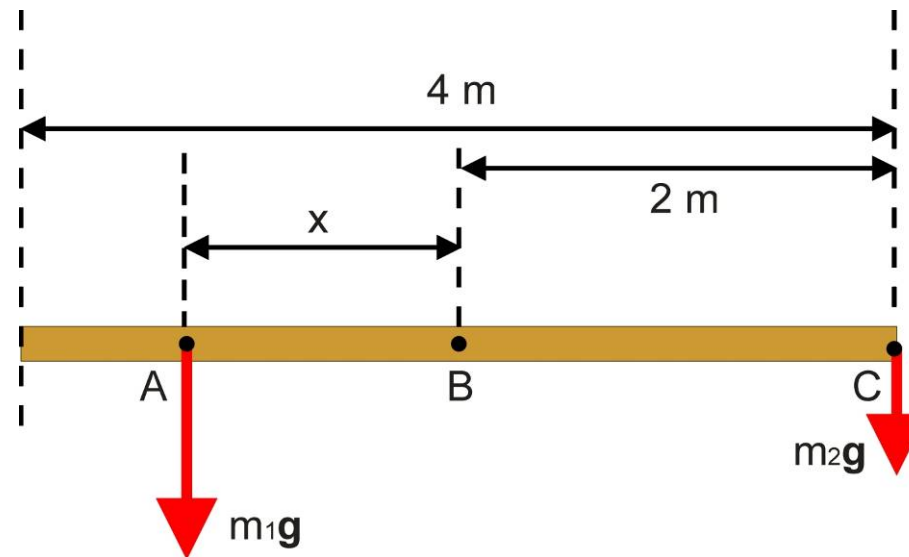
Analogamente il momento della forza F_2 (peso della massa m è:

$$M_2 = m \cdot g \cdot b = m \cdot 9,8 \cdot 0,06 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Nelle condizioni di equilibrio: devo eguagliare quindi $m = 2$ kg.

Esercizio

Un'altalena è costituita da una tavola di 4 m imperniata nel centro (punto B). Un ragazzo di massa $m_2 = 28$ kg è seduto ad un'estremità della tavola (punto C). Dove dovrebbe sedere un ragazzo di massa $m_1 = 40$ kg per equilibrare l'altalena? Consideriamo trascurabile il peso dell'altalena.



Perché l'altalena sia in equilibrio deve essere **nulla la somma dei momenti delle forze agenti su di essa**; tali forze sono:

- la forza peso m_1g , applicata in A;
- la forza peso m_2g , applicata in C.

L'altalena è imperniata in B, per cui calcoliamo i momenti delle forze rispetto a tale punto.

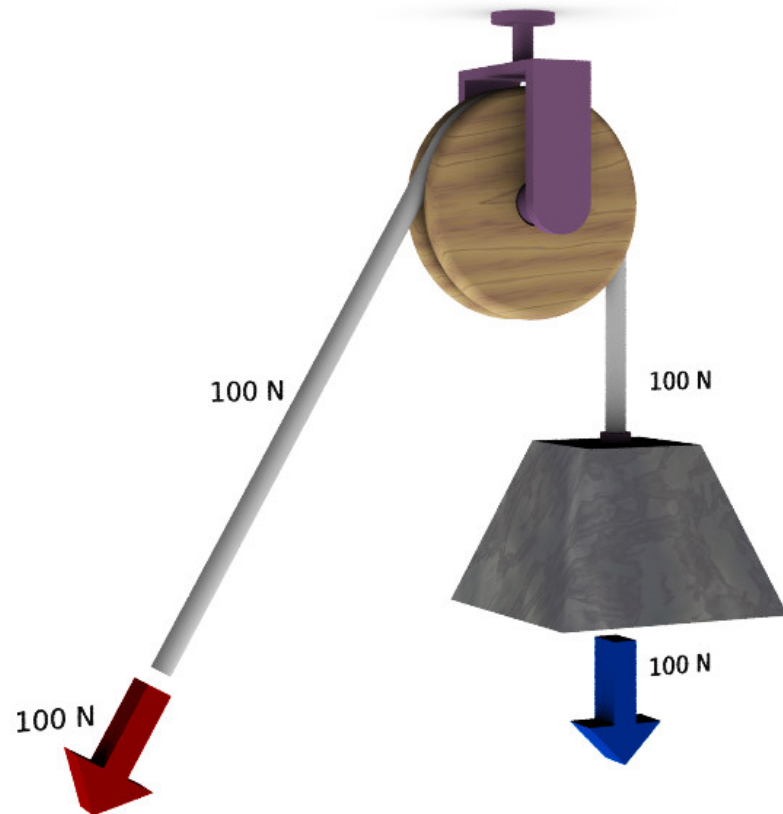
La forza peso m_1g tende a generare una rotazione in senso antiorario, per cui il corrispondente momento è positivo; la forza peso m_2g tende invece a generare una rotazione in senso orario, per cui il corrispondente momento è negativo.

La somma dei due momenti deve essere nulla all'equilibrio:

$$(m_1g) \cdot \overline{AB} - (m_2g) \cdot \overline{BC} = 0$$

$$\overline{AB} = \frac{(m_2g) \cdot \overline{BC}}{(m_1g)} = \frac{m_2 \cdot \overline{BC}}{m_1} = \frac{28 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m}}{40 \text{ kg}} = 1.4 \text{ m}$$

La carrucola



Nella carrucola fissa, l'asse della puleggia è fisso, e la ruota ha la sola funzione di **deviare la forza** applicata ad una estremità della fune. L'altra estremità è collegata al carico.

Il rapporto tra la **forza attiva e la forza resistente** all'equilibrio è pari ad uno.

La carrucola

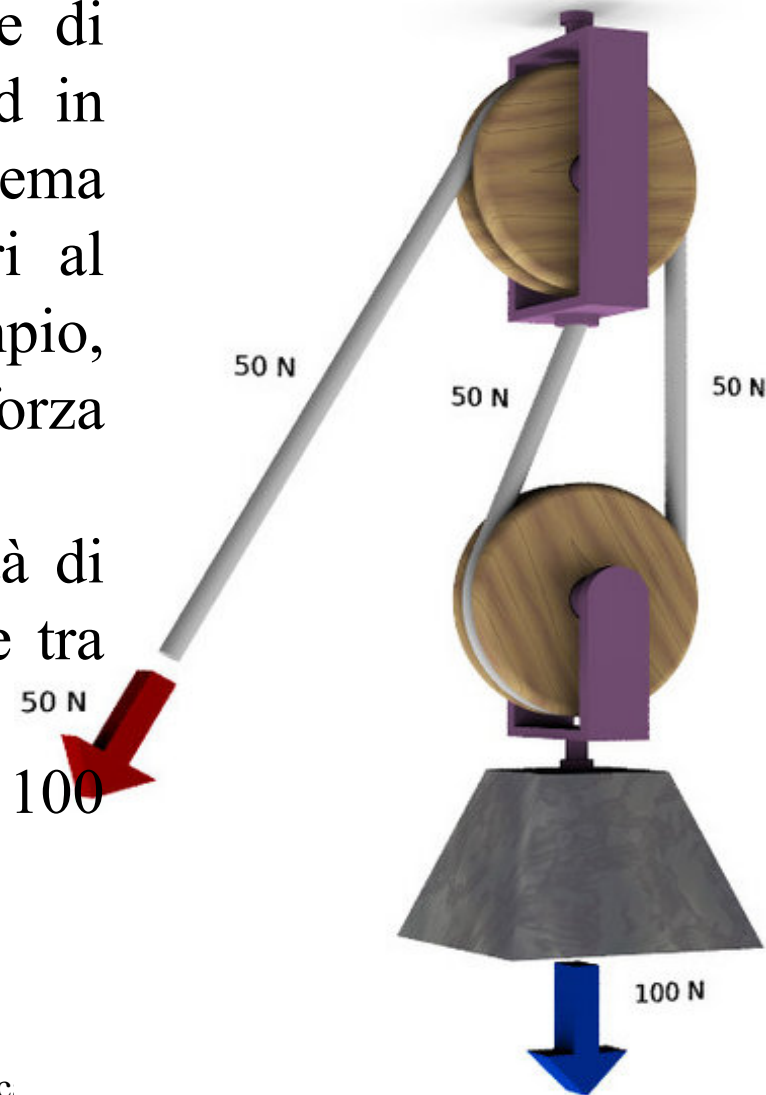
Una carrucola composta è un insieme di **due o più carrucole**, in parte **fisse** ed in parte **mobili**. Il vantaggio di questo sistema è di avere un rapporto di forze pari al numero di carrucole presenti. Per esempio, se ho **due ruote**, il rapporto tra la forza sollevata e la forza applicata è di **2 a 1**.

