

Meccanica dei fluidi

- Fluidostatica (fluidi in quiete)
- Fluidodinamica (fluidi in movimento)
- Trasporto in regime viscoso

Densità

$$d = \frac{m}{V}$$

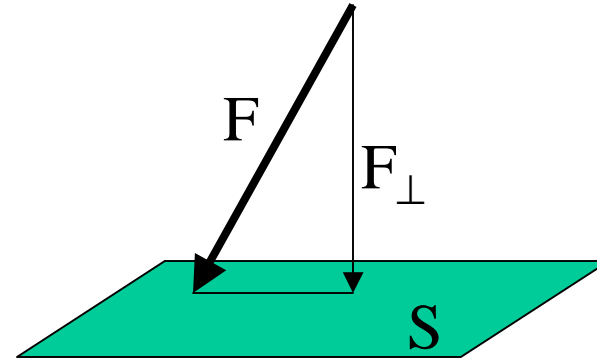
Unità di misura (S.I.): kg/m^3

- Funzione scalare di ogni punto del corpo;
- Densità uniforme: densità costante in ogni punto.

Sostanza	Densità (kg/m^3)
alcol etilico	$0,81 \times 10^3$
<u>tessuto adiposo</u>	$0,95 \times 10^3$
<u>acqua</u>	$1,00 \times 10^3$
muscolo	$1,05 \times 10^3$
<u>sangue</u>	$1,06 \times 10^3$
osso	$1,20 \div 1,90 \times 10^3$
ferro	$7,80 \times 10^3$
rame	$8,90 \times 10^3$
piombo	$11,30 \times 10^3$
<u>mercurio</u>	$13,60 \times 10^3$
<u>aria</u>	1,10

Pressione

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}$$



Unità di misura (S.I.): 1 Pascal (Pa) = 1 Newton/m²

Altre unità di misura pratiche:

- 1 **baria** = 0,1 Pa (c.g.s.)
 - 1 **bar** = 10⁵ Pa (metereologia)
 - 1 **atm** = 1,013·10⁵ Pa (pressione atmosferica)
 - 1 **mmHg** (anche torr)
 - 1 **cmH₂O**
- } discusse nel seguito

Esempio:

Assumendo che la superficie di appoggio dei piedi sia complessivamente 70 cm^2 , calcolare la pressione che esercita sul pavimento una persona di massa $m = 71,4 \text{ kg}$

$$\left[R. \quad p = 10^5 \text{ Pa} \right]$$

Calcolare la pressione che esercita la medesima persona in posizione sdraiata, assumendo in questo caso una superficie di appoggio di $0,7 \text{ m}^2$.

$$\left[R. \quad p = 10^3 \text{ Pa} \right]$$

Fluidi

Assumono la forma del recipiente che li contiene

Si dividono in: {
liquidi
aeriformi { gas (O₂, N₂, CO₂, He,)
vapori (H₂O,)

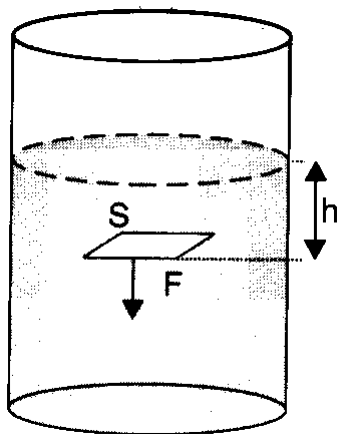
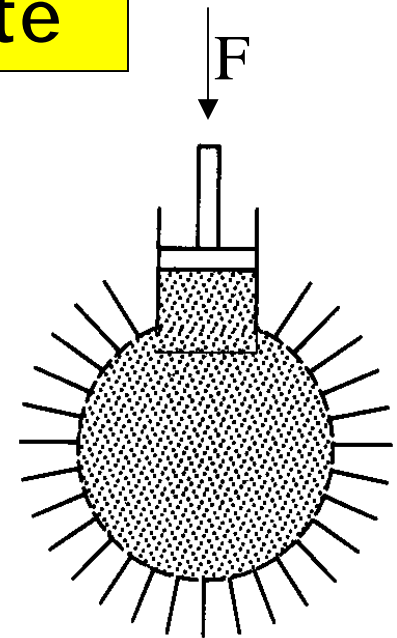
Proprietà dei fluidi

- Diffusione: lento miscelamento in un recipiente \Rightarrow miscuglio omogeneo
- Viscosità: attrito interno al fluido (dipende dal materiale e da T)
- Comprimibilità: variazione di volume quando sottoposti a pressione
- Fenomeni superficiali

Fluido ideale: {
viscosità nulla (assenza di attriti interni);
incomprimibile (volume costante);
si modifica la forma senza compiere lavoro.

Fluidi in equilibrio in un recipiente

Legge di Pascal : la pressione esercitata in un punto della superficie del fluido si trasmette inalterata in ogni punto del volume del fluido



Effetto del peso del fluido (legge di Stevino):

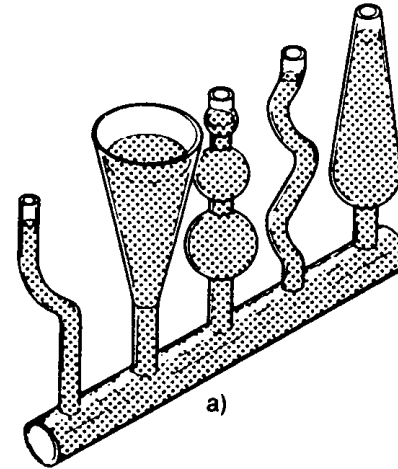
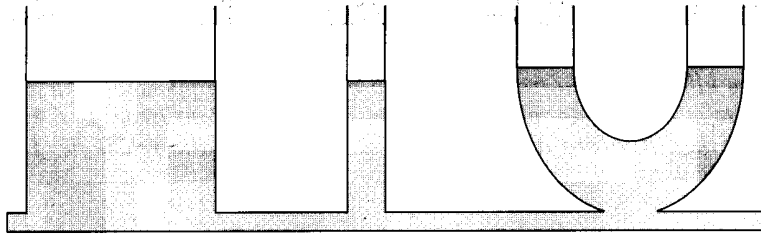
$$p_{tot} = p_{atm} + d \cdot g \cdot h$$

Pressione idrostatica

In un fluido in equilibrio, la pressione interna dipende solo dalla profondità h

Applicazioni

Principio dei vasi comunicanti

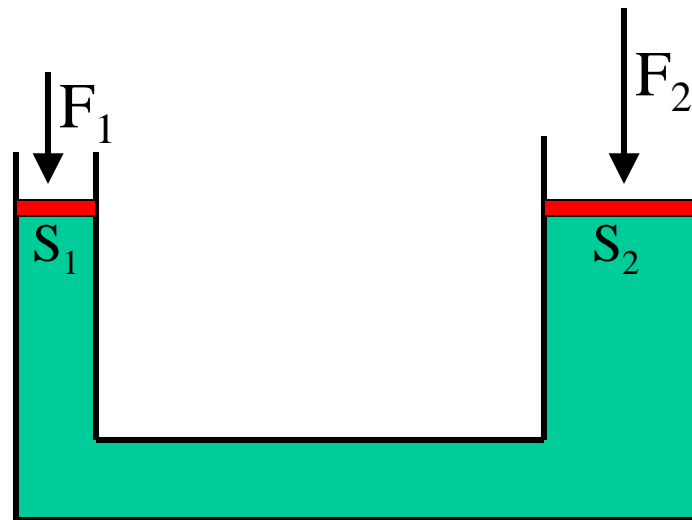


Torchio idraulico

$$p_1 = p_2$$

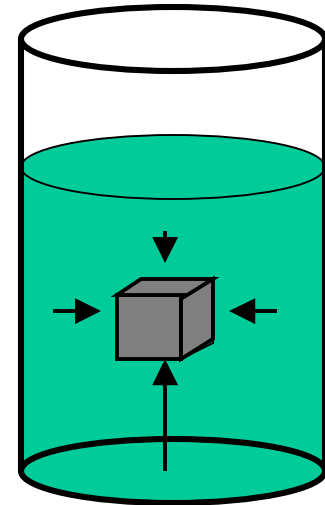
$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \longrightarrow \quad F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1$$

$$F_2 > F_1$$

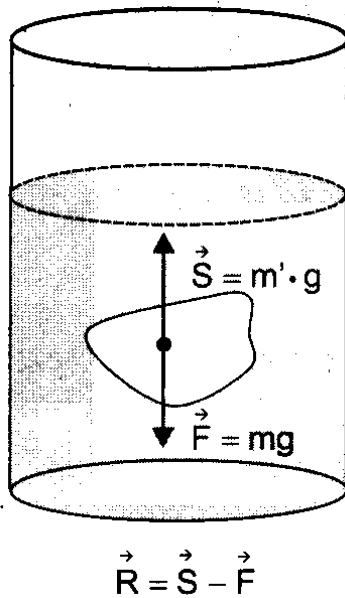


Legge di Archimede

Un solido immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto (spinta di Archimede) pari al peso del fluido spostato