Lo **stesso rapporto** si ha tra la velocità di trazione e la velocità di sollevamento e tra **gli spazi percorsi**

Il Lavoro fatto per sollevare il peso di 100 N di 1 m è

$$50\text{N} \cdot 2\text{m} = 100\text{J}$$

(devo tirare il doppio di corda)





Esempio: David di Michelangelo

Available online at www.sciencedirect.com



Journal of Cultural Heritage 7 (2006) 273–285

**Journal of
Cultural Heritage**

<http://france.elsevier.com/direct/CULHER/>

Original article

Diagnostic analysis of the lesions and stability of Michelangelo's David

A. Borri, A. Grazini*

Civil and Environmental Engineering Department, School of Engineering, University of Perugia, Via Duranti, 93-06125 Perugia, Italy

Received 1 December 2005; accepted 28 June 2006

Abstract

This work presents an account of the results of diagnostic analyses on the lesions that were first detected in Michelangelo's *David* in the mid-1800s. After summarizing the events that may have affected the statue's stability and the state of deformation, the authors present the results of the Finite Elements Method (FEM) tests conducted on the digital model of the statue's surface. The analysis of these results made it possible to identify the static conditions that generated the cracks in the lower part of the left leg and in the tree trunk of the *David*. Lastly, the current situation was analyzed from the perspective of both deformation and stresses, evaluating the statue's stability also as regards its structural response to the seismic activity at the level expected for the Florence area.

© 2006 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

Keywords: Michelangelo's David; Carrara marble; FEM analysis; Seismic analysis

Esempio: David di Michelangelo

Il centro di massa (G_t) non si trova in corrispondenza del centro di massa del basamento (G_b), ma spostato verso la gamba destra.

Il peso grava quindi maggiormente su tale gamba (quella con il tronco d'albero).



Fig. 1. Michelangelo's *David*.

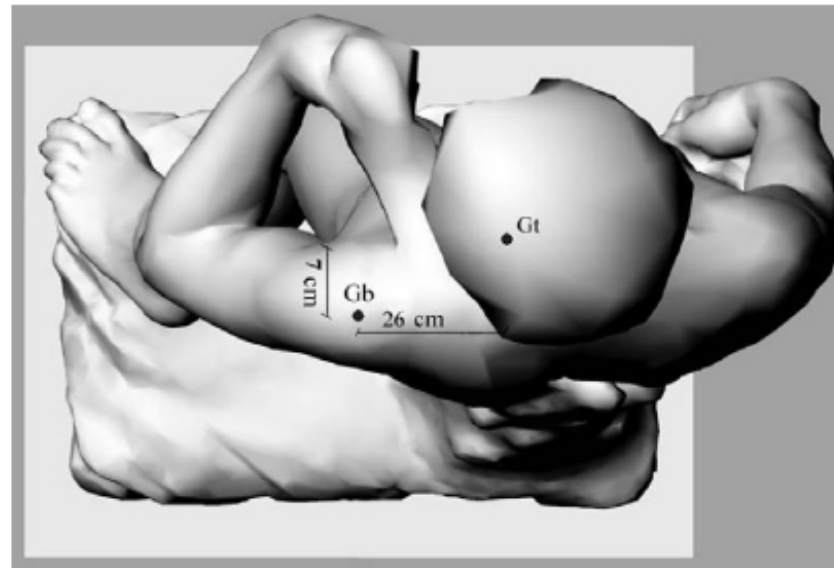


Fig. 3. Projection of the center of gravity of the masses (G_t) under maximum load (statue + cast + base). Note the eccentricity with respect to the center of gravity (G_b) of the supporting base on the ground.

Esempio: David di Michelangelo

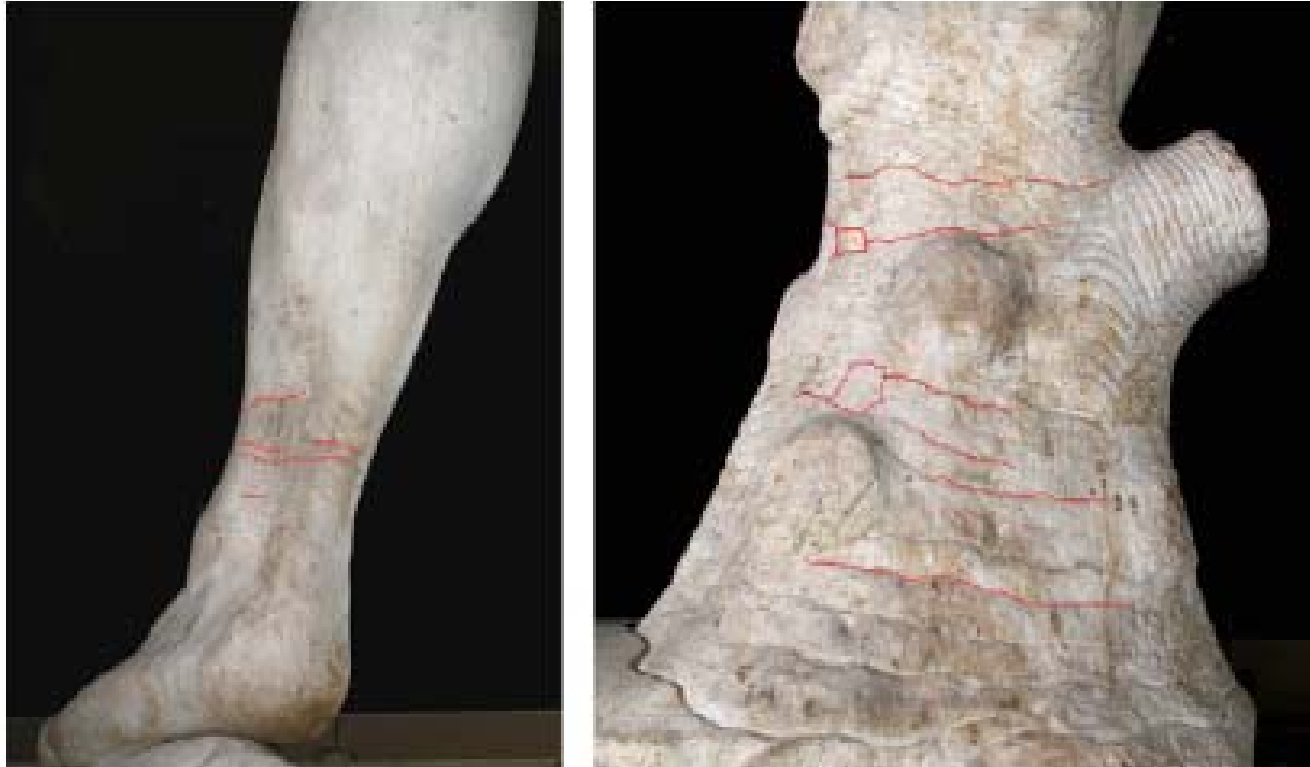
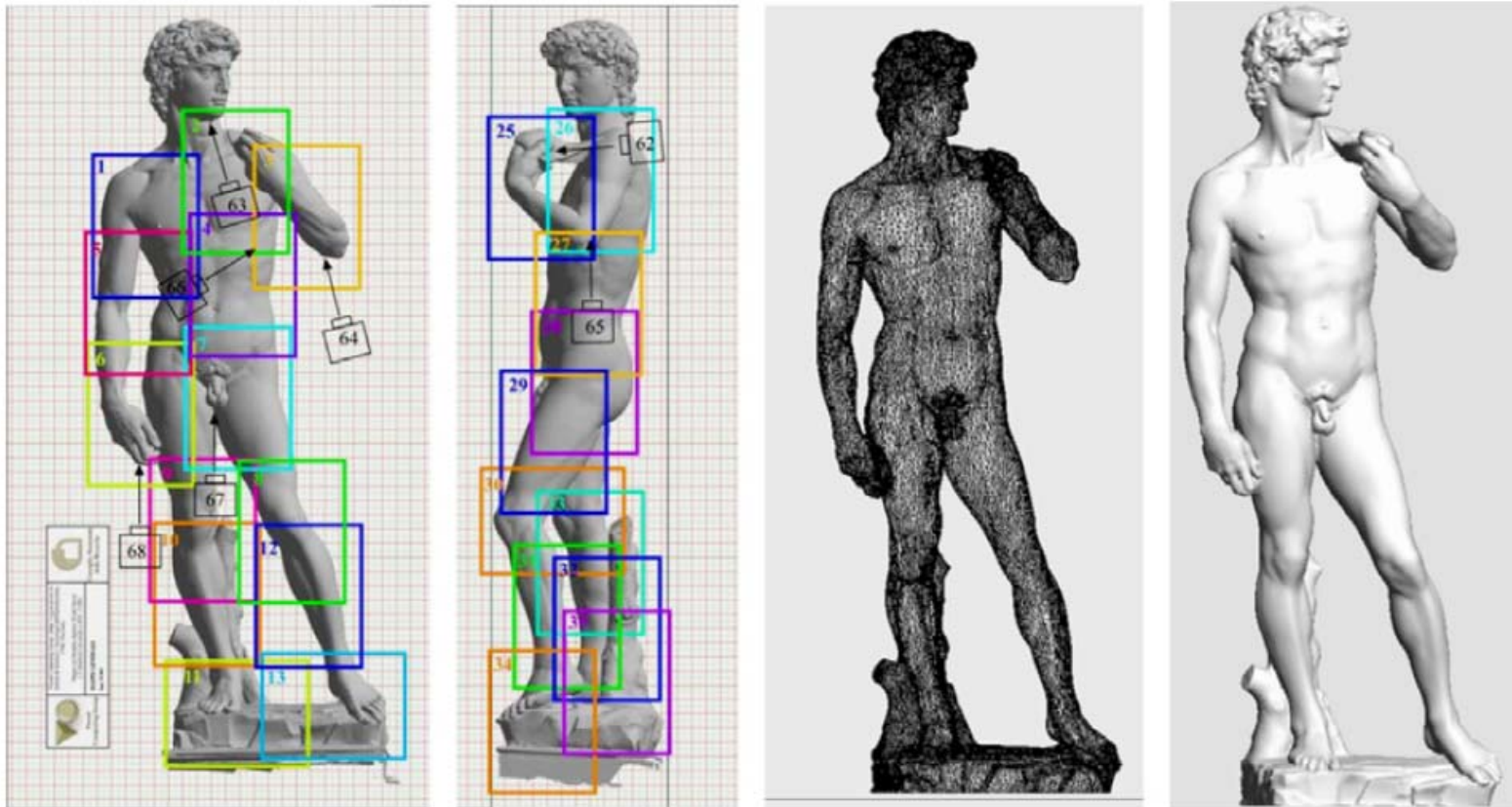


Fig. 2. Current state of the cracks in the left leg and the tree trunk of the *David*. The main lesions are highlighted.

Nelle parti basse della statua (soprattutto sul tronco d'albero) sono visibili diverse crepe, che in queste immagini sono evidenziate in rosso

Esempio: David di Michelangelo



Usando la scansione laser (verrà studiata il prossimo anno), la statua è stata ricostruita in forma digitale.

Questo ha permesso uno studio, per mezzo di software opportuni, degli stress a cui sono sottoposte le varie parti della statua.

Esempio: David di Michelangelo

Le zone rosse sono quelle sottoposte a maggior stress (tra circa 1 GPa e 1,5 GPa)

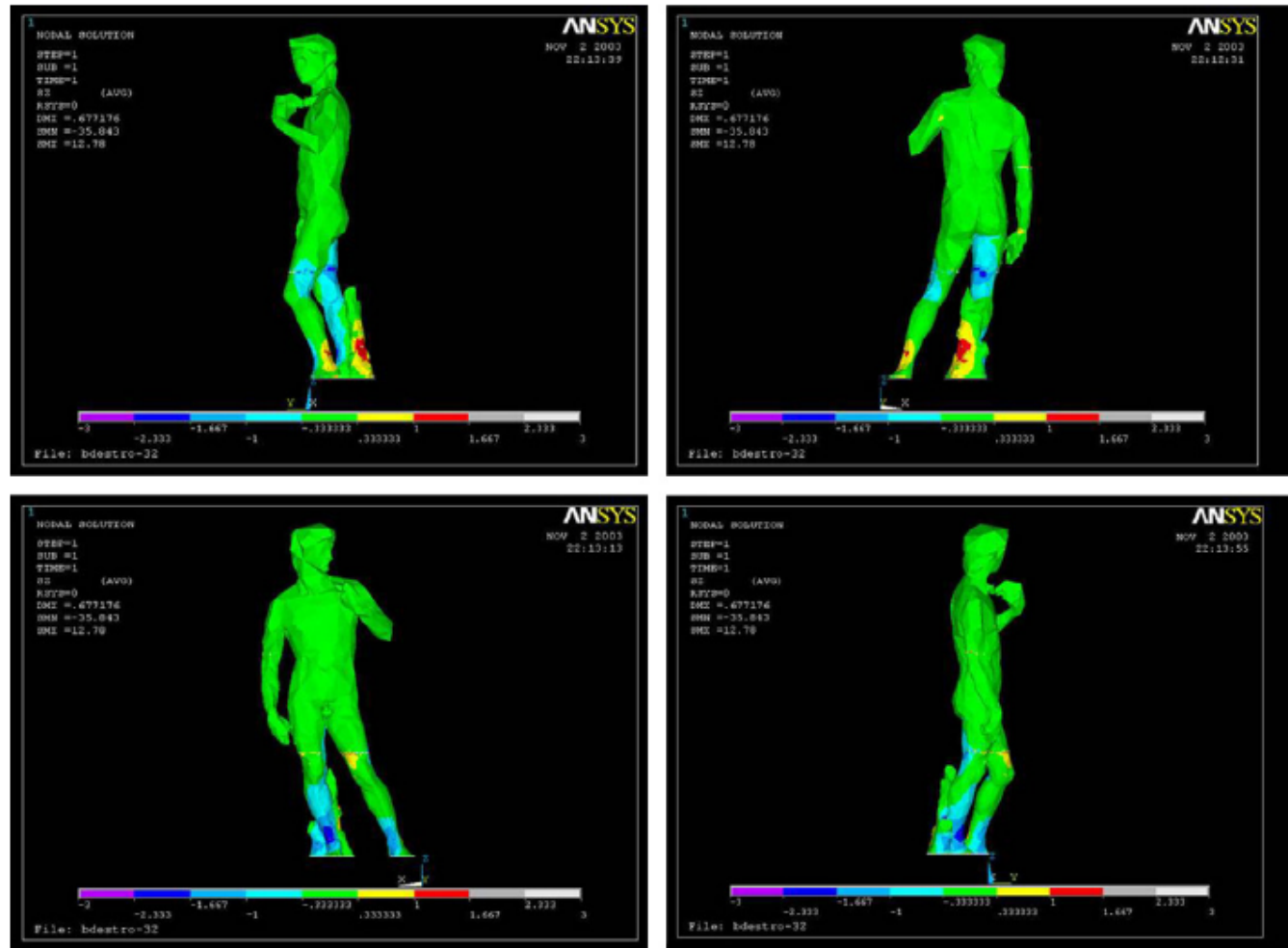


Fig. 5. Distribution of vertical stresses σ_Z in the *David* in present-day conditions.

Esempio: David di Michelangelo

L'immagine mostra che lo stress viene scaricato principalmente sul lato posteriore del tronco d'albero ed in parte sulla caviglia sinistra. Il **tronco d'albero** è quindi un elemento di **vitale importanza** per la statica della statua. Senza di esso il David non resisterebbe allo stress causato dall'eccentricità del centro di massa e sarebbe collassato anche prima del suo completamento.

Il **carico di rottura** per il marmo utilizzato da Michelangelo è compreso tra **2 GPa e 3 GPa** (a seconda se esposto o meno agli agenti atmosferici). Se si esegue una **simulazione** con il calcolatore eliminando il tronco d'albero si ottiene un carico sulle caviglie di più di 4 GPa che avrebbe fatto collassare l'opera.

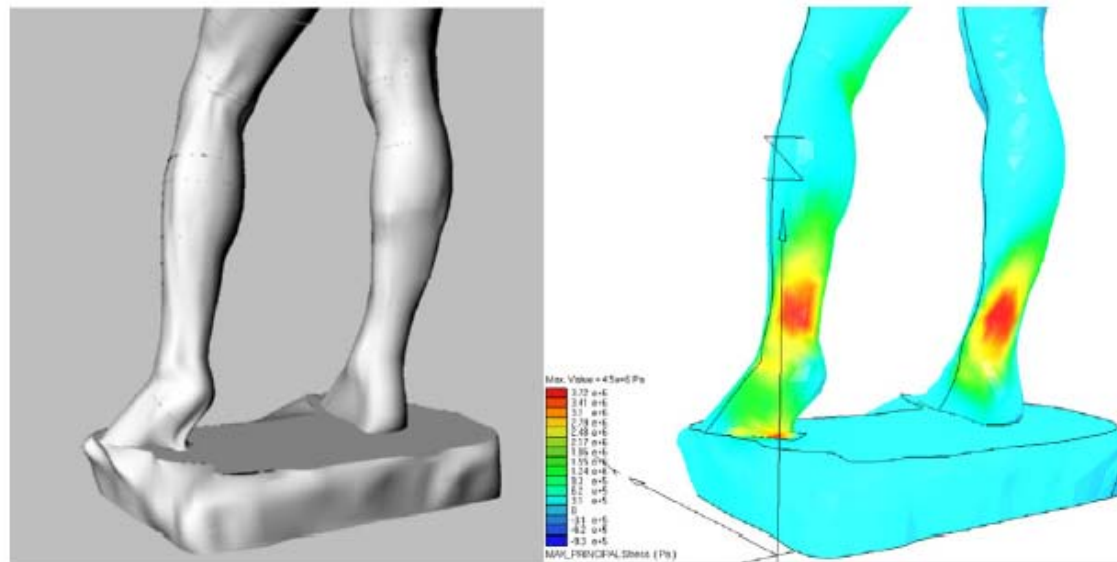


Fig. 7. FEM analysis in vertical conditions (main traction σ_1 stresses) if the statue had been made without the tree trunk: the maximum tensile stress would have exceeded 4 N/mm^2 .

Esempio: David di Michelangelo



Copyright © Casa Buonarroti, Florence.

Marcello Venusti, Ritratto di Michelangelo', 1535.
Firenze, Casa Buonarroti.

Se ha inserito nell'opera il tronco d'albero,
Michelangelo aveva ben chiaro tutto questo....

Esempio: David di Michelangelo

Nell'immagine si può osservare la corrispondenza delle crepe con i punti di maggiore stress calcolati dal software.

In ogni caso questo studio ha concluso che le crepe sono state prodotte da un'anomala inclinazione della statua (le cui cause sono ancora da verificare, ma potrebbe aver contribuito il calco di gesso da circa 6000 kg effettuato nel 1847) osservata a partire dalla metà dell'ottocento che ha fatto salire sopra i 2 GPa lo stress nelle zone delle crepe.

Inoltre è stato verificato che la situazione (statica) odierna non desta preoccupazione immediate in quanto nell'attuale collocazione (dal 1873 è stato posto presso la Galleria dell'Accademia) la statua ha ripreso la sua posizione verticale riducendo così il valore degli stress.