Esempio: corpo immerso in acqua



$$S = m_{H_2O} g = d_{H_2O} V g$$

$$F = m g = d V g$$

$$R = S - F = \\ = (d_{H_2O} - d) \cdot V \cdot g$$

$d > d_{H_2O}$ corpo sprofonda

$d < d_{H_2O}$ corpo galleggia

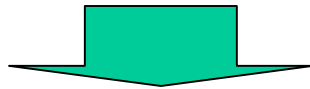
$d = d_{H_2O}$ corpo in equilibrio

Misura della pressione atmosferica

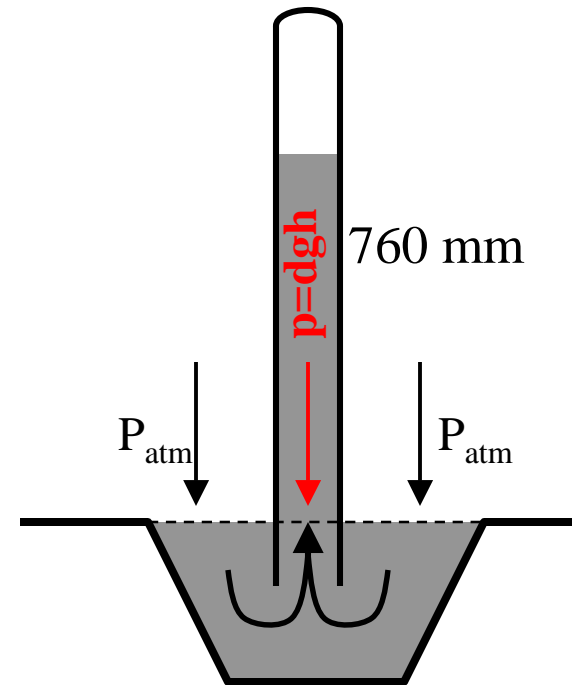
Esperimento di Torricelli

a livello mare, 45° lat, 0 °C :

$$\begin{aligned} p_{atm} &= 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ &= 760 \text{ mmHg} = 760 \text{ torr} \\ &= 1 \text{ atm} \end{aligned}$$



$$1 \text{ torr} = 1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ Pa}$$

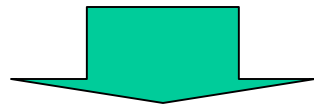


Nota: 1 atm = 760 mmHg = 1033 cmH₂O !!!

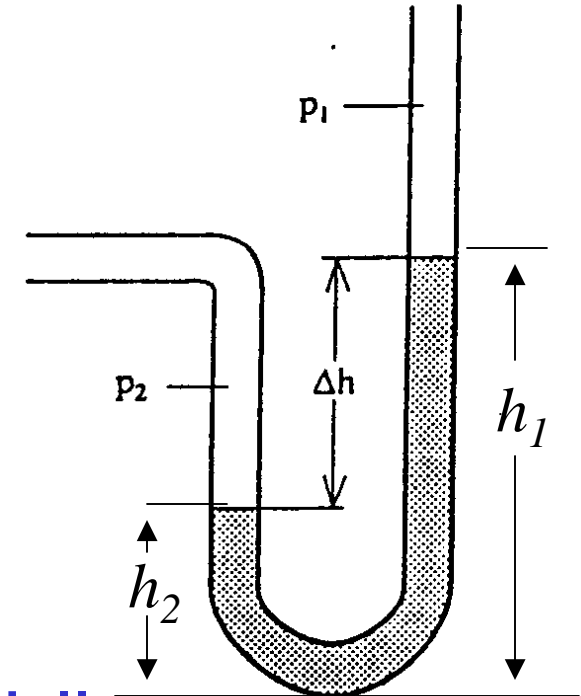
Manometro a liquido

Misura differenze di pressione

$$p_{atm} + dgh_1 = p_2 + dgh_2$$

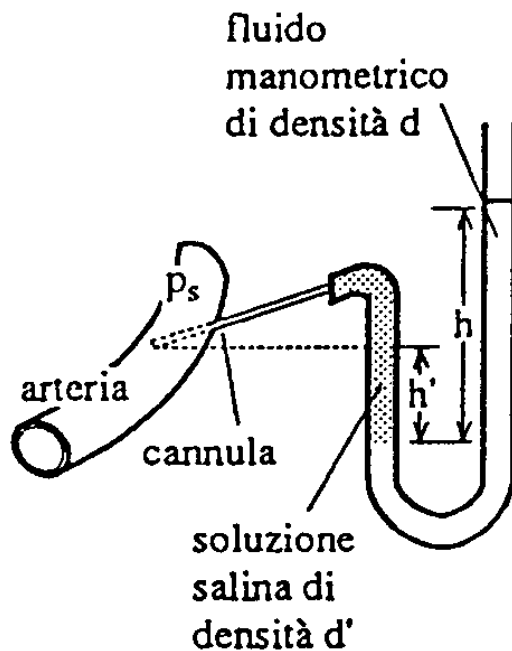


$$p_2 - p_{atm} = dg(h_1 - h_2) = dg\Delta h$$



Esempio:

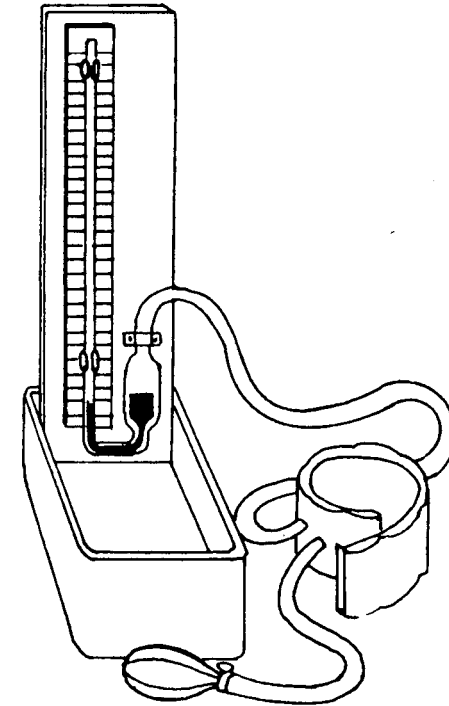
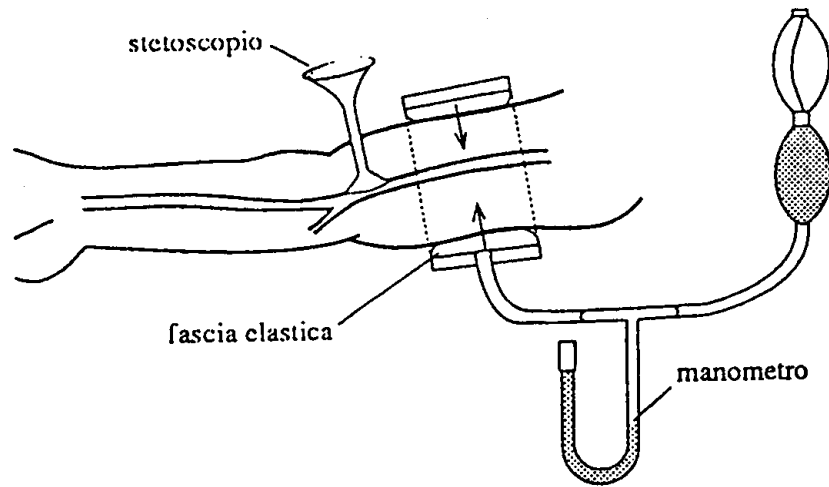
misura invasiva della
pressione arteriosa
(pressione intramurale)