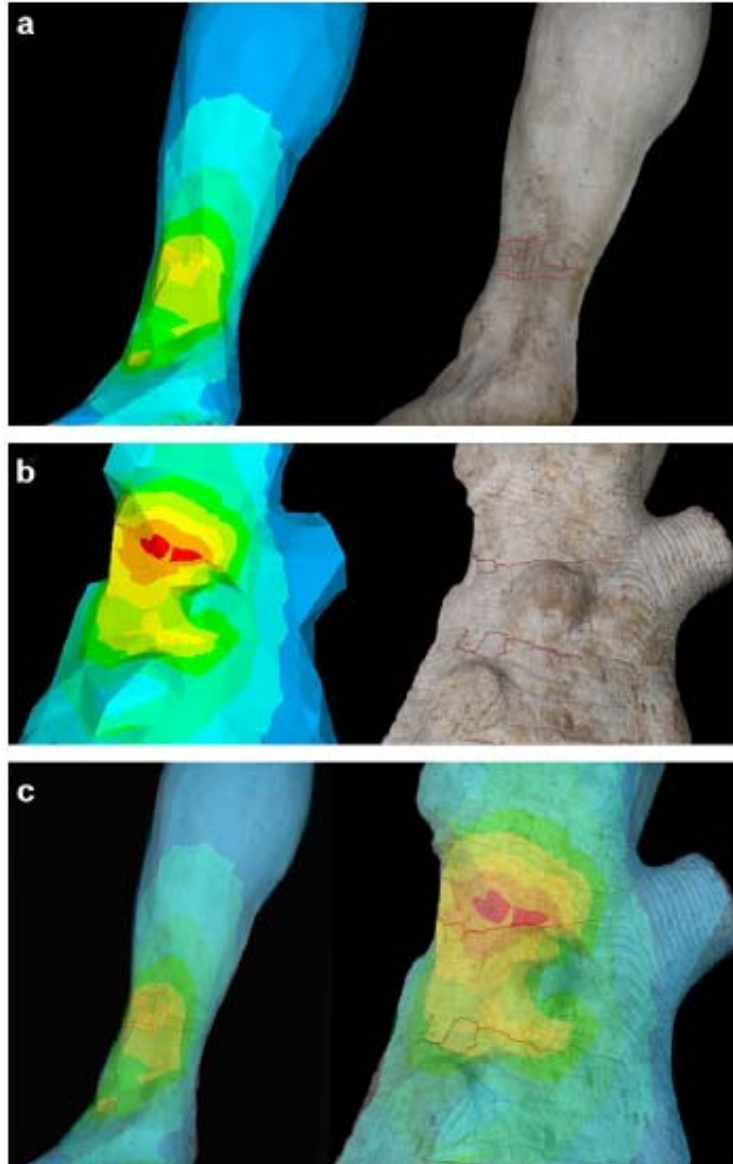
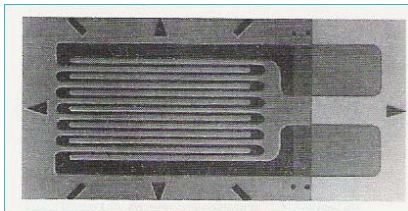


Fig. 8. Comparison between the lesions and the areas of greatest tensile stress.

Esempio: David di Michelangelo



Fig. 23. (a) Strain gages disposition on the three trunk.



Diverso è il discorso sulla **stabilità in caso di forti oscillazioni come in presenza di un terremoto**.

Fortunatamente, fino ad adesso, i più grossi terremoti nella zona si sono verificati prima della formazione delle crepe, ma è probabile che su lunghi periodi ce ne saranno altri.

Studi sono in corso per valutare questo problema in modo da adottare le contromisure opportune. In figura sono mostrati i **tensimetri** collocati nei punti nevralgici della statua e che sono stati utilizzati per valutare i movimenti durante una sollecitazione dinamica.

I primi test (2006) hanno mostrato movimenti significativi delle zone lesionate anche per piccoli impulsi. Ulteriori test sono previsti per il futuro.

Misura del baricentro

B: baricentro

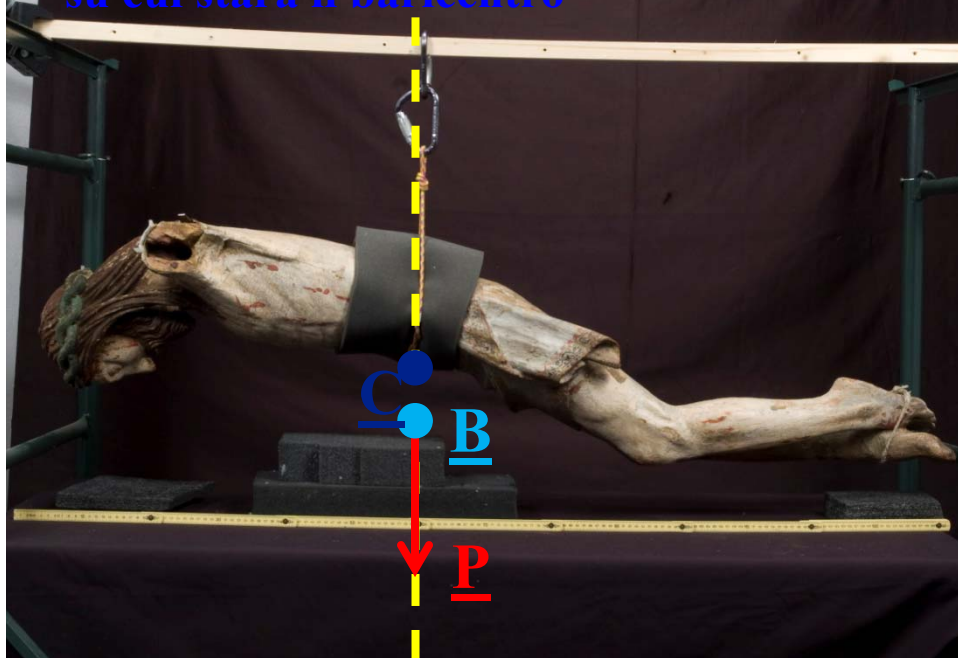
C: centro di rotazione

P: forza peso

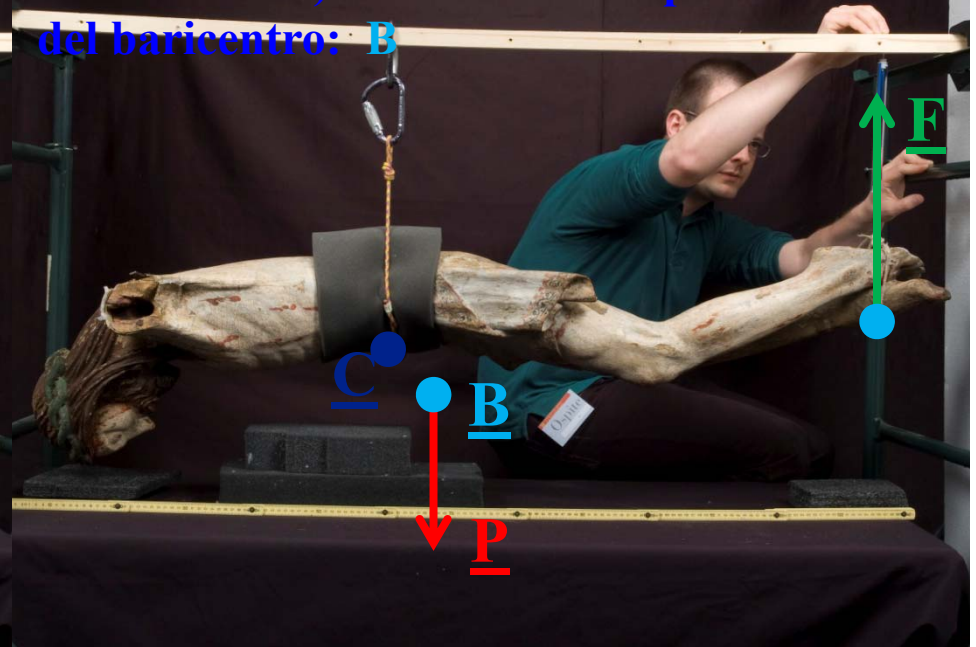
F: forza applicata



Condizione di equilibrio iniziale (senza applicazione di forze): si determina la **retta** su cui starà il baricentro