La misura della pressione del sangue
nelle arterie è sempre riferita alla P_{atm}

$$120 \text{ mmHg} \Rightarrow (120+760) \text{ mmHg}$$

Sfigmomanometro



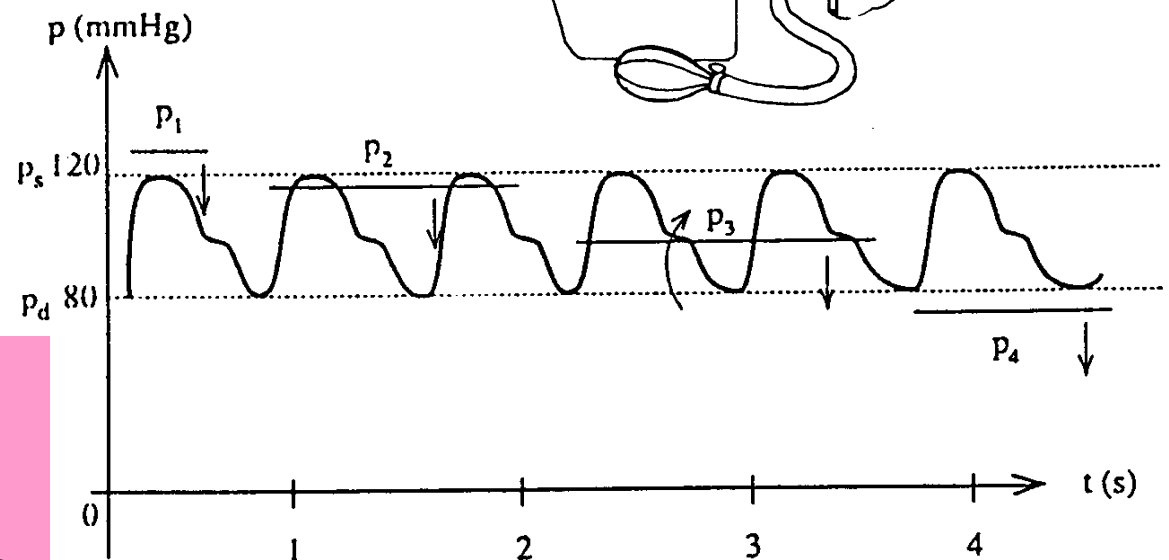
p_s = pressione sistolica

p_d = pressione diastolica

$p > p_s \Rightarrow$ silenzio

$p_s > p > p_d \Rightarrow$ rumore pulsato

$p < p_d \Rightarrow$ rumore continuo



Fleboclisi

Il flacone deve essere
posto ad una altezza h
sufficiente !

Es: se $p = 18 \text{ mmHg}$

$h > 25 \text{ cm}$!

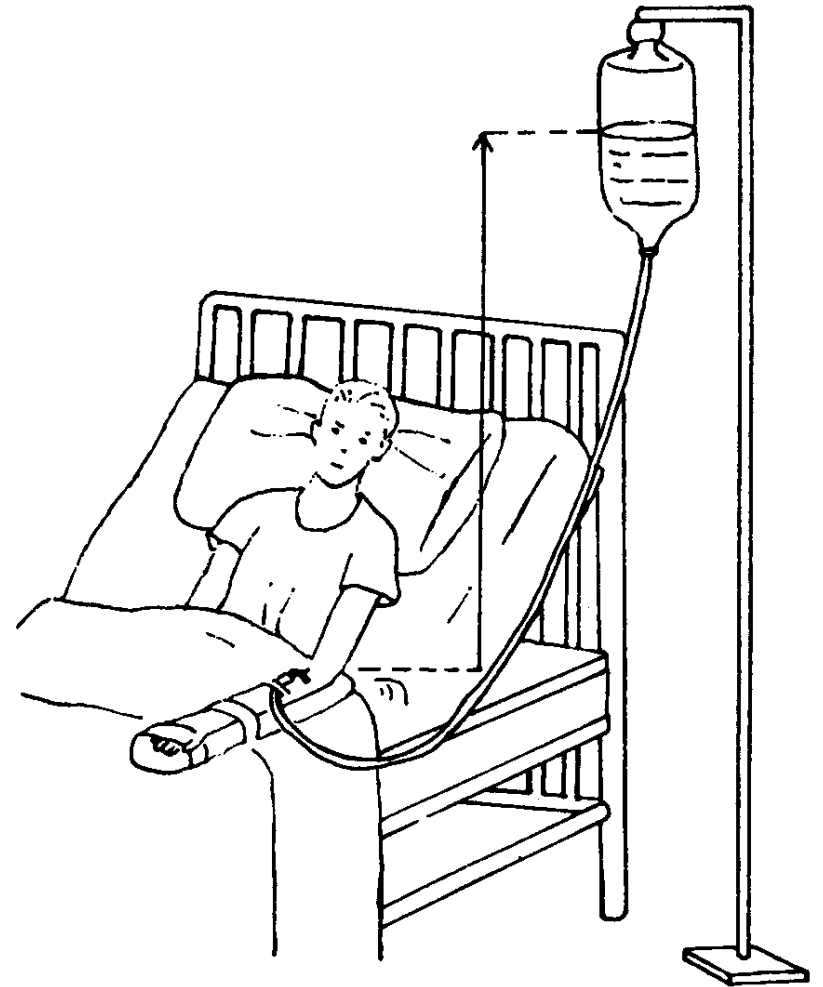
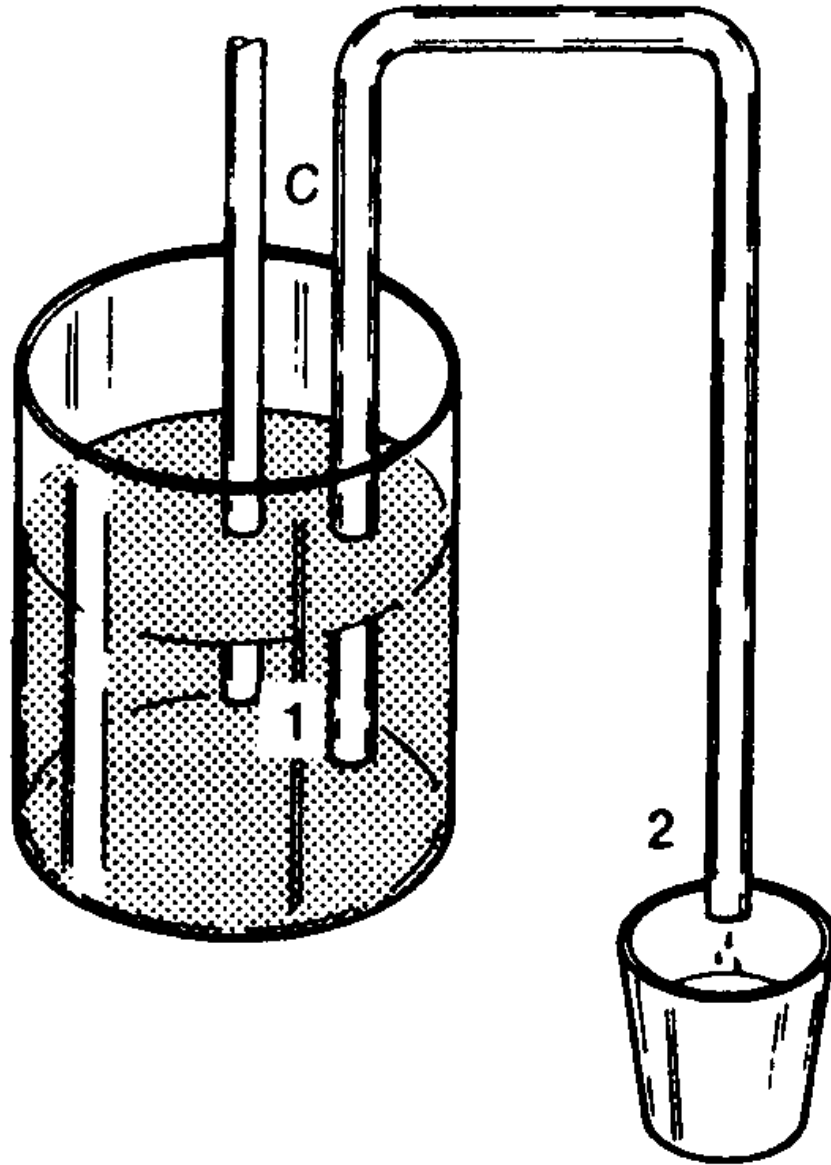
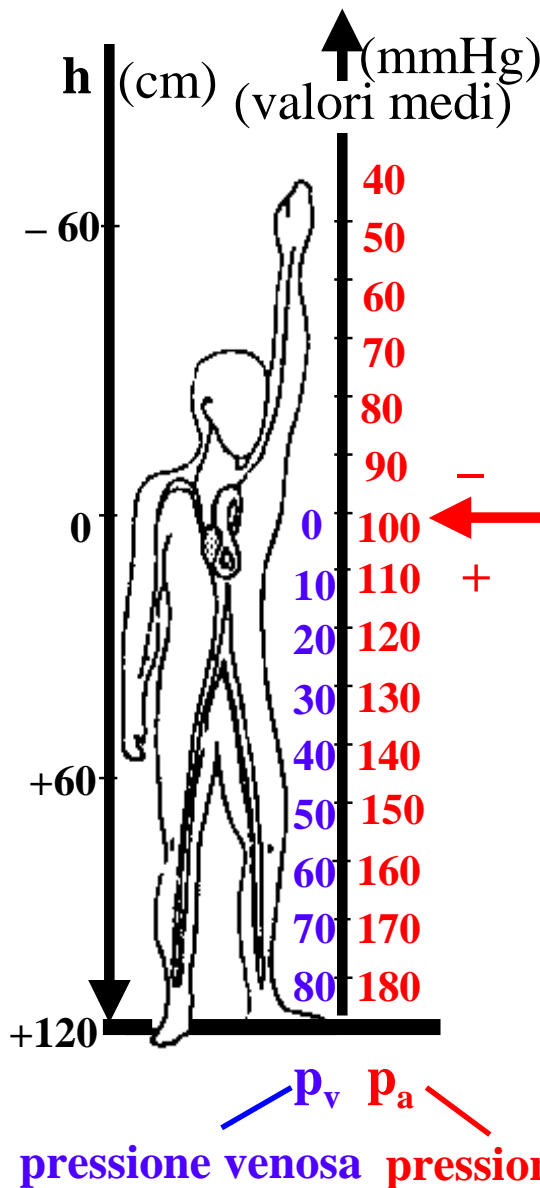