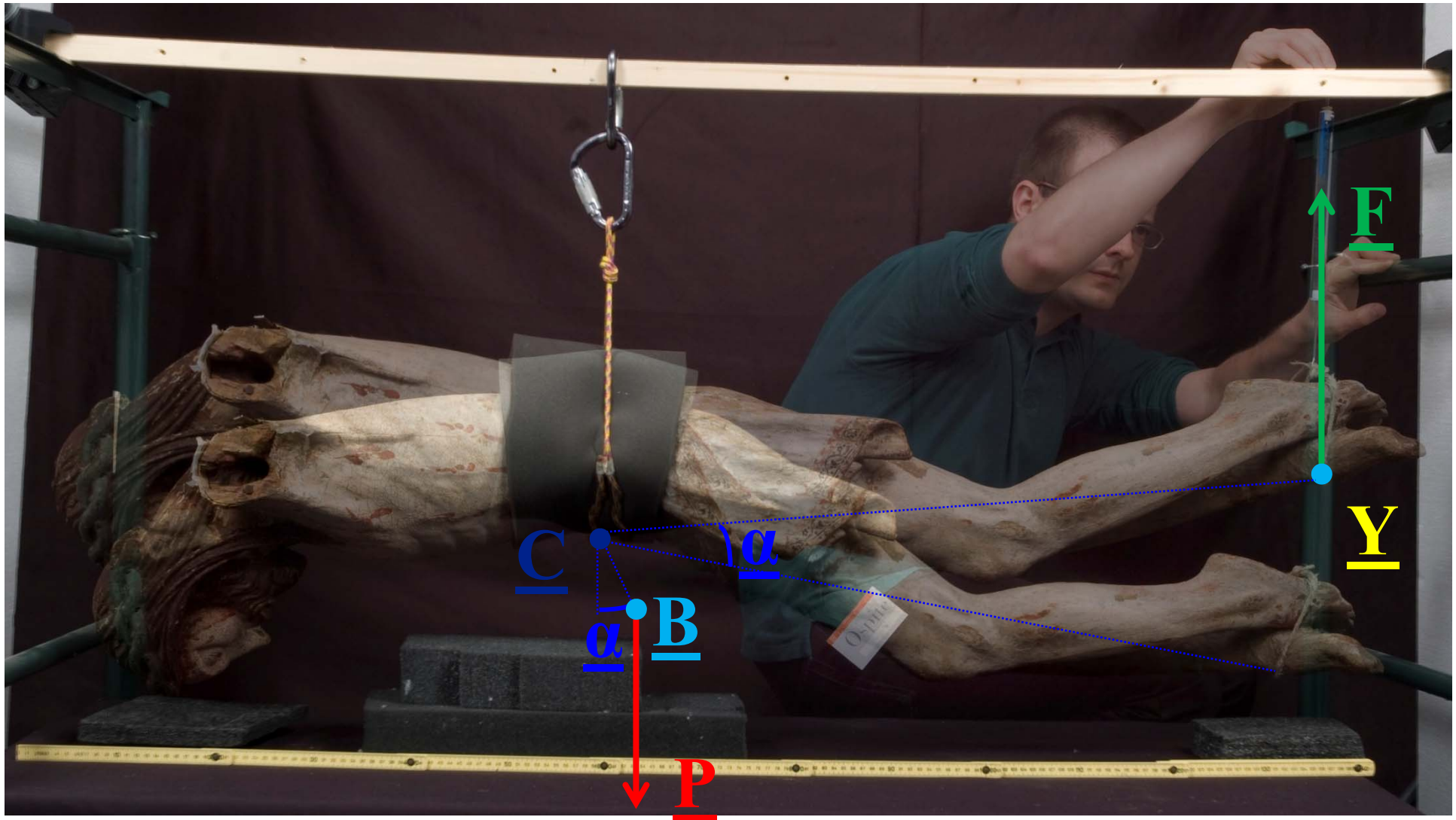
Seconda condizione di equilibrio (applicando una forza misurata con un dinamometro): si determina il punto esatto del baricentro: **B**



Procedimento



Una volta trovata una posizione di equilibrio viene determinata la retta su cui sta il baricentro; l'incognita diventa la sua distanza dalla superficie: D

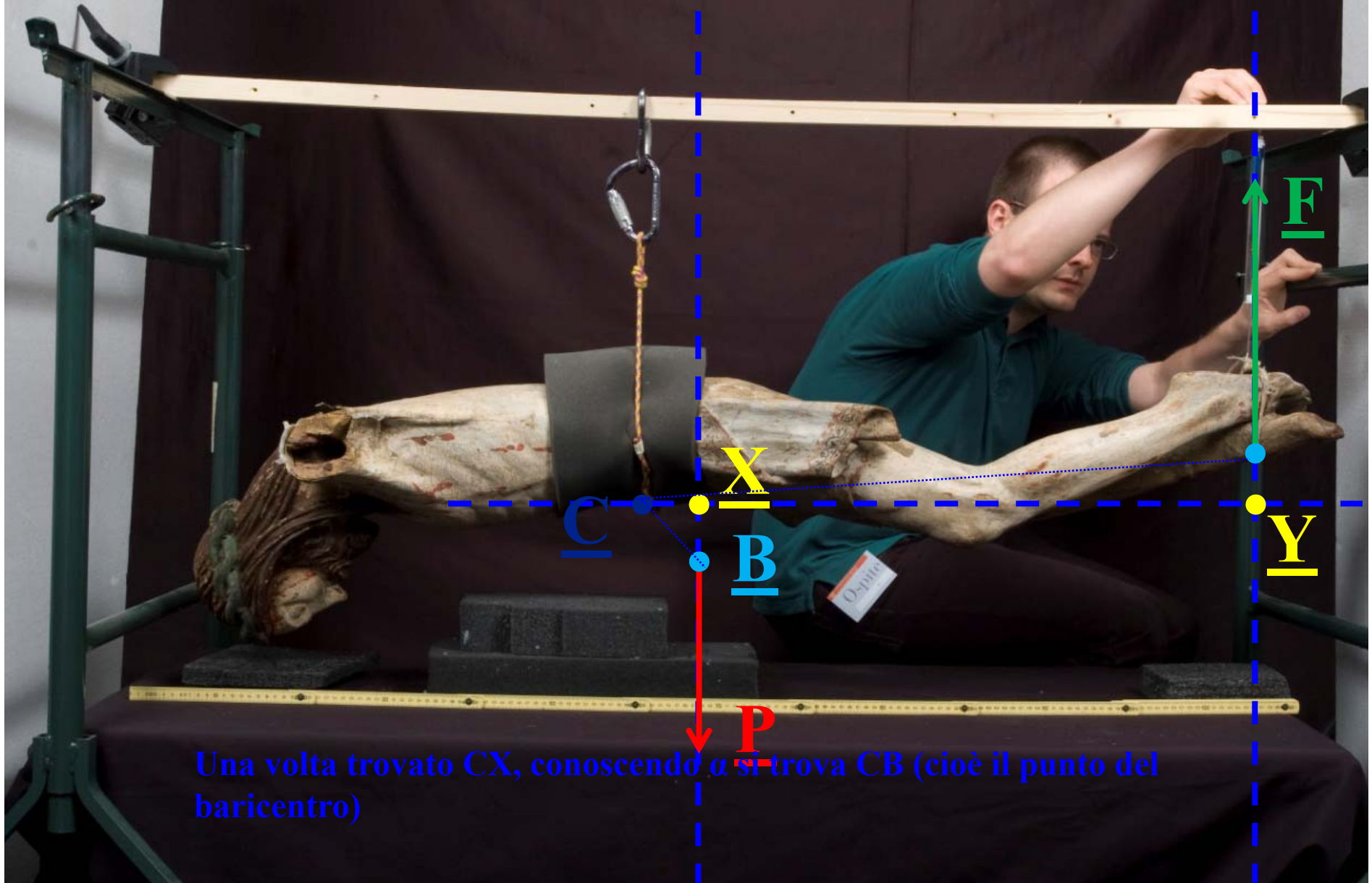


Per valutare D è sufficiente valutare l'angolo di rotazione fra le due posizioni di equilibrio e misurare il peso dell'oggetto.

Peso (senza braccia): 13 kg \rightarrow $P = 127.5$ N

Essendo il corpo in equilibrio, la somma dei momenti delle forze è nulla, e vale quindi:

$$CX \cdot P - CY \cdot F = 0$$



Una volta trovato CX, conoscendo a si trova CB (cioè il punto del baricentro)

Attrito

Quando cerchiamo di muovere un oggetto che si trova a contatto con una superficie ci accorgiamo che **l'effetto della forza non è immediato**: se l'oggetto è pesante dobbiamo prima “*smuoverlo*” dalla sua posizione originale. Quando l'oggetto si mette in movimento, l'esperienza ci insegna che:

- la **forza che dobbiamo applicare per mantenere in moto l'oggetto è minore di quella necessaria per smuoverlo**;
- se smettiamo di applicare una forza, **l'oggetto si ferma**.

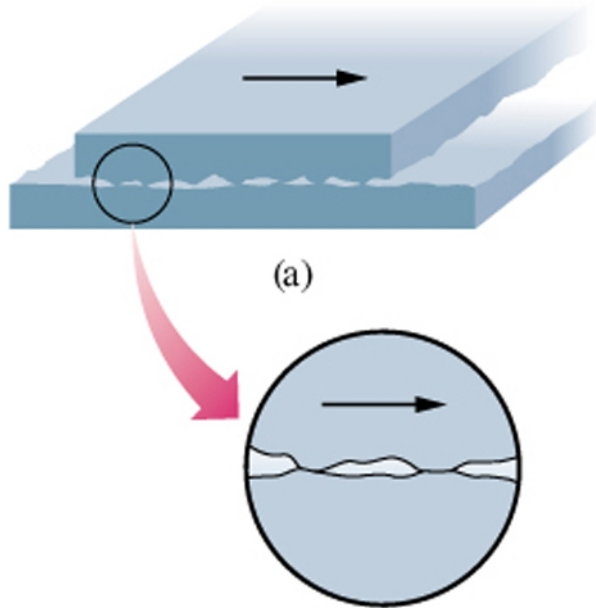
Queste osservazioni sarebbero in contraddizione con il secondo principio, a meno che non attribuiamo questi effetti a delle **forze che si generano nel contatto fra l'oggetto da muovere e la superficie** su cui questo è appoggiato o il mezzo in cui esso si muove.

Queste **forze** che si oppongono al moto di un oggetto si chiamano **ATTRITI**.

Ci sono **varie forme di attrito**, che vengono per lo più individuate e classificate in base alle diverse situazioni dinamiche in cui si trova l'oggetto.

Attrito

Se sul pavimento è appoggiata una grande cassa e la si spinge con una piccola forza orizzontale F , è possibile che la cassa non si muova affatto. La ragione è che il pavimento esercita una **forza di attrito statico** f_s , che equilibra la forza F . Questa forza di attrito è dovuta ai legami tra le molecole della cassa e quelle del pavimento in quei punti in cui le superfici sono in contatto molto stretto.



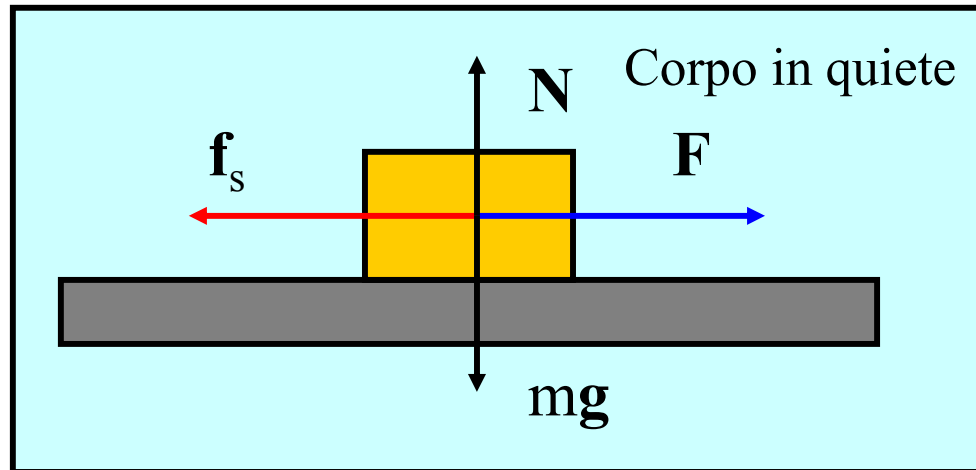
La **forza di attrito statico** può variare da zero ad una **forza massima** f_{smax} , a seconda della forza con cui si spinge; **se la forza F è sufficientemente intensa, la cassa striscerà sul pavimento.**

Mentre la cassa striscia si creano e si rompono continuamente legami molecolari e si rompono piccoli frammenti delle superfici: il risultato è una **forza di attrito dinamico** (o attrito cinetico) f_d che si oppone al moto. Perché la cassa continui a strisciare con velocità costante occorre esercitare una forza uguale ed opposta alla forza di attrito dinamico.

Attrito statico

Il modulo della forza di attrito statico può variare fra zero e un valore massimo che è **proporzionale alla reazione vincolare normale al piano su cui è appoggiato il corpo**. Direzione e verso sono indicati in figura.

$$|\mathbf{f}_s| \leq \mu_s N$$



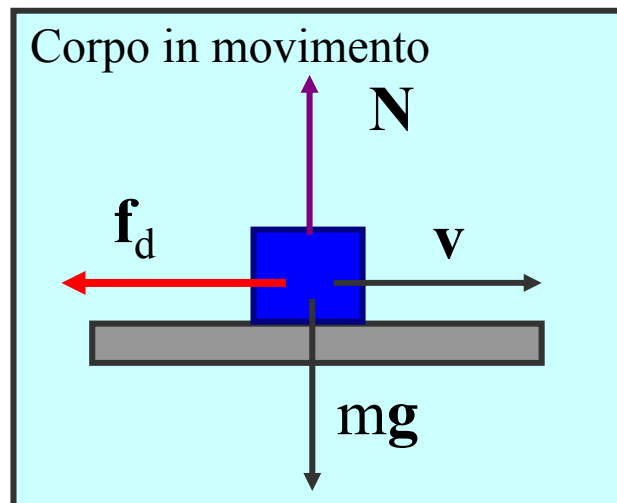
Il coefficiente adimensionale μ_s è detto coefficiente di attrito statico.

Attrito dinamico

La forza di attrito dinamico ha sempre direzione uguale a quella della velocità dell'oggetto, verso contrario e modulo proporzionale alla reazione vincolare normale al piano su cui si muove l'oggetto:

$$|\mathbf{f}_d| = \mu_d N$$

Il coefficiente adimensionale μ_d è detto coefficiente di attrito dinamico.



Sperimentalmente è stato trovato che:

- μ_d è minore μ_s ;
- per velocità comprese tra circa 1cm/s e parecchi metri al secondo μ_d è praticamente costante;
- μ_d (come μ_s) dipende dalla natura delle superfici, ma è indipendente dall'area (macroscopica) di contatto.

Coefficienti di attrito

Il coefficiente di **attrito statico** è in generale **maggiore** del coefficiente di **attrito dinamico**. Alcuni esempi:

| Superfici | μ_s | μ_d |
|-----------------------------|---------|---------|
| Legno su pietra | 0.7 | 0.3 |
| Gomma su cemento asciutto | 0.65 | 0.5 |
| Gomma su cemento bagnato | 0.4 | 0.35 |
| Gomma su ghiaccio | 0.2 | 0.15 |
| Acciaio su acciaio asciutto | 0.15 | 0.12 |

Questi numeri sono indicativi, infatti i coefficienti di attrito **dipendono** molto dallo **stato delle superfici, dalla temperatura, dall'umidità, ecc..** **Vengono valutati sperimentalmente**

Gli attriti sono uguali a tutte le altre forze?

Abbiamo visto che gli attriti dove presenti vanno considerati forze da includere nell'equazione del moto come tutte le altre. Tuttavia c'è una differenza sostanziale tra gli attriti e le altre forze che va sottolineata:

Gli attriti sono forze che si esercitano solo in presenza di moto (o tentativo di moto)

Se appoggio un blocco su una superficie piana che abbia un certo coefficiente di attrito e non spingo il blocco parallelamente alla superficie, NON ho presenza di forza di attrito (mentre, ad esempio, agiscono la forza peso e la reazione vincolare del piano).

Gli attriti non sono in grado di generare moto, ma solo di opporvisi

Attrito volvente

Al moto di puro rotolamento sotto l'azione di forze conservative, come lo sono le forze costanti e in particolare la forza peso, **si può applicare la legge di conservazione dell'energia meccanica.**

Infatti **la forza di attrito** agisce su un punto fermo, per cui lo spostamento è nullo ed è quindi ***nullo il lavoro.***

Sperimentalmente si osserva che un corpo che rotola senza strisciare su un piano orizzontale, in assenza di forze o di momenti applicati, si arresta dopo un certo tempo.



Deve esistere un'altra forma di attrito (**attrito volvente o di rotolamento**), che viene attribuito alla deformazione locale del piano e può essere rappresentato con l'azione di un momento:

$$M_v = hmg \quad \text{Con } h: \text{ coefficiente di attrito volvente [m]}$$

Per vincere il momento dovuto all'azione dell'attrito volvente si deve applicare al corpo di forma circolare una forza di trazione:

$$F_2 \geq \frac{hmg}{r}$$

Per spostare cilindro di $m=10^3$ Kg se striscia

$$F = \mu_s mg = 0,2 \cdot 1000 \cdot 9,8 = 1960 \text{ N}$$

Se rotola e ha $r=0,2$ m

$$F = \frac{hmg}{r} = \frac{5 \cdot 10^{-5} 10^3 \cdot 9,8}{0,2} = 2,5 \text{ N}$$

Il piano inclinato

Una cassa di materiale proveniente da uno scavo di massa $m = 30 \text{ kg}$ scivola lungo un pianale inclinato di 30° rispetto al suolo. Quanto tempo impiega la cassa per raggiungere la base del pianale se questo è lungo 3 m ? Con quale velocità la cassa raggiunge il suolo, se v_0 iniziale è nulla?

E' importante **disegnare su un grafico** la situazione descritta nel testo e **tracciare tutte le forze con direzione e verso corretti**
Forze agenti sono: forza peso e reazione vincolare.