Fig. 3.7 Esempio di fleboclisi

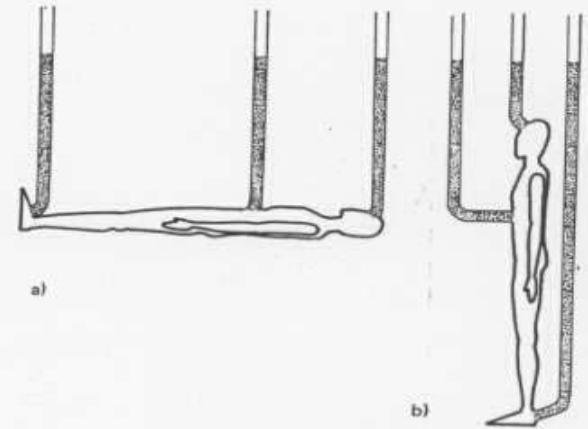
Sifone



Effetti della pressione idrostatica



La pressione nei diversi punti del corpo varia quando da sdraiati ci portiamo in posizione eretta



posizione eretta

$$p = p_{aorta} + dg \Delta h$$

$$\Delta h(\text{cuore}) = 0$$

Nota: $h_{\max} = 130 \text{ cm}$

attenti alle forti

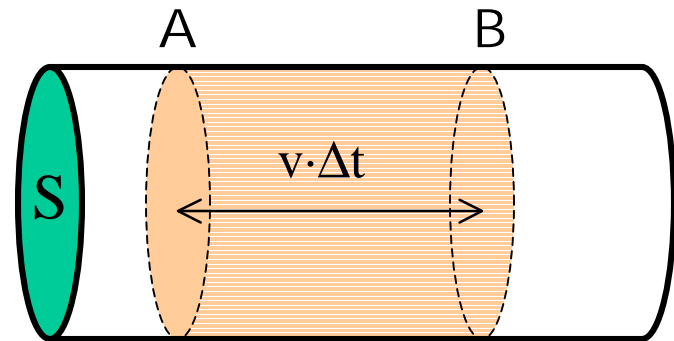
accelerazioni verso l'alto !!!

Fluidodinamica: portata di un condotto

La **portata** di un condotto è il volume di liquido che attraversa una sua sezione nell'unità di tempo

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = S \cdot v$$

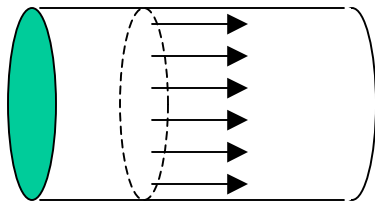
Unità di misura (S.I.): m^3/s



Moto stazionario: portata costante nel tempo

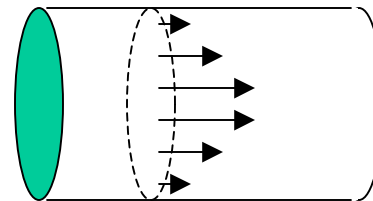
Moto pulsatile: portata varia nel tempo in modo periodico

Nota:



Fluido ideale

$$Q = S \cdot v$$



Fluido reale

$$Q = S \cdot \bar{v}_m$$

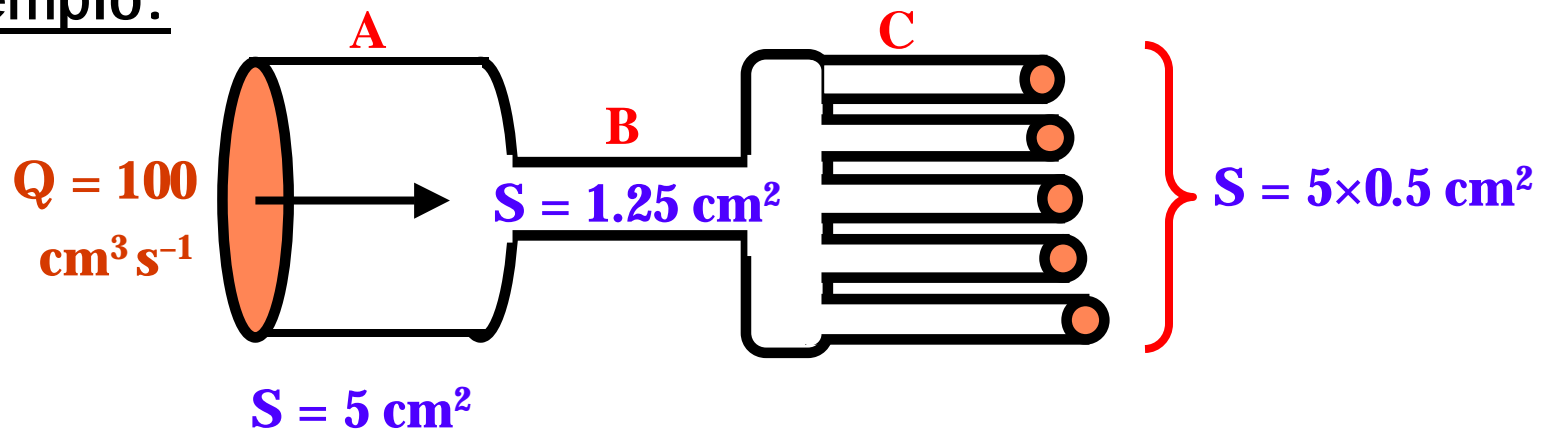
$\bar{v}_m = \text{velocità media}$

Equazione di continuità

In regime di moto stazionario, la portata è la stessa in ogni sezione del condotto

$$Q = S \cdot v = \text{costante}$$

Esempio:



$$S = 5 \text{ cm}^2$$

$$v = 20 \text{ cm s}^{-1}$$

$$S = 1.25 \text{ cm}^2$$

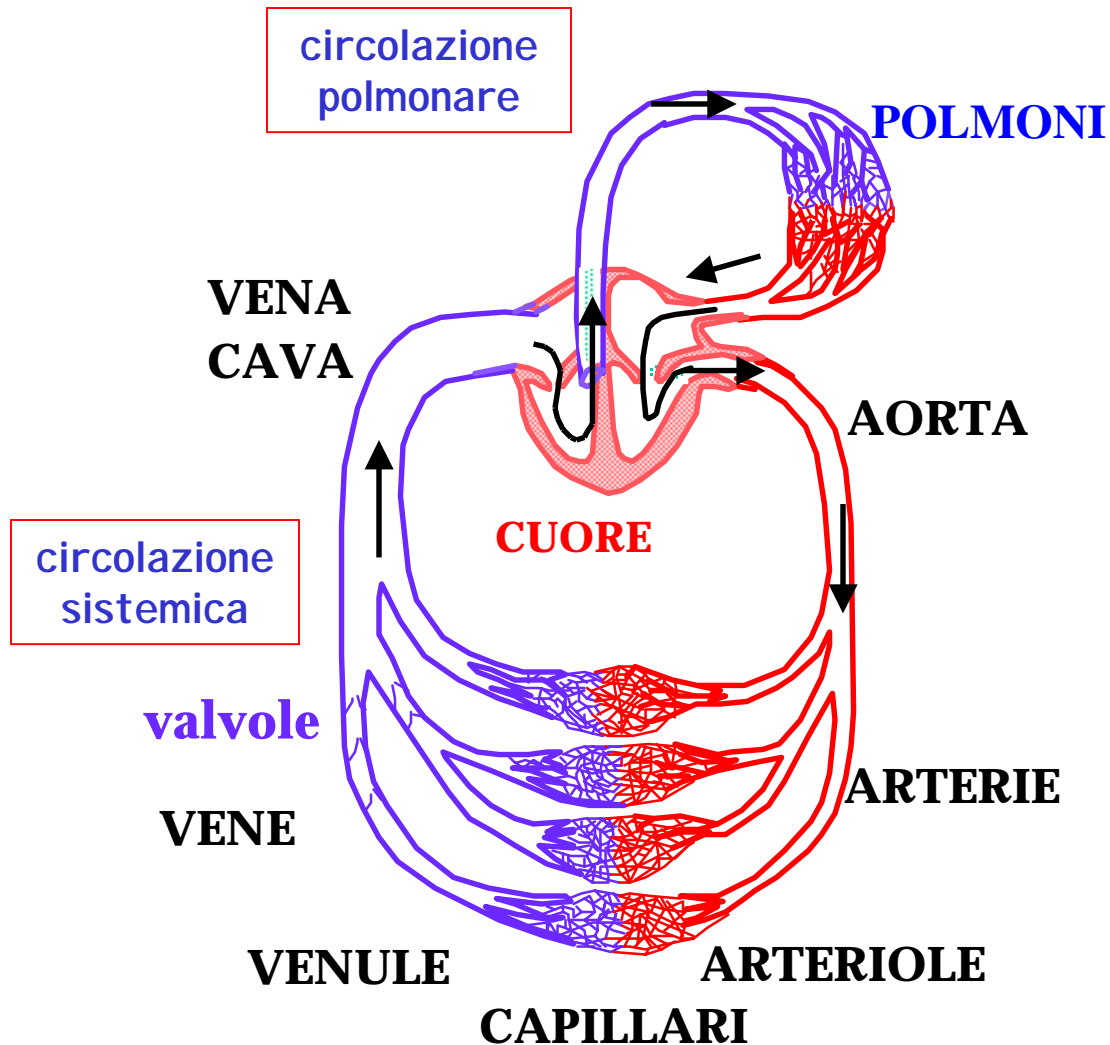
$$v = 80 \text{ cm s}^{-1}$$

$$S = 2.5 \text{ cm}^2$$

$$v = 40 \text{ cm s}^{-1}$$

In generale: se $S_1 > S_2$ \longrightarrow $v_1 < v_2$

Sistema circolatorio



Portata circolo:

$$Q \approx 5 \text{ litri/min} = 83 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Aorta:

$$r = 0.9 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 2.5 \text{ cm}^2$$

$$v = Q / S \approx 33 \text{ cm/s}$$

Capillari:

$$S = 2500 \text{ cm}^2$$

$$v \approx 0.033 \text{ cm/s} = 0.33 \text{ mm/s}$$

Esempio:

Assumendo una pressione arteriosa $p_a=100$ mmHg ed una gittata sistolica $\Delta V=60$ cm³, si calcoli il lavoro meccanico compiuto dal ventricolo sinistro durante una sistole

$$[R. \quad L = 0,8 \text{ J}]$$

Se la frequenza dei battiti cardiaci è di 60 battiti al minuto, si calcoli la potenza meccanica sviluppata dal cuore sinistro

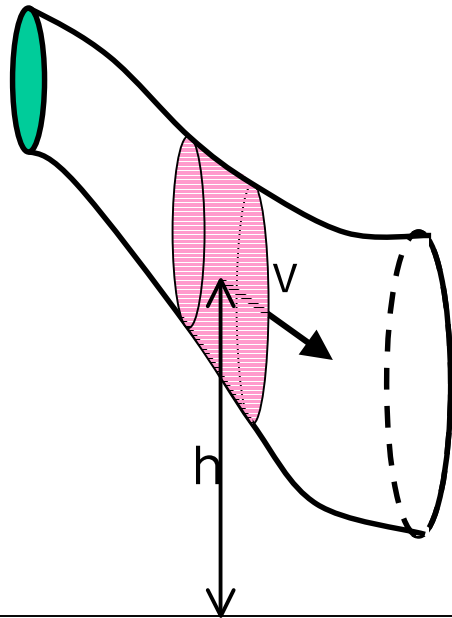
$$[R. \quad W = 0,8 \text{ W}]$$

Teorema di Bernoulli

Fluido ideale
Condotto rigido
Moto stazionario

→ Conservazione dell'energia meccanica

$$dgh + \frac{1}{2} dv^2 + p = \text{costante}$$



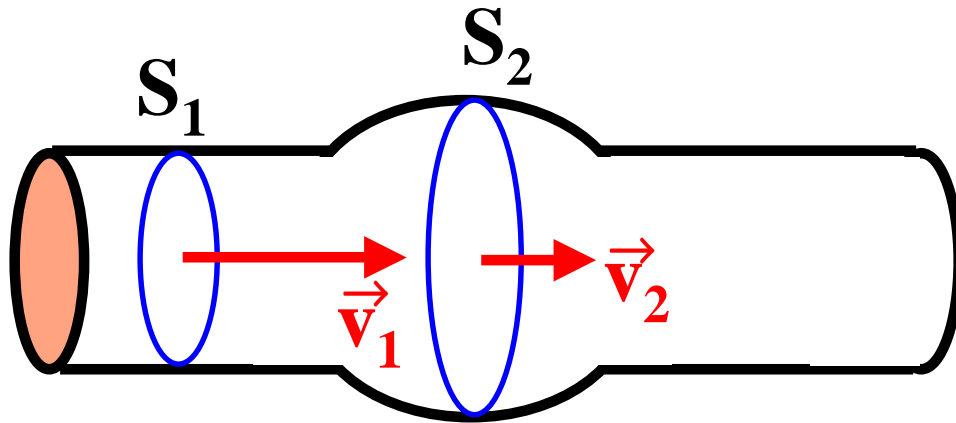
Energia
potenziale
 mgh per
unità di
volume

Energia
cinetica $\frac{1}{2}mv^2$
per unità di
volume

Lavoro delle
forze di
pressione per
unità di
volume

Applicabile solo approssimativamente al sangue ed ai
condotti del sistema circolatorio !!

Esempio: aneurisma



$$Q = \text{costante}$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$S_2 > S_1 \quad \longrightarrow \quad v_2 < v_1$$

Applicando il teorema di Bernoulli ($h_1 = h_2$):

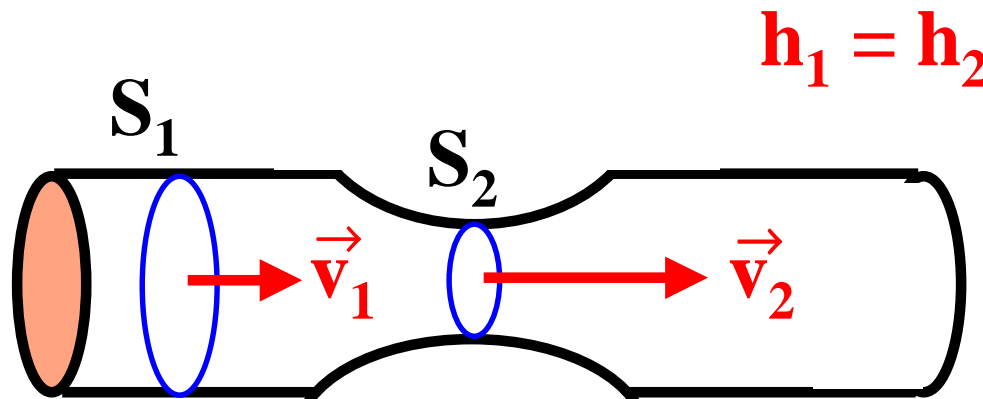
$$p_1 + \frac{1}{2} dv_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} dv_2^2$$

$$v_2 < v_1 \quad \longrightarrow$$

$$p_2 > p_1$$

aneurisma tende a peggiorare

Esempio: stenosi



$$Q = \text{costante}$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$S_2 < S_1 \rightarrow v_2 > v_1$$

Applicando il teorema di Bernoulli ($h_1 = h_2$):

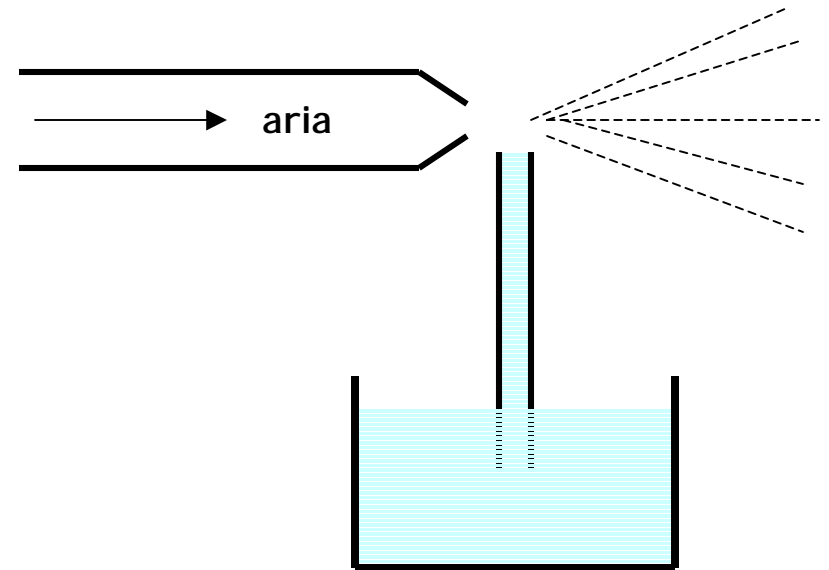
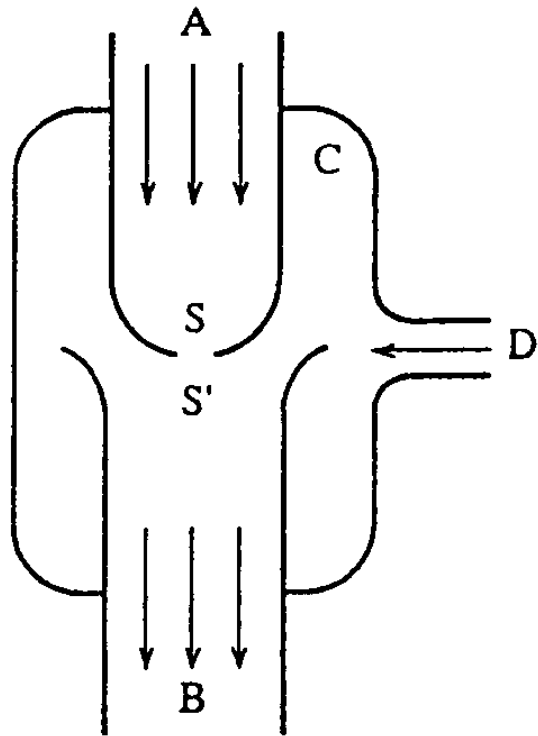
$$p_1 + \frac{1}{2} dv_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} dv_2^2$$

$$v_2 > v_1 \rightarrow$$

$$p_2 < p_1$$

stenosi tende a peggiorare

Esempio: aspiratore di Bunsen



Moto di un fluido reale

Teorema di Bernoulli applicato ad un condotto uniforme orizzontale:



$$\left. \begin{array}{l} h_1 = h_2 \\ S_1 = S_2 \end{array} \right\}$$

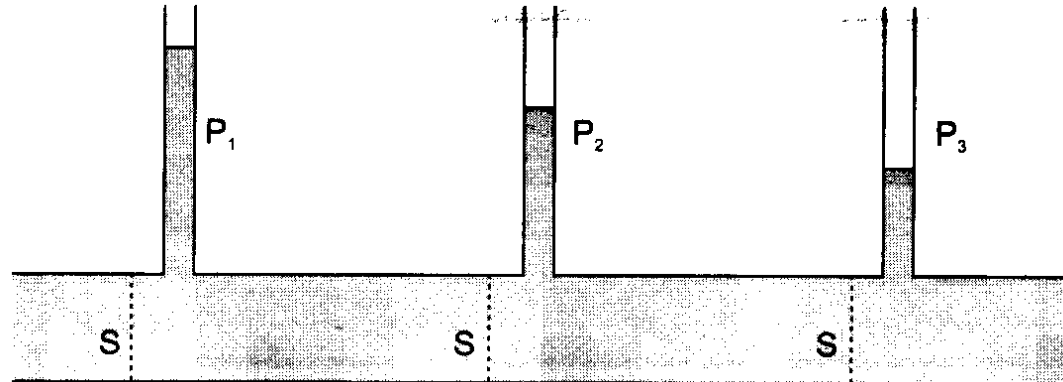
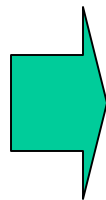
$$v_1 = v_2 \rightarrow$$

$$p_1 = p_2 = \text{cost.}$$

In presenza di forze di attrito viscoso \Rightarrow dissipazione di energia q

$$\cancel{\frac{1}{2} dv_1^2} + \cancel{dgh_1} + p_1 = \cancel{\frac{1}{2} dv_2^2} + \cancel{dgh_2} + p_2 + q$$

Perdita di
pressione lungo il
condotto



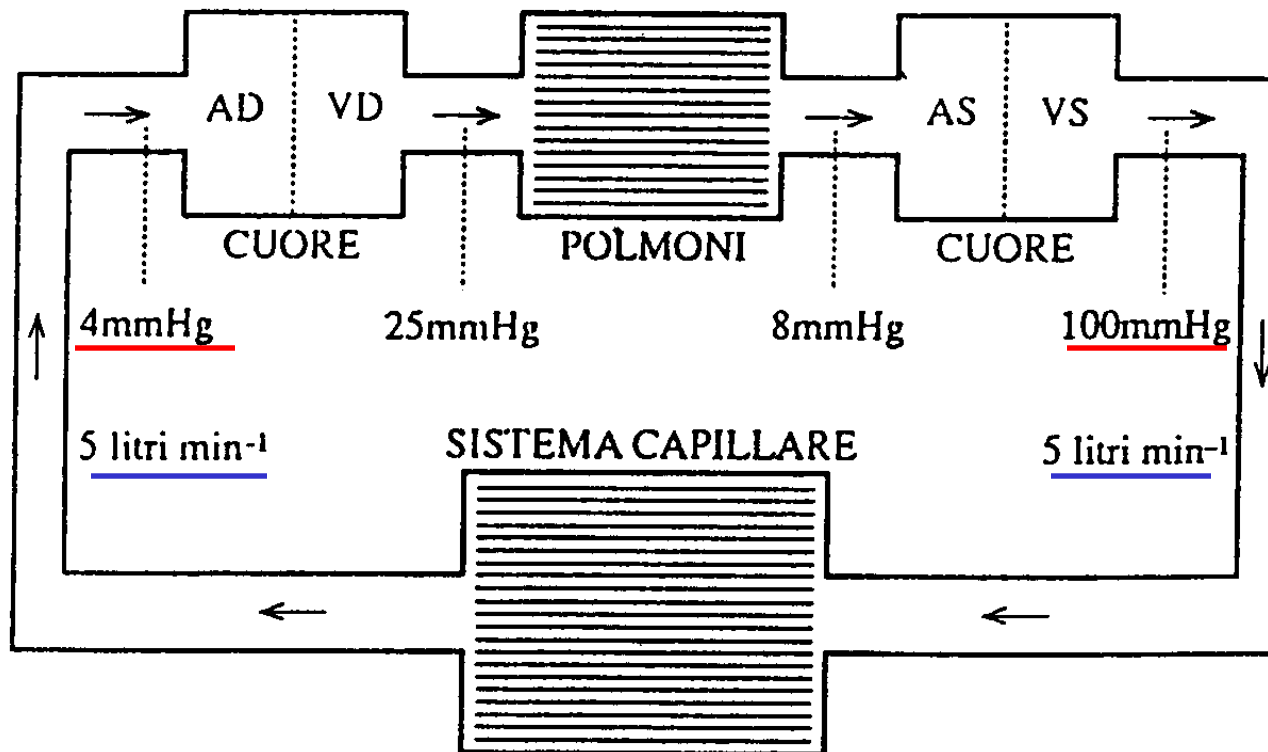
Resistenza idrodinamica

$$R = \frac{\Delta p}{Q}$$

Unità di misura (S.I.): Pa·s/m³

Analogia con la legge di Ohm !!!