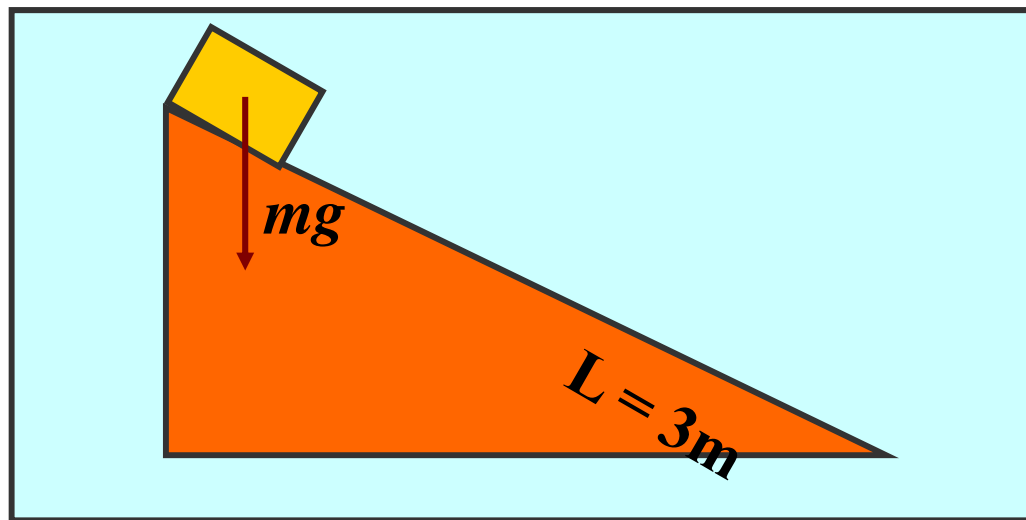
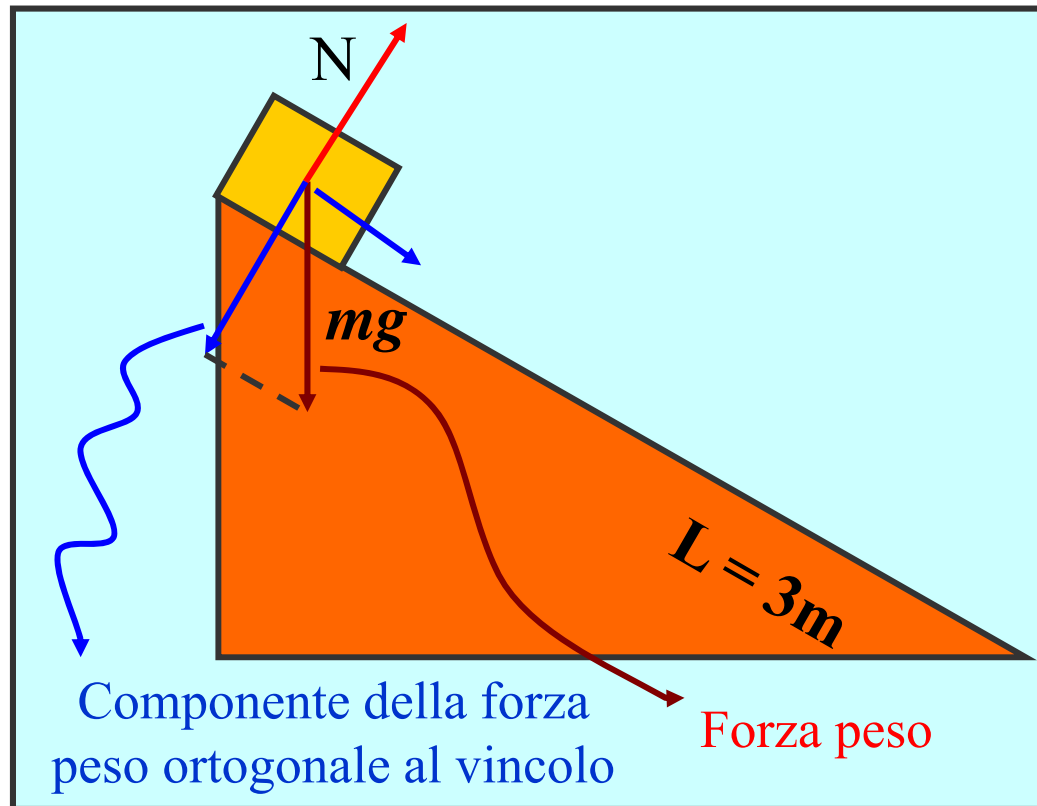


Diagramma delle forze

Il piano inclinato si comporta come un vincolo per il moto della cassa. Esso esercita quindi una **forza di reazione ortogonale al piano stesso**.

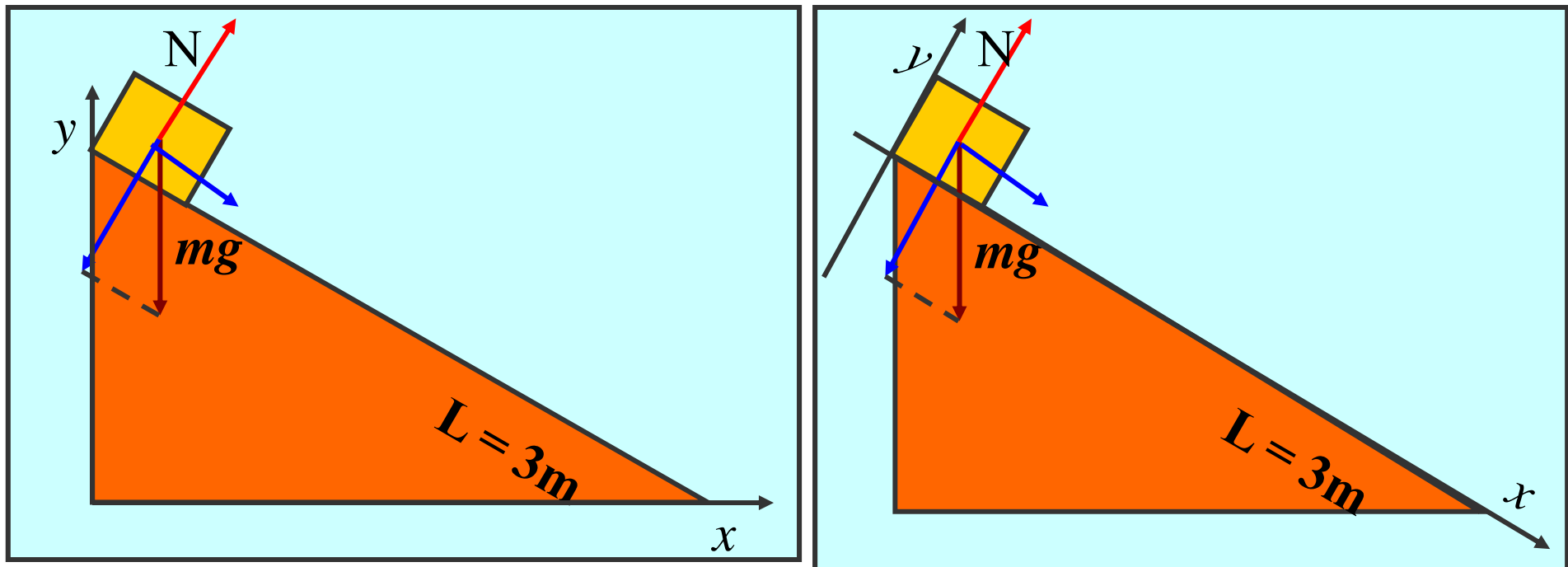
Il modulo della reazione vincolare N è tale da compensare la componente della forza peso **ortogonale al piano**.



Sistema di riferimento

Dobbiamo ora **scegliere un sistema di riferimento** nel quale descrivere il moto della cassa. Il **moto** si svolge **tutto in un piano**. Quindi si usano **assi x e y**.

Ci sono due scelte per gli assi. La **prima** è quella di prendere l'asse delle **x** **parallelo al terreno**. La **seconda** x parallelo a piano e y ortogonale ad esso

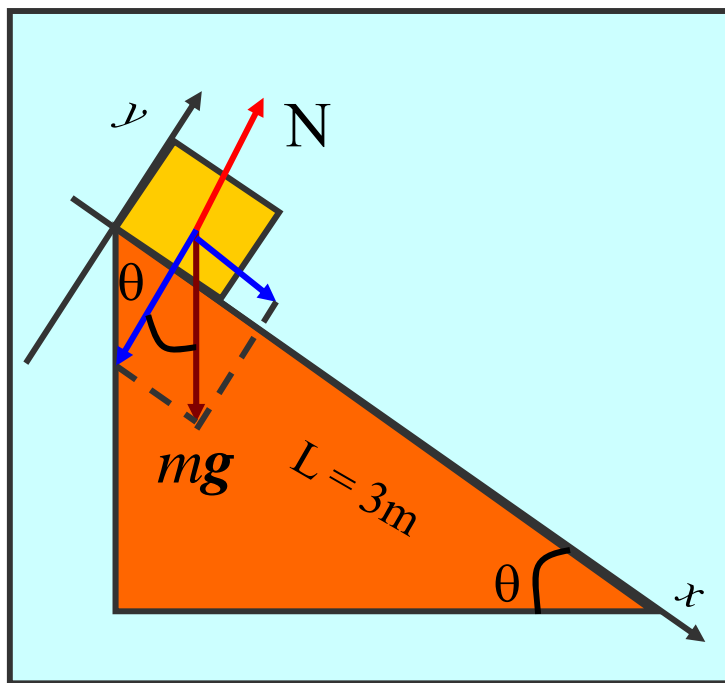


Equazione del moto

Quale delle due scelte è la migliore? In entrambi i casi una delle due forze andrà scomposta lungo gli assi. Vedo quale è più semplice

il piano **inclinato agisce da vincolo** → l'**accelerazione** in direzione **ortogonale** ad esso sarà **nulla** → sistema di riferimento con **l'asse x parallelo al piano inclinato**
l'equazione del moto è semplificata. Dobbiamo ora scrivere **l'equazione del moto** per la cassa.