Esempio: circuito idrodinamico equivalente al sistema circolatorio



Resistenza idrodinamica del grande circolo

Soggetto sano a riposo:

$$\begin{array}{l} \Delta p = 100 \text{ mmHg} \\ Q = 83 \text{ cm}^3/\text{s} \end{array} \Rightarrow R = \frac{\Delta p}{Q} = \frac{100 \text{ mmHg}}{83 \text{ cm}^3/\text{s}} = 1.2 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{s}}{\text{cm}^3}$$

Soggetto sano sotto sforzo:

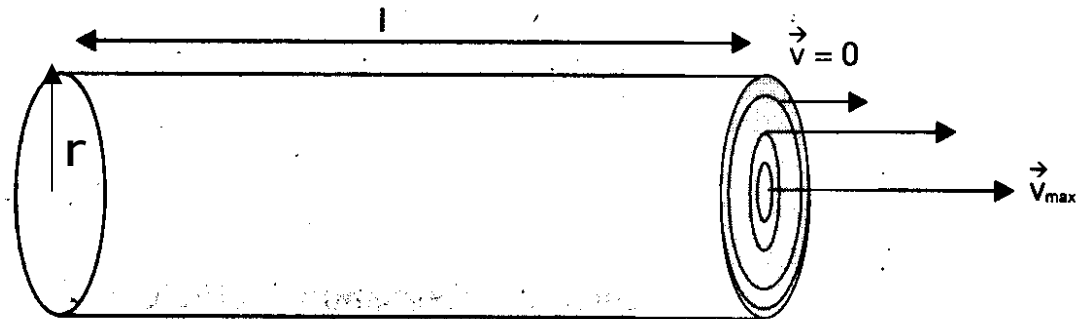
$$\begin{array}{l} \Delta p = 140 \text{ mmHg} \\ Q = 150 \text{ cm}^3/\text{s} \end{array} \Rightarrow R = \frac{\Delta p}{Q} = 0.9 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{s}}{\text{cm}^3}$$

Soggetto iperteso:

$$\begin{array}{l} \Delta p = 200 \text{ mmHg} \\ Q = 83 \text{ cm}^3/\text{s} \end{array} \Rightarrow R = \frac{\Delta p}{Q} = 2.4 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{s}}{\text{cm}^3}$$

Moto di un fluido reale: regime laminare

Strati cilindrici scorrono all'interno del condotto con velocità crescente verso il centro del condotto



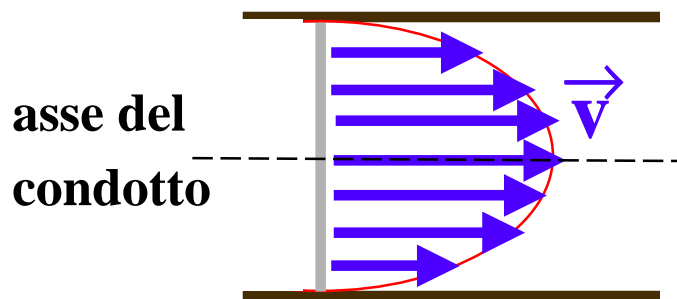
Formula di Poiseuille

$$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot r^4}$$



$$Q = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \Delta p$$

η = coefficiente di viscosità del fluido (Unità di misura S.I. : Pa·s)



Caratteristiche:

- Profilo di velocità parabolico
- Moto silenzioso
- $Q \propto \Delta p$

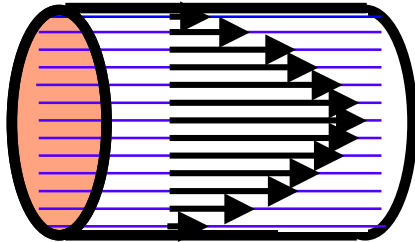
Coefficiente di viscosità

η è funzione della temperatura

	t (°C)	η (Pa·s)	
H₂O	0°C	0.00178	
	10°C	0.00130	
	20°C	0.00100	\approx plasma
alcool	20°C	0.00125	
etere	20°C	0.00023	
mercurio ..	20°C	0.00157	
glicerina ...	15°C	0.2340	
aria	15°C	0.000018	
sangue		0.00400	
(valore ematocrito 40%)			

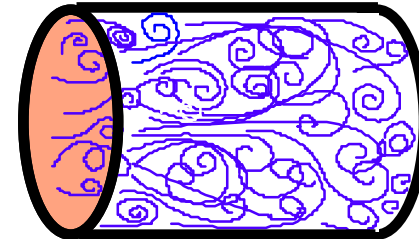
Moto di un fluido reale: regime turbolento

lamine e profilo
parabolico di velocità



$v > v_c$
velocità critica
transizione di fase
in tutto il volume

lamine spezzate
e vortici



Legge di Reynold

$$v_c = R \cdot \frac{\eta}{d \cdot r}$$

Caratteristiche:

- Elevata dissipazione di energia
- Moto rumoroso
- $Q \propto \sqrt{\Delta p}$

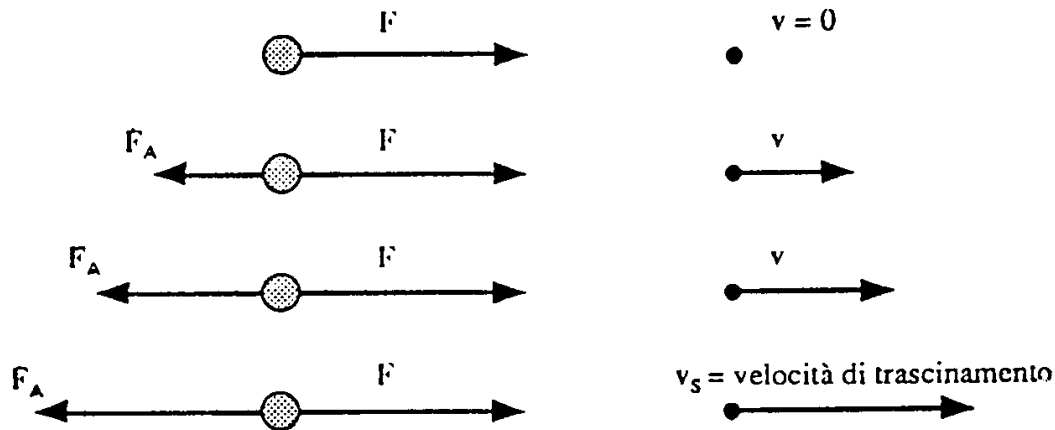
R = numero di Reynold (circa 1000 per condotti rettilinei)

Trasporto in regime viscoso

Esempio: particella immersa in un fluido omogeneo.

La forza di attrito è proporzionale alla velocità: $\vec{F}_A = -k\vec{v}$

k = coefficiente di attrito



L'equilibrio tra forza agente sulla particella e forza d'attrito si ottiene quando la velocità della particella raggiunge la velocità di trascinamento

Moto rettilineo uniforme

Legge di Stokes

Per particelle sferiche di raggio r :

$$k = 6\pi\eta r$$

(η = viscosità del fluido in cui la particella è immersa)

Sedimentazione

Movimento di una particella sferica sotto l'azione della forza peso

All'equilibrio:

$$\vec{F}_A + \vec{S}_A + \vec{F}_p = 0$$

Si ottiene (provare)