E' **un'equazione vettoriale**. Scriviamo le due equazioni lungo x e y



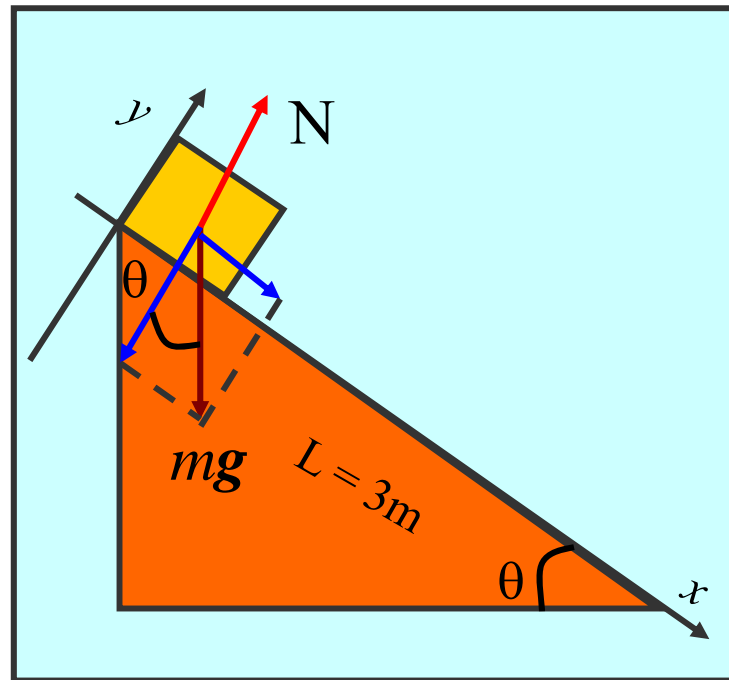
$$\sum_i \mathbf{F}_i = m\mathbf{a} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \theta = ma_x \\ -mg \cos \theta + N = ma_y \end{cases}$$

L'**accelerazione** lungo l'asse **y** deve essere **nulla** per la presenza del vincolo. Pertanto:

$$\sum_i \mathbf{F}_i = m\mathbf{a} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \theta = ma_x \\ -mg \cos \theta + N = 0 \end{cases}$$

Accelerazione e tempo

ci sono **due incognite**, il modulo **N** della reazione vincolare e l'accelerazione lungo x, **a_x**) e due equazioni indipendenti tra loro → problema ha soluzione.



La prima equazione ci dà
l'accelerazione:

$$mg \sin \theta = ma_x$$

$$a_x = g \sin \theta$$

La seconda, il modulo della
reazione vincolare:

$$N = mg \cos \theta$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad \Rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \sin \theta \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2 \quad \Rightarrow x = 2,45 \cdot t^2 \Rightarrow 3 = 2,45t^2$$

$$t^2 = \frac{3}{2,45} \Rightarrow t = \sqrt{1,22} \Rightarrow t = 1,1s$$

Piano inclinato con attrito

Stesso problema di prima a cui si aggiunge la forza di attrito dinamico f_d che ha direzione opposta al moto lungo il pianale

Scriviamo le due equazioni lungo x e y. Lungo y è uguale a prima

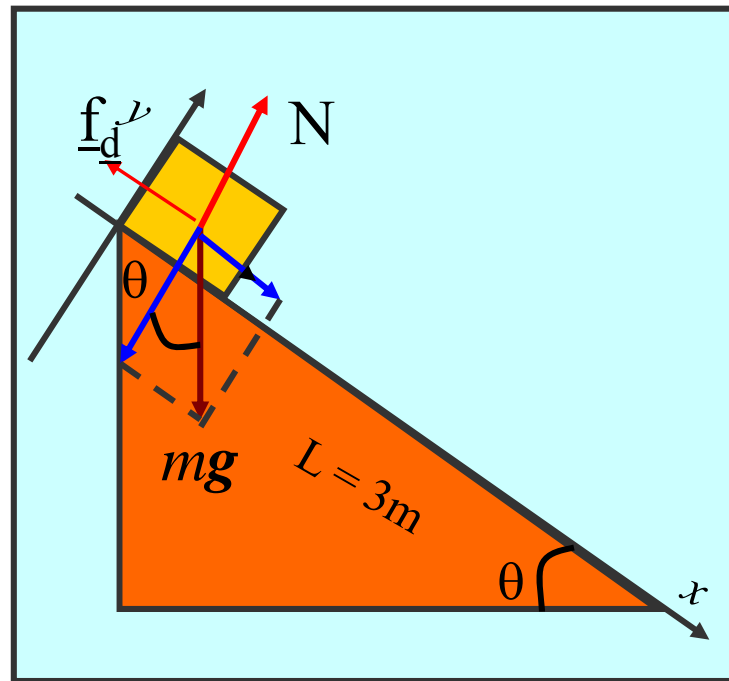
L'**accelerazione** lungo l'asse **y** deve essere **nulla** come prima per la presenza del vincolo. Pertanto:

$$\sum_i F_i = ma \Rightarrow \begin{cases} mgsin\theta - f_d = ma_x \\ -mgcos\theta + N = 0 \\ mgsin\theta - \mu_d mg \cos\theta = ma_x \end{cases}$$

$$a_x = g(\sin\theta - \mu_d \cos\theta)$$

L'**accelerazione** è costante, ma minore che nel caso senza attrito. Può diventare nulla per opportuni valori di θ e di μ_d

In genere non si vuole che il corpo acceleri ma che scenda il più lentamente possibile con $a=0$. Quindi si applica una forza verso l'alto (con la mani o con una fune) tale che sia eguale a ma_x



PROPOSTA ESPOSITIVA: PIANO INCLINATO

PROBLEMA:

COME
POSIZIONARE
L'ARAZZO SU UN
PIANO INCLINATO?



PROPOSTA:

RIVESTIMENTO CON
TESSUTO CHE CREI
SUFFICIENTE
ATTRITO DA
EVITARE QUALSIASI
ANCORAGGIO

PIANO INCLINATO: SIMULAZIONE

METODOLOGIA:

SIMULAZIONE DI UN PIANO INCLINATO

TEST DI TRE TESSUTI:

- 1) Tessuto di **lana** ad armatura saia (SHETLAND)
- 2) Tessuto di **lana** ad armatura tela (PANNO DA GIOCO)
- 3) Tessuto di **cotone** ad armatura tela (MOLLETTONE)

PICCOLO ARAZZO FODERATO CON TESSUTO DI LINO AD ARMATURA TELA PER SIMULARE L'ARAZZO

OBIETTIVO:

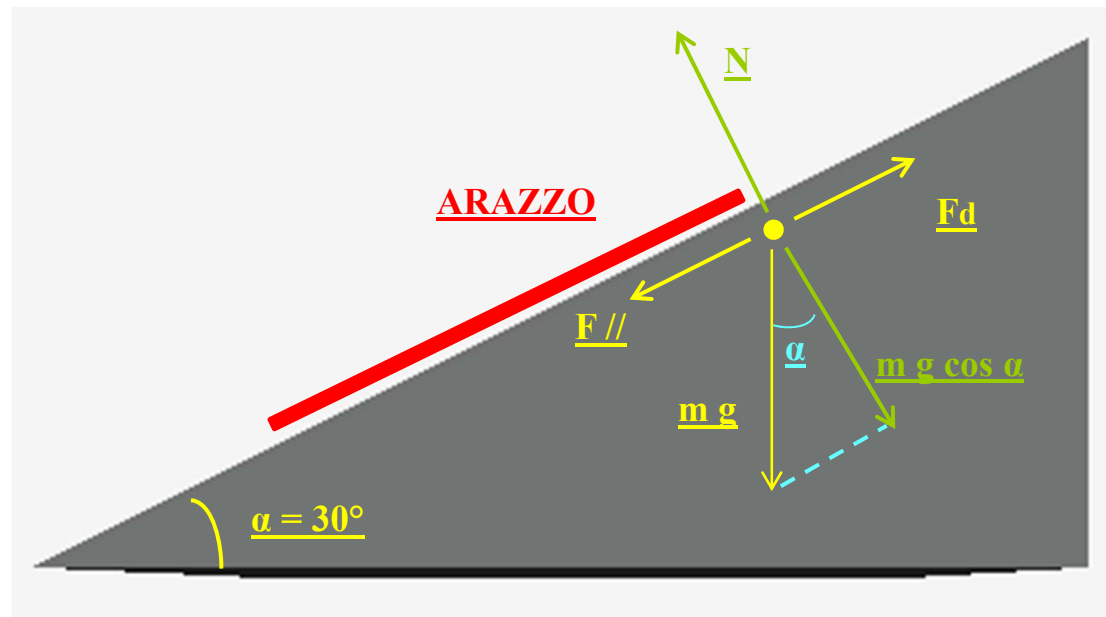
COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO MAGGIORE



PIANO INCLINATO: SIMULAZIONE

Angolo del piano
inclinato (α) = 30°

buon compromesso:
scarico peso +
buona visibilità
oggetto (piccole
dimensioni)



F_d = forza di attrito
di primo distacco

$F_{//}$ = forza
parallela al piano
(tira l'arazzo verso
il basso)

N = normale

mg = forza peso

$$F_d - F_{//} > 0 \quad \mu_s (m g) \cos 30^\circ - (m g) \sin 30^\circ > 0$$

$$123,83 \text{ N} - 21,24 \text{ N} = 102,58 \text{ N} > 0$$

**In conclusione per far cadere l'arazzo su un piano inclinato
di 30° è necessario tirarlo con **10,45 kg****

**POSSIBILITÀ DI NON ANCORARE L'OGGETTO AL
PIANO**