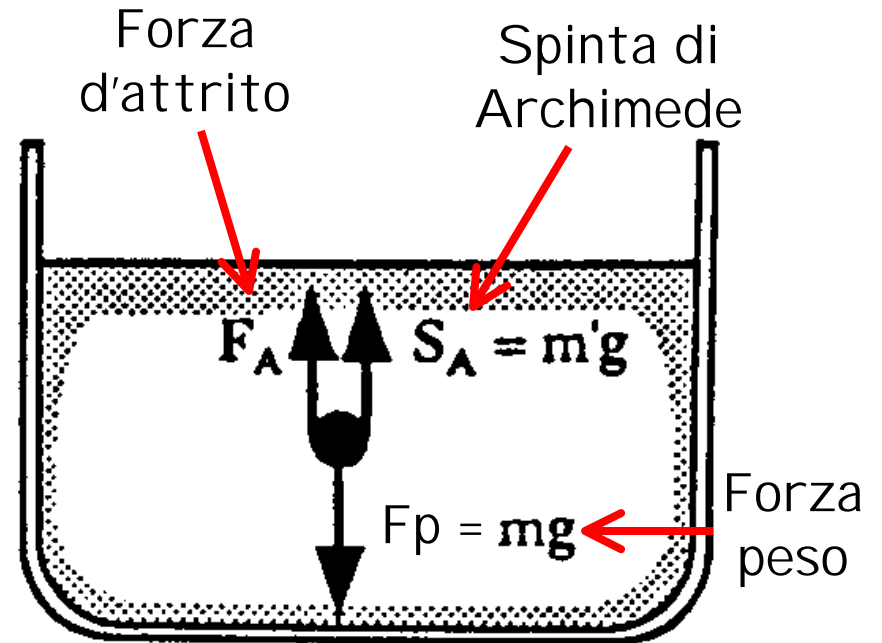
$$v_s = \frac{2 r^2 g \cdot (d - d')}{9 \eta}$$

r=raggio particella

d=densità particella

d'= densità del liquido

η =viscosità del liquido



E` possibile separare
particelle diverse presenti in
sospensione o soluzione

es. misura della velocità di sedimentazione dei globuli rossi (VES)

Centrifugazione

Tecnica usata quando la velocità di sedimentazione libera è troppo piccola.

Alla accelerazione di gravità si sostituisce la accelerazione centripeta:

$$g \Rightarrow a_c = 4\pi^2 f^2 r_o$$



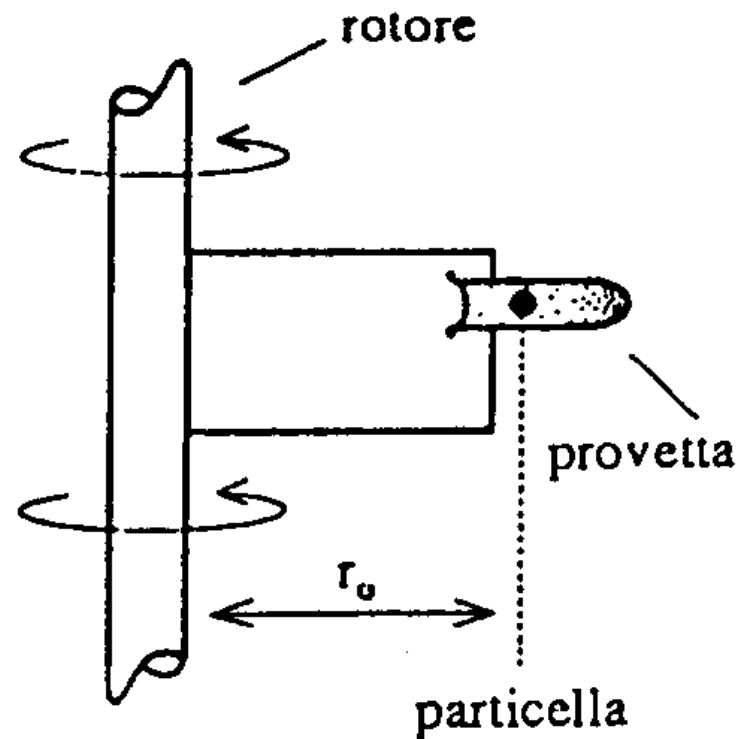
$$v_s = \frac{2}{9} \frac{4\pi^2 f^2 r_o r^2 \cdot (d - d')}{\eta}$$

Esempio:

$r_o = 10 \text{ cm}$

$f = 10^4 \text{ giri/min}$

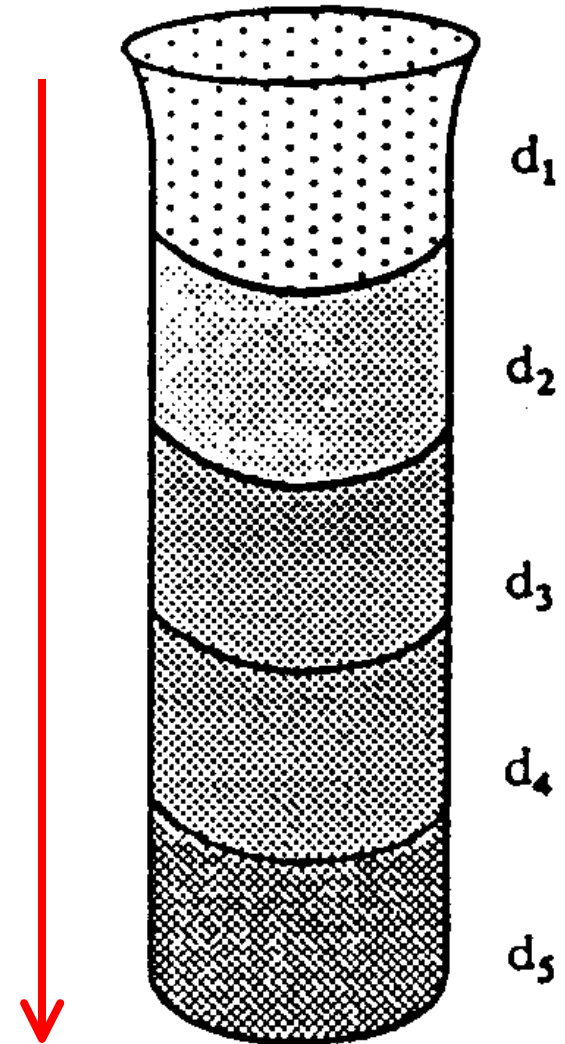
$$a_c \approx 10^4 \text{ g} !!!$$



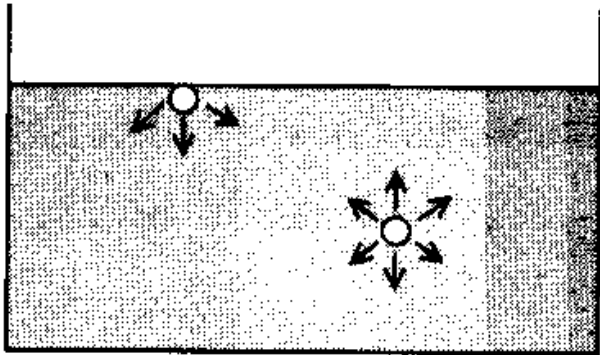
Esempio: centrifuga preparativa

Consente la separazione delle diverse particelle in sospensione

Densità
crescente



Fenomeni di superficie

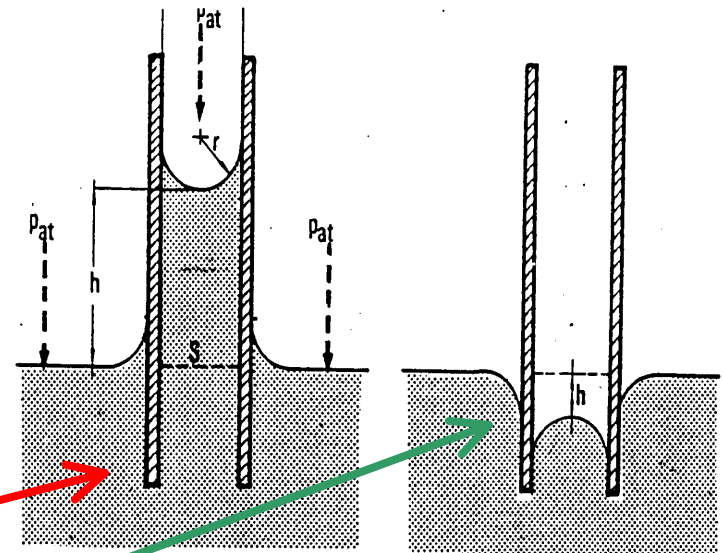


La risultante delle forze di coesione si oppone all'aumento della superficie libera di un liquido.

⇒ **tensione superficiale**

Capillarità:

si manifesta quando forze di adesione liquido-vetro prevalgono sulle forze di coesione (innalzamento capillare) o viceversa (depressione capillare)



liquido "bagna" la parete

liquido "non bagna" la parete

H₂O

Hg

Esempio: embolia gassosa